



Universidad Autónoma Chapingo
Dpto. de Preparatoria Agrícola
Área de Física



Curso: Física I

“Introducción a los Vectores”

Agosto del 2023



¿Qué entendemos por Magnitud Escalar?

- Muchas cantidades físicas como la masa, el volumen y el tiempo, pueden especificarse completamente por medio de su magnitud.
- Son cantidades que no necesitan una dirección. Se trata de cantidades escalares. Estas cantidades satisfacen los axiomas de los números reales.
- Por ejemplo, si añadimos 3 kg de arena a 1 kg de cemento, la mezcla resultante tendrá una masa de 4 kg.



¿Qué entendemos por Magnitud Escalar?

- Si sacamos 5 litros de agua de un cubo que inicialmente tenía 8 litros, el volumen resultante será de 3 litros.
- Si durante un viaje que debe durar una hora, nos retrasamos 15 minutos, la travesía durará $1\frac{1}{4}$ horas.
- En ninguno de estos casos interviene la dirección.
- Vemos que no tiene sentido hablar de 10 Kg. hacia el norte, 5 litros hacia el este o 15 minutos hacia el sur.



¿Qué entendemos por Magnitud Escalar?

- Las cantidades que sólo tienen magnitud, pero no dirección, se llaman cantidades escalares.



¿Qué entendemos por Magnitud Vectorial?

- Para describir completamente algunas cantidades se requiere tanto de una magnitud como una dirección.
- A estas cantidades se les denomina cantidades o magnitudes vectoriales.
- La palabra vector significa en latín transportador, que sugiere la idea de desplazamiento.
- Por ejemplo, la velocidad y la fuerza tienen dirección y magnitud y de alguna forma están relacionadas con desplazamientos.



¿Qué entendemos por Magnitud Vectorial?

- Otras cantidades físicas que son vectores: la aceleración, el campo eléctrico y el campo magnético.
- Muchas leyes de la física pueden expresarse en forma compacta usando vectores; con esta notación, se pueden simplificar muchos de los cálculos que conducen a dichas leyes.
- Un vector en el plano cartesiano puede ser representado por un par de números o coordenadas encerrados por un paréntesis y separados por una coma.



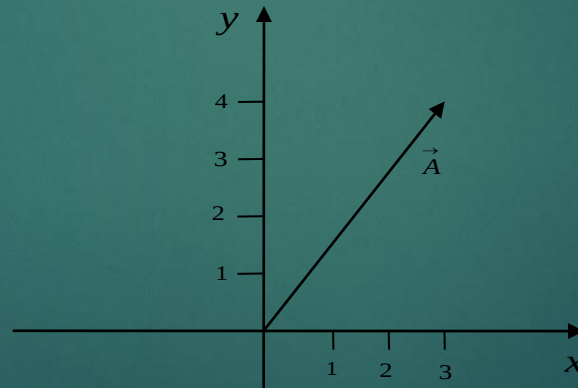
¿Qué entendemos por Magnitud Vectorial?

- La primera coordenada representa un desplazamiento en la dirección horizontal y la segunda representa un desplazamiento en la dirección vertical.
- Si el desplazamiento horizontal es positivo, se dice que el desplazamiento es hacia la derecha y si el desplazamiento es negativo, se dirigirá hacia la izquierda.
- Equivalentemente, si el desplazamiento en la dirección vertical es positivo se dice que va hacia arriba y negativo en caso contrario.



¿Qué entendemos por Magnitud Vectorial?

- De esta forma el vector $\vec{A} = (3, 4)$ representa el desplazamiento de un objeto 3 unidades a la derecha y 4 unidades hacia arriba. Una flecha asociada con el vector $\vec{A} = (3, 4)$ que tiene su punto inicial en el origen se llama representación ordinaria.





¿Qué entendemos por Magnitud Vectorial?

- Como cualquier vector $\vec{A} = (x, y)$ se puede visualizar como la representación de una traslación de x unidades en dirección horizontal seguida de una traslación de y unidades en dirección vertical o viceversa, sugiere que al vector se le considere como la suma de dos vectores $(x, 0)$ y $(0, y)$.
- En general, una traslación representada por el vector $\vec{V}_1 = (x_1, y_1)$ seguida de otra traslación representada por el vector $\vec{V}_2 = (x_2, y_2)$, produce como resultado una traslación total dada por $\vec{V}_1 + \vec{V}_2 = (x_1, y_1) + (x_2, y_2) = (x_1 + x_2, y_1 + y_2)$.



Operaciones con vectores

Esto nos permite definir la adición de dos vectores de la siguiente manera:

Definición 1

Si $\vec{V}_1 = (x_1, y_1)$ y $\vec{V}_2 = (x_2, y_2)$ son dos vectores, entonces:

$$\vec{V}_1 + \vec{V}_2 = (x_1, y_1) + (x_2, y_2) = (x_1 + x_2, y_1 + y_2)$$

Ejemplo:

Si $\vec{V}_1 = (2, 7)$ y $\vec{V}_2 = (3, 4)$ son dos vectores, entonces:

$$\vec{V}_1 + \vec{V}_2 = (2, 7) + (3, 4) = (2 + 3, 7 + 4) = (5, 11)$$



Operaciones con vectores

Ejemplo:

Si $\vec{V}_1 = (5, -1)$ y $\vec{V}_2 = (-3, 4)$ son dos vectores, entonces:

$$\vec{V}_1 + \vec{V}_2 = (5, -1) + (-3, 4) = (5 - 3, -1 + 4) = (2, 3).$$

Esta suma se puede generalizar para más de dos vectores.

Si $\vec{V}_1 = (1, 4)$, $\vec{V}_2 = (-2, 6)$, $\vec{V}_3 = (7, -5)$ y $\vec{V}_4 = (9, 8)$ son cuatro vectores, entonces:

$$\vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3 + \vec{V}_4 = (1, 4) + (-2, 6) + (7, -5) + (9, 8) = (1 - 2 + 7 + 9, 4 + 6 - 5 + 8) = (15, 13).$$



Operaciones con vectores

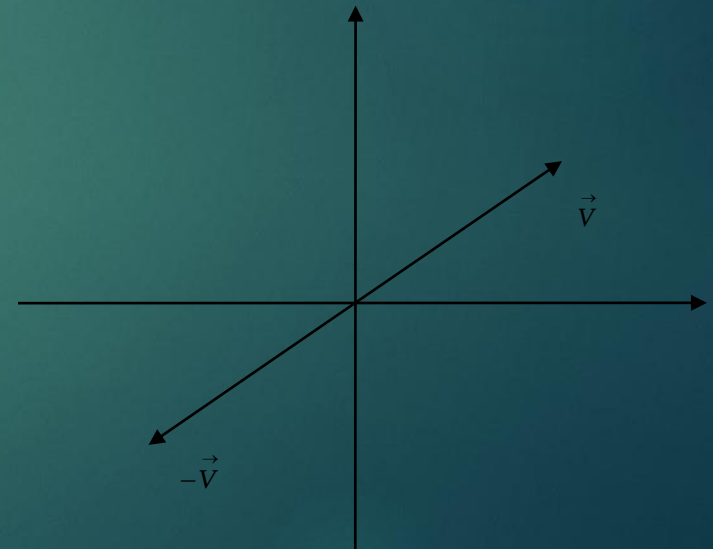
Definición 2:

Llamamos al vector cero a aquel vector cuyos elementos son cero, es decir:

$$\vec{0} = (0, 0).$$

Definición 3:

Si $\vec{V} = (x, y)$ es un vector, entonces $-\vec{V} = -(x, y) = (-x, -y)$ es otro vector. Ambos vectores tienen la misma longitud, pero su dirección es contraria.





Operaciones con vectores

Ejemplos:

Si $\vec{V} = (2, 7)$, entonces $-\vec{V} = -(2, 7) = (-2, -7)$.

Si $\vec{V} = (-2, 7)$, entonces $-\vec{V} = -(-2, 7) = (-(-2), -7) = (2, -7)$.

Si $\vec{V} = (-2, -7)$, entonces $-\vec{V} = -(-2, -7) = (-(-2), -(-7)) = (2, 7)$.

Si $\vec{V} = (2, -7)$, entonces $-\vec{V} = -(2, -7) = (-2, -(-7)) = (-2, 7)$.



Operaciones con vectores

Definición 4:

Si $\vec{V}_1 = (x_1, y_1)$ y $\vec{V}_2 = (x_2, y_2)$ son dos vectores, entonces:

$$\begin{aligned}\vec{V}_1 - \vec{V}_2 &= \vec{V}_1 + (-\vec{V}_2) = (x_1, y_1) - (x_2, y_2) = (x_1, y_1) + (-x_2, -y_2) \\ &= (x_1 - x_2, y_1 - y_2)\end{aligned}$$

La cual corresponde a la resta de dos vectores. La resta se define como la suma del inverso aditivo de un vector.



Propiedades de las operaciones con vectores

Propiedad Conmutativa:

Si $\vec{V}_1 = (x_1, y_1)$ y $\vec{V}_2 = (x_2, y_2)$ son dos vectores, entonces:

$$\begin{aligned}\vec{V}_1 + \vec{V}_2 &= (x_1, y_1) + (x_2, y_2) = (x_1 + x_2, y_1 + y_2) = (x_2 + x_1, y_2 + y_1) \\ &= (x_2, y_2) + (x_1, y_1) = \vec{V}_2 + \vec{V}_1\end{aligned}$$

Esta propiedad nos indica que se obtiene la misma resultante si al vector $\vec{V}_1$ le sumamos el vector $\vec{V}_2$ o al vector $\vec{V}_2$ le sumamos el vector $\vec{V}_1$.



Propiedades de las operaciones con vectores

Ejemplos:

Si $\vec{V}_1 = (2, 7)$ y $\vec{V}_2 = (3, 4)$ son dos vectores, entonces:

$$\vec{V}_1 + \vec{V}_2 = (2, 7) + (3, 4) = (2 + 3, 7 + 4) = (3 + 2, 4 + 7) = (3, 4) + (2, 7) = \vec{V}_2 + \vec{V}_1.$$

Si $\vec{V}_1 = (2, 7)$ y $\vec{V}_2 = (-3, 4)$ son dos vectores, entonces:

$$\vec{V}_1 + \vec{V}_2 = (2, 7) + (-3, 4) = (2 - 3, 7 + 4) = (-3 + 2, 4 + 7) = (-3, 4) + (2, 7) =$$

$$\vec{V}_2 + \vec{V}_1.$$



Propiedades de las operaciones con vectores

Propiedad Asociativa:

Si $\vec{V}_1 = (x_1, y_1)$, $\vec{V}_2 = (x_2, y_2)$ y $\vec{V}_3 = (x_3, y_3)$ son tres vectores, entonces:

$$(\vec{V}_1 + \vec{V}_2) + \vec{V}_3 = \vec{V}_1 + (\vec{V}_2 + \vec{V}_3)$$

Esta propiedad nos dice que, al sumar tres vectores, primero sumamos dos de ellos y al resultado se le suma el vector restante.



Propiedades de las operaciones con vectores

Ejemplos:

Si $\vec{V}_1 = (2, 7)$, $\vec{V}_2 = (3, -4)$ y $\vec{V}_3 = (5, -2)$ son tres vectores, entonces:

$$\begin{aligned}\vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3 &= (2, 7) + (3, -4) + (5, -2) = (2 + 3, 7 - 4) + (5, -2) \\ &= (5, 3) + (5, -2) = (2, 7) + (3 + 5, -4 - 2) = (2, 7) + (8, -6) = (10, 1)\end{aligned}$$

Si $\vec{V}_1 = (2, -7)$, $\vec{V}_2 = (3, 4)$ y $\vec{V}_3 = (5, -2)$ son tres vectores, entonces:

$$\begin{aligned}\vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3 &= (2, -7) + (3, 4) + (5, -2) = (2 + 3, -7 + 4) + (5, -2) \\ &= (5, -3) + (5, -2) = (2, -7) + (3 + 5, 4 - 2) = (2, -7) + (8, 2) = (10, -5)\end{aligned}$$



Propiedades de las operaciones con vectores

Propiedad Neutro Aditivo:

Si $\vec{V} = (x, y)$ es un vector, entonces:

$$\vec{V} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{V} = \vec{V}$$

Todo vector sumado al vector neutro aditivo es
igual al mismo vector.



Propiedades de las operaciones con vectores

Ejemplos:

Si $\vec{V}_1 = (2, 7)$ es un vector, entonces:

$$\vec{V}_1 + \vec{0} = (2, 7) + (0, 0) = (2 + 0, 7 + 0) = (0 + 2, 0 + 7) = (2, 7).$$

Si: $\vec{V}_1 = (-2, 7)$ es un vector, entonces:

$$\vec{V}_1 + \vec{0} = (-2, 7) + (0, 0) = (-2 + 0, 7 + 0) = (0 - 2, 0 + 7) = (-2, 7).$$

Si $\vec{V}_1 = (-2, -7)$ es un vector, entonces:

$$\vec{V}_1 + \vec{0} = (-2, -7) + (0, 0) = (-2 + 0, -7 + 0) = (0 - 2, 0 - 7) = (-2, -7)$$



Propiedades de las operaciones con vectores

Propiedad Inverso Aditivo:

$$\vec{V} + (-\vec{V}) = \vec{0}$$

A todo vector sumado su inverso aditivo es igual al neutro aditivo.

Ejemplos:

Si $\vec{V}_1 = (2, 7)$ es un vector, entonces: $\vec{V}_1 + (-\vec{V}_1) = (2, 7) + (-2, -7) = (2 - 2, 7 - 7) = (0, 0)$.

Si $\vec{V}_1 = (-2, 7)$ es un vector, entonces: $\vec{V}_1 + (-\vec{V}_1) = (-2, 7) + (2, -7) = (-2 + 2, 7 - 7) = (0, 0)$.



Multiplicación de un escalar por un vector

Supongamos que se tiene el vector $\vec{V} = (x, y)$ y efectuamos la suma dada por:

$$\vec{V} + \vec{V} + \vec{V} = (x, y) + (x, y) + (x, y) = (x + x + x, y + y + y) = (3x, 3y)$$

Por otra parte:

$$\vec{V} + \vec{V} + \vec{V} = 3\vec{V}$$

Dos cosas iguales a un tercero son iguales entre sí. Por lo tanto:

$$3\vec{V} = (3x, 3y)$$

Al sumar tres veces el mismo vector, el resultado es equivalente a multiplicar por tres ese vector.



Multiplicación de un escalar por un vector

En consecuencia, se establece la siguiente definición: Si $\vec{V} = (x, y)$ es un vector y si r es un escalar, entonces se define la multiplicación de un vector por un escalar

como:

$$r\vec{V} = r(x, y) = (rx, ry)$$

El vector resultante de la multiplicación de un escalar tiene la misma dirección, pero su sentido dependerá del valor que tenga el escalar. Si el escalar es positivo, ambos vectores tendrán el mismo sentido. Si el escalar es negativo, el sentido de ambos vectores serán diferentes y si el escalar es igual a cero, el vector resultante es igual a cero.



Multiplicación de un escalar por un vector

Ejemplos:

Si $\vec{V} = (3, 5)$ es un vector, entonces:

$$4 \vec{V} = 4 (3, 5) = (4 * 3, 4 * 5) = (12, 20)$$

Si $\vec{V} = (-3, 5)$ es un vector, entonces:

$$4 \vec{V} = 4 (-3, 5) = (4 * (-3), 4 * 5) = (-12, 20)$$

Si $\vec{V} = (-3, -5)$ es un vector, entonces:

$$4 \vec{V} = 4 (-3, -5) = (4 * (-3), 4 * (-5)) = (-12, -20)$$



PROPIEDADES DE LA MULTIPLICACIÓN DE UN VECTOR POR UN ESCALAR

Propiedad de Cerradura:

Si $\vec{V} = (x, y)$ es un vector y r es un escalar, entonces: $r\vec{V}$ es un vector.

Propiedad Asociativa:

Si $\vec{V} = (x, y)$ es un vector, r y s es un escalar, entonces: $rs\vec{V}$ es un vector.

Ejemplos:

Si: $\vec{V} = (3, 5)$ es un vector, entonces:

$$(2 * 4) \vec{V} = 2 * (4 * (3, 5)) = 2 * (4 * 3, 4 * 5) = 2 * (12, 20) = (24, 40)$$



PROPIEDADES DE LA MULTIPLICACIÓN DE UN VECTOR POR UN ESCALAR

Si: $\vec{V} = (-2, 5)$ es un vector, entonces:

$$(2 * 4) \vec{V} = 2 * (4 * (-2, 5)) = 2 * (4 * (-2), 4 * 5) = 2 * (-8, 20) = (-16, 40)$$

Si: $\vec{V} = (4, -5)$ es un vector, entonces:

$$\begin{aligned} ((-2) * 4) \vec{V} &= (-2) * (4 * (4, -5)) = (-2) * (4 * 4, 4 * (-5)) = (-2) * (16, -20) \\ &= (-32, 40) \end{aligned}$$



PROPIEDADES DE LA MULTIPLICACIÓN DE UN VECTOR POR UN ESCALAR

Propiedad de Neutro Multiplicativo: $1 \vec{V} = \vec{V}$

Todo vector no se altera al multiplicarlo por la unidad.

Ejemplos:

Si $\vec{V} = (3, 5)$ es un vector, entonces:

$$1 \vec{V} = 1 (3, 5) = (1 * 3, 1 * 5) = (3, 5)$$

Si: $\vec{V} = (-3, 5)$ es un vector, entonces:

$$1 \vec{V} = 1 (-3, 5) = (1 * (-3), 1 * 5) = (-3, 5)$$



PROPIEDADES DE LA MULTIPLICACIÓN DE UN VECTOR POR UN ESCALAR

Propiedad del Inverso Aditivo: $-1 \vec{V} = -\vec{V}$

Al multiplicar un vector por el escalar -1 el resultado es el inverso aditivo del vector original.

Ejemplos:

Si $\vec{V} = (3, 5)$ es un vector, entonces: $-1 \vec{V} = -1 (3, 5) = ((-1) * 3, (-1) * 5) = (-3, -5)$

Si $\vec{V} = (-3, 5)$ es un vector, entonces: $-1 \vec{V} = -1 (-3, 5) = ((-1) * (-3), (-1) * 5) = (3, -5)$



PROPIEDADES DE LA MULTIPLICACIÓN DE UN VECTOR POR UN ESCALAR

Propiedad Distributiva con Respecto a la Suma de Escalares:

$$(r + s) \vec{V} = r \vec{V} + s \vec{V}$$

El producto de la suma de dos escalares por un vector es igual a la suma de los productos de los escalares por el vector.

Ejemplo:

Si: $\vec{V} = (3, 5)$ es un vector, entonces:

$$\begin{aligned} (2 + 4) \vec{V} &= 2 * (3, 5) + 4 * (3, 5) = (2 * 3, 2 * 5) + (4 * 3, 4 * 5) \\ &= (6, 10) + (12, 20) = (6 + 12, 10 + 20) = (18, 30) \end{aligned}$$



PROPIEDADES DE LA MULTIPLICACIÓN DE UN VECTOR POR UN ESCALAR

Propiedad Distributiva con Respecto a la Suma de Vectores.

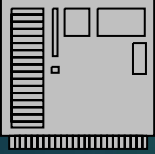
$$r (\vec{V}_1 + \vec{V}_2) = r \vec{V}_1 + r \vec{V}_2$$

El producto de un escalar por la suma de dos vectores es igual a la suma de los productos del escalar por los vectores.

Ejemplo: Si $\vec{V}_1 = (2, 7)$ y $\vec{V}_2 = (-3, -4)$ son dos vectores, entonces:

$$5(\vec{V}_1 + \vec{V}_2) = 5\vec{V}_1 + 5\vec{V}_2 = 5 * (2, 7) + 5 * (-3, -4)$$

$$= (5 * 2, 5 * 7) + (5 * (-3), 5 * (-4)) = (10, 35) + (-15, -20) = (-5, 15)$$



Atentamente:

Dr. Guillermo Becerra Córdova

Página: <http://virtual.chapingo.mx/fis>