

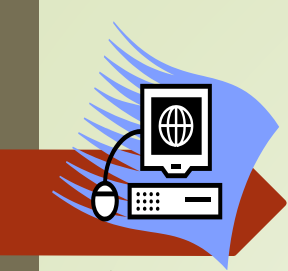


Universidad Autónoma Chapingo
Dpto. de Preparatoria Agrícola
Área de Física



“Suma de Vectores por el Método Analítico”

Agosto del 2023



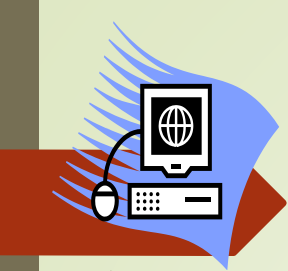
A menudo se presentan vectores expresados en coordenadas polares y tenemos necesidad de obtener la resultante de esos vectores al estar aplicados a un punto.

Presentamos a continuación un método para sumar vectores expresados en forma polar.

El método consiste en tres pasos:

1.- Cuando tenemos un conjunto de vectores expresados en forma polar, es necesario expresarlos en forma cartesiana para poderlos sumar. Las ecuaciones de transformación son las siguientes:

$$x = V \cos \theta \qquad y \qquad y = V \operatorname{sen} \theta$$



2.- Este paso consiste en sumar los vectores expresados en coordenadas cartesianas, sumando abscisas con abscisas y ordenadas con ordenadas. Las fórmulas para realizar estas operaciones se expresan a continuación:

$$x_t = \sum_{i=1}^n x_i \quad y \quad y_t = \sum_{i=1}^n y_i$$

3.- Finalmente es necesario expresar el vector resultante en coordenadas polares. Para ello se utilizan las siguientes fórmulas de transformación:

$$V = \sqrt{x^2 + y^2} \quad y \quad \theta = \tan^{-1} \left(\frac{y}{x} \right)$$



Ejemplo 1:

Sume los siguientes vectores utilizando el método analítico para la suma de vectores.

$$\vec{V}_1 = (2, 10^\circ), \vec{V}_2 = (5, 110^\circ), \vec{V}_3 = (10, 200^\circ) \text{ y } \vec{V}_4 = (3, 300^\circ)$$

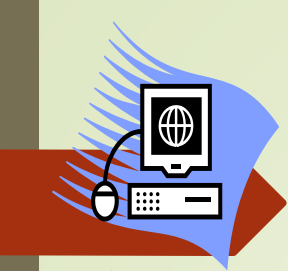
1. Expresar los vectores en coordenadas cartesianas:

$$x_1 = V_1 \cos \theta_1 = 2 \cos 10^\circ = 1.9696 \text{ y } y_1 = V_1 \sin \theta_1 = 2 \sin 10^\circ = 0.3473$$

$$x_2 = V_2 \cos \theta_2 = 5 \cos 110^\circ = -1.71 \text{ y } y_2 = V_2 \sin \theta_2 = 5 \sin 110^\circ = 4.698$$

$$x_3 = V_3 \cos \theta_3 = 10 \cos 200^\circ = -9.396 \text{ y } y_3 = V_3 \sin \theta_3 = 10 \sin 200^\circ = -3.42$$

$$x_4 = V_4 \cos \theta_4 = 3 \cos 300^\circ = 1.5 \text{ y } y_4 = V_4 \sin \theta_4 = 3 \sin 300^\circ = -2.598$$



2. Sumar los vectores.

Después de haber hecho la transformación de coordenadas, el segundo paso consiste en sumar los cuatro vectores de acuerdo a la suma de vectores en coordenadas cartesianas.

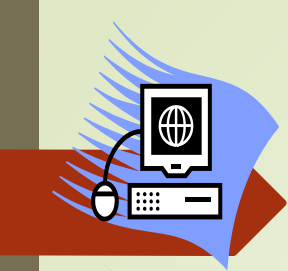
$$x_t = \sum_{i=1}^n x_i = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1.9696 - 1.7101 - 9.3969 + 1.5 = -7.6079$$

$$y_t = \sum_{i=1}^n y_i = y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 0.3473 + 4.6984 - 3.4202 - 2.598 = -0.9725$$

3. Expresar el vector resultante en coordenadas polares.

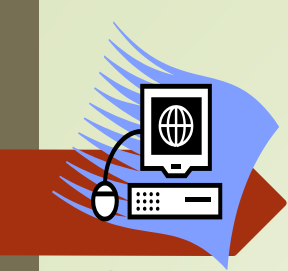
La magnitud del vector es igual a:

$$V_t = \sqrt{x_t^2 + y_t^2} = \sqrt{(-7.6079)^2 + (-0.9725)^2} = \sqrt{58.8183} = 7.67$$



Como el vector resultante se encuentra en el tercer cuadrante por tener ambas coordenadas negativas, es necesario sumar 180^0 al resultado de la aplicación de la función inversa de la tangente del cociente de la ordenada entre la abscisa del vector resultante, es decir:

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{-0.9725}{-7.6079} \right) + 180^0 = 7.2845^0 + 180^0 = 187.2845^0$$



Ejemplo 2:

Sume los siguientes vectores utilizando el método analítico para la suma de vectores.

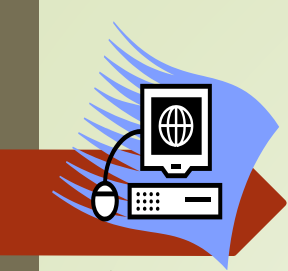
$$\vec{V}_1 = (4, 45^\circ), \vec{V}_2 = (2, 160^\circ) \text{ y } \vec{V}_3 = (1, 310^\circ).$$

1. Expresar los vectores en coordenadas cartesianas:

$$x_1 = V_1 \cos \theta_1 = 4 \cos 45^\circ = 2.828 \quad \text{y} \quad y_1 = V_1 \sin \theta_1 = 4 \sin 45^\circ = 2.828$$

$$x_2 = V_2 \cos \theta_2 = 2 \cos 160^\circ = -1.879 \quad \text{y} \quad y_2 = V_2 \sin \theta_2 = 2 \sin 160^\circ = 0.684$$

$$x_3 = V_3 \cos \theta_3 = 1 \cos 310^\circ = 0.6428 \quad \text{y} \quad y_3 = V_3 \sin \theta_3 = 1 \sin 310^\circ = -0.766$$



2. Sumar los vectores.

Después de haber hecho la transformación de coordenadas, el segundo paso consiste en sumar los tres vectores de acuerdo a la suma de vectores en coordenadas cartesianas.

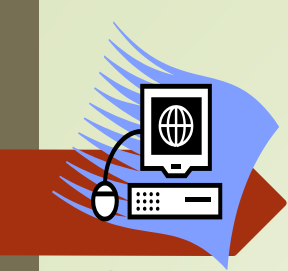
$$x_t = \sum_{i=1}^n x_i = x_1 + x_2 + x_3 = 2.8284 - 1.8794 + 0.6428 = 1.5918$$

$$y_t = \sum_{i=1}^n y_i = y_1 + y_2 + y_3 = 2.8284 + 0.6840 - 0.7660 = 2.7464$$

3. Expresar el vector resultante en coordenadas polares.

La magnitud del vector es igual a:

$$V_t = \sqrt{x_t^2 + y_t^2} = \sqrt{(1.5918)^2 + (2.7464)^2} = \sqrt{10.0765} = 3.1743$$



Como el vector resultante se encuentra en el primer cuadrante por tener ambas coordenadas positivas, no es necesario sumar algo al resultado de la aplicación de la función inversa de la tangente del cociente de la ordenada entre la abscisa del vector resultante, es decir:

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{2.7464}{1.5918} \right) = 59.90^{\circ}$$



Ejercicio 1:

Sume los siguientes vectores utilizando el método analítico para la suma de vectores.

$$\vec{V}_1 = (3, 20^\circ), \vec{V}_2 = (4, 120^\circ), \vec{V}_3 = (2, 210^\circ) \text{ y } \vec{V}_4 = (5, 330^\circ)$$

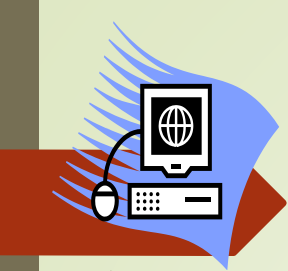
1. Expresar los vectores en coordenadas cartesianas:

$$x_1 = V_1 \cos \theta_1 = 3 \cos 20^\circ = 2.819 \text{ y } y_1 = V_1 \sin \theta_1 = 3 \sin 20^\circ = 1.026$$

$$x_2 = V_2 \cos \theta_2 = 4 \cos 120^\circ = -2.0 \text{ y } y_2 = V_2 \sin \theta_2 = 4 \sin 120^\circ = 3.464$$

$$x_3 = V_3 \cos \theta_3 = 2 \cos 210^\circ = -1.732 \text{ y } y_3 = V_3 \sin \theta_3 = 2 \sin 210^\circ = -1.0$$

$$x_4 = V_4 \cos \theta_4 = 5 \cos 330^\circ = 4.33 \text{ y } y_4 = V_4 \sin \theta_4 = 5 \sin 330^\circ = -2.5$$



2. Sumar los vectores.

Después de haber hecho la transformación de coordenadas, el segundo paso consiste en sumar los cuatro vectores de acuerdo a la suma de vectores en coordenadas cartesianas.

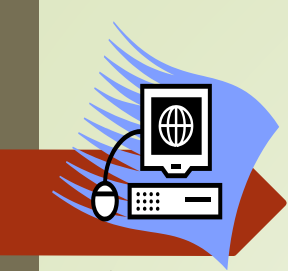
$$x_t = \sum_{i=1}^n x_i = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2.819 - 2.0 - 1.732 + 4.33 = 3.417$$

$$y_t = \sum_{i=1}^n y_i = y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 1.026 + 3.464 - 1.0 - 2.5 = 0.990$$

3. Expresar el vector resultante en coordenadas polares.

La magnitud del vector es igual a:

$$V_t = \sqrt{x_t^2 + y_t^2} = \sqrt{(3.417)^2 + (0.990)^2} = \sqrt{12.657} = 3.558$$



Como el vector resultante se encuentra en el primer cuadrante por tener ambas coordenadas positivas, no es necesario sumar algo al resultado de la aplicación de la función inversa de la tangente del cociente de la ordenada entre la abscisa del vector resultante, es decir:

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{0.990}{3.417} \right) = 16.158^{\circ}$$



Ejercicio 2:

Sume los siguientes vectores utilizando el método analítico para la suma de vectores.

$$\vec{V}_1 = (1, 50^\circ), \vec{V}_2 = (3, 140^\circ), \vec{V}_3 = (5, 240^\circ) \text{ y } \vec{V}_4 = (6, 315^\circ)$$

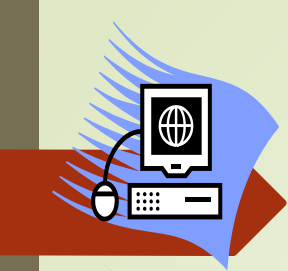
1. Expresar los vectores en coordenadas cartesianas:

$$x_1 = V_1 \cos \theta_1 = 1 \cos 50^\circ = 0.6428 \text{ y } y_1 = V_1 \sin \theta_1 = 1 \sin 50^\circ = 0.7660$$

$$x_2 = V_2 \cos \theta_2 = 3 \cos 140^\circ = -2.298 \text{ y } y_2 = V_2 \sin \theta_2 = 3 \sin 140^\circ = 1.928$$

$$x_3 = V_3 \cos \theta_3 = 5 \cos 240^\circ = -2.5 \text{ y } y_3 = V_3 \sin \theta_3 = 5 \sin 240^\circ = -4.33$$

$$x_4 = V_4 \cos \theta_4 = 6 \cos 315^\circ = 4.242 \text{ y } y_4 = V_4 \sin \theta_4 = 6 \sin 315^\circ = -4.243$$



2. Sumar los vectores.

Después de haber hecho la transformación de coordenadas, el segundo paso consiste en sumar los cuatro vectores de acuerdo a la suma de vectores en coordenadas cartesianas.

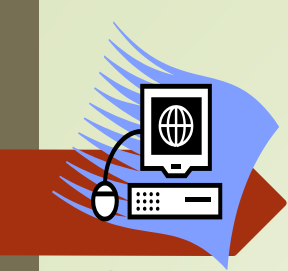
$$x_t = \sum_{i=1}^n x_i = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0.6428 - 2.2981 - 2.5 + 4.2426 = 0.08729$$

$$y_t = \sum_{i=1}^n y_i = y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 0.7660 + 1.9283 - 4.33 - 4.2426 = -5.8783$$

3. Expresar el vector resultante en coordenadas polares.

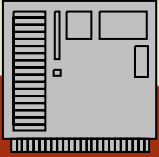
La magnitud del vector es igual a:

$$V_t = \sqrt{x_t^2 + y_t^2} = \sqrt{(0.08729)^2 + (-5.8783)^2} = \sqrt{34.5627} = 5.879$$



Como el vector resultante se encuentra en el cuarto cuadrante por tener ambas coordenadas negativas, es necesario sumar 360^0 al resultado de la aplicación de la función inversa de la tangente del cociente de la ordenada entre la abscisa del vector resultante, es decir:

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{-5.8783}{0.08729} \right) + 360^0 = -89.149^0 + 360^0 = 270.85^0$$



Atentamente:

Dr. Guillermo Becerra Córdova

Página: <http://virtual.chapingo.mx/fis>