

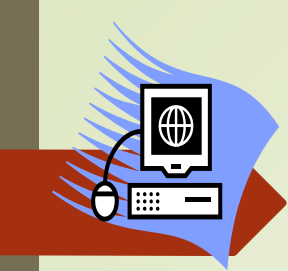


Universidad Autónoma Chapingo
Dpto. de Preparatoria Agrícola
Área de Física



“Tiro Vertical y Caída Libre”

Agosto del 2023



Tiro Vertical y Caída Libre

Si sueltas una piedra, te darás cuenta de que caerá.

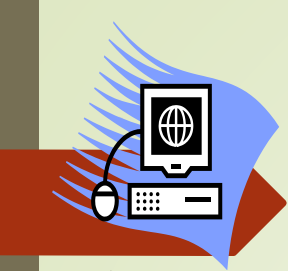
De igual forma te darás cuenta de que conforme va cayendo, la piedra va adquiriendo mayor velocidad.

En consecuencia, la velocidad de la piedra va aumentando.

Eso quiere decir que experimenta una aceleración.

Si esa aceleración es constante, entonces el movimiento es rectilíneo uniformemente variado. En consecuencia, la caída libre, al igual que el tiro vertical, es un tipo de movimiento rectilíneo uniformemente variado.

Entonces la pregunta que se haría es: ¿cuál es el valor con que cambia la velocidad?



Tiro Vertical y Caída Libre

Esta velocidad se calcula utilizando el concepto de velocidad media y la distancia que recorre la piedra para cada segundo.

La distancia o la posición que tiene un cuerpo se calcula por medio de la siguiente ecuación:

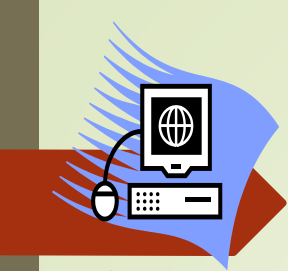
$$x = x_0 + v_m t$$

Despejando v_m , se tiene:

$$v_m = \frac{x - x_0}{t}$$

Como v_m es igual a:

$$v_m = \frac{v + v_0}{2}$$



Tiro Vertical y Caída Libre

Igualando ambas velocidades medias, se tiene:

$$\frac{v + v_0}{2} = \frac{x - x_0}{t}$$

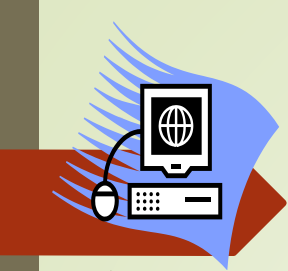
Finalmente, la velocidad final, que es la velocidad para cada instante t , es igual a:

$$v = \frac{2(x - x_0)}{t} - v_0$$

Con esta ecuación se calcula la velocidad final para cada instante conociendo la posición y el tiempo para cada posición.

Si la posición y la velocidad inicial son iguales a cero, es decir, se coloca el sistema de referencia en el momento de soltarse y se deja caer, entonces la velocidad final queda:

$$v = \frac{2x}{t}$$



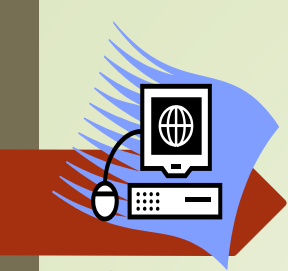
Tiro Vertical y Caída Libre

Es decir, sólo es necesario conocer la distancia o la posición del cuerpo y el tiempo que requirió para recorrerla y con ello se conocerá la velocidad final.

La siguiente tabla muestra las diferentes velocidades que lleva el cuerpo para cada instante:

$t \text{ (s)}$	$v \text{ (m/s)}$
0	0
1	9.8
2	19.6
3	29.4
4	39.2
5	49.0
6	58.8

Tabla de velocidades de un cuerpo en función
del tiempo en un movimiento de caída libre



Tiro Vertical y Caída Libre.

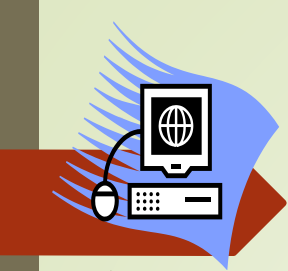
Vemos en la tabla que la diferencia de velocidades para cada instante es constante, siendo de 9.8 m/s en cada segundo. Eso quiere decir que el cambio de velocidad es constante, por lo que se considera que la caída libre es un movimiento rectilíneo uniformemente variado.

Se deben establecer algunas convenciones para las posiciones y las velocidades, al igual que la aceleración.

Si la posición está por arriba del suelo la consideraremos como positiva. En caso contrario, se debe considerar como negativa.

Si el cuerpo va para abajo, la velocidad se debe considerar como negativa, tanto la velocidad inicial como la final. En caso contrario se debe considerar como positiva.

La aceleración se debe considerar como positiva si aumenta la velocidad y negativa en caso contrario.

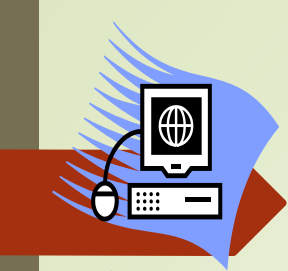


Tiro Vertical y Caída Libre

Bajo estas convenciones, las velocidades de la tabla de la velocidad del cuerpo en caída libre, deben ser negativas, es decir:

$t \text{ (s)}$	$v \text{ (m/s)}$
0	0
1	-9.8
2	-19.6
3	-29.4
4	-39.2
5	-49.0
6	-58.8

Tabla de velocidades de un cuerpo en función del tiempo en un movimiento de caída libre



Tiro Vertical y Caída Libre.

Como la caída libre es un movimiento rectilíneo uniformemente variado, entonces la aceleración de la gravedad se calcula con la ecuación para este tipo de movimientos, es decir:

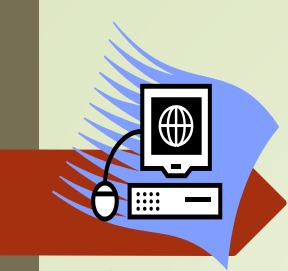
$$g = \frac{v - v_0}{t}$$

Donde: g es la aceleración de la gravedad;

v es la velocidad al instante t ;

v_0 es la velocidad del cuerpo en el momento de accionar el cronómetro;

t es el tiempo que lleva moviéndose el cuerpo.



Tiro Vertical y Caída Libre

Al sustituir las velocidades que lleva el cuerpo para cada instante, en la ecuación que calcula la aceleración de la gravedad, se tiene:

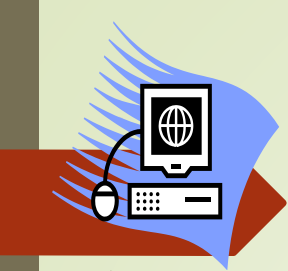
$$g = \frac{v - v_0}{t} = \frac{-9.8 \text{ m/s} - 0 \text{ m/s}}{1 \text{ s}} = \frac{-9.8 \text{ m/s}}{1 \text{ s}} = -9.8 \text{ m/s}^2$$

$$g = \frac{v - v_0}{t} = \frac{-19.6 \text{ m/s} - 0 \text{ m/s}}{2 \text{ s}} = \frac{-19.6 \text{ m/s}}{2 \text{ s}} = -9.8 \text{ m/s}^2$$

$$g = \frac{v - v_0}{t} = \frac{-29.4 \text{ m/s} - 0 \text{ m/s}}{3 \text{ s}} = \frac{-29.4 \text{ m/s}}{3 \text{ s}} = -9.8 \text{ m/s}^2$$

$$g = \frac{v - v_0}{t} = \frac{-39.2 \text{ m/s} - 0 \text{ m/s}}{4 \text{ s}} = \frac{-39.2 \text{ m/s}}{4 \text{ s}} = -9.8 \text{ m/s}^2$$

Vemos que en todos los casos la aceleración de la gravedad es de -9.8 m/s^2 .



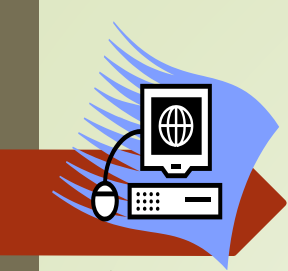
Tiro Vertical y Caída Libre

Se debe comentar que, aunque físicamente la velocidad aumenta, si el cuerpo baja entonces la aceleración se debe considerar como negativa. Y matemáticamente mientras más negativa sea una cantidad, más pequeña es.

Consideremos ahora el caso en que el cuerpo es lanzado con una velocidad de 30 m/s hacia arriba. La tabla siguiente muestra las velocidades conforme sube el cuerpo.

t (s)	v (m/s)
0	30
1	20.2
2	10.4
3	0.6
4	-9.2
5	-19.0

Vemos en la tabla que la velocidad del cuerpo es de 30 m/s en el momento de accionar el cronómetro.



Tiro Vertical y Caída Libre

Es decir, el cuerpo se lanza hacia arriba.

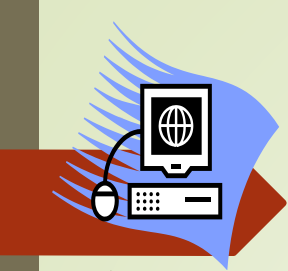
Observe también en la tabla que a partir de cierto momento la velocidad es negativa, esto indica que, a partir de ese instante, el cuerpo comienza su descenso.

Debemos recordar que la velocidad del cuerpo se calculó por medio de la siguiente ecuación:

$$v = \frac{2(x - x_0)}{t} - v_0$$

Donde la velocidad inicial del cuerpo ya no es cero porque se lanzó hacia arriba.

Para el caso de la posición inicial, se considera igual a cero si colocamos el origen del sistema de referencia justo en el lugar donde fue lanzado el cuerpo.



Tiro Vertical y Caída Libre

Al sustituir las velocidades que lleva el cuerpo para cada instante, en la ecuación que calcula la aceleración de la gravedad, se tiene:

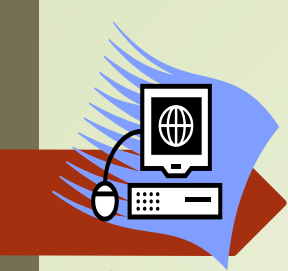
$$g = \frac{v - v_0}{t} = \frac{20.2 \text{ m/s} - 30 \text{ m/s}}{1 \text{ s}} = \frac{-9.8 \text{ m/s}}{1 \text{ s}} = -9.8 \text{ m/s}^2$$

$$g = \frac{v - v_0}{t} = \frac{10.4 \text{ m/s} - 30 \text{ m/s}}{2 \text{ s}} = \frac{-19.6 \text{ m/s}}{2 \text{ s}} = -9.8 \text{ m/s}^2$$

$$g = \frac{v - v_0}{t} = \frac{0.6 \text{ m/s} - 30 \text{ m/s}}{3 \text{ s}} = \frac{-29.4 \text{ m/s}}{3 \text{ s}} = -9.8 \text{ m/s}^2$$

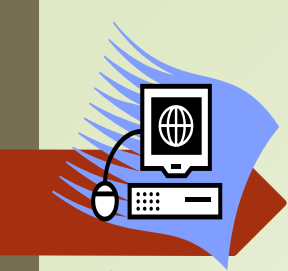
$$g = \frac{v - v_0}{t} = \frac{-9.2 \text{ m/s} - 30 \text{ m/s}}{4 \text{ s}} = \frac{-39.2 \text{ m/s}}{4 \text{ s}} = -9.8 \text{ m/s}^2$$

Vemos que en todos los casos la aceleración de la gravedad es de -9.8 m/s^2 .



Tiro Vertical y Caída Libre

De esta forma se concluye que la aceleración de la gravedad es de -9.8 m/s^2 , independientemente de que vaya subiendo o bajando el cuerpo.



Tiro Vertical y Caída Libre

Como la caída libre y el tiro vertical son movimientos rectilíneos uniformemente variados, entonces se pueden utilizar todas las ecuaciones relacionadas con este movimiento, sólo con la condición de que se debe sustituir la aceleración por la aceleración de la gravedad, es decir:

$$g = \frac{v - v_0}{t}$$

$$v_m = \frac{v + v_0}{2}$$

$$x = x_0 + v_m t = x_0 + \left(\frac{v + v_0}{2} \right) t$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{gt^2}{2}$$

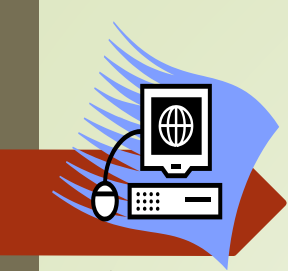
$$x = x_0 + vt - g t^2 / 2$$

$$x = x_0 + \left(\frac{v^2 - v_0^2}{2g} \right)$$

Donde: x Es la posición del cuerpo al instante t , x_0 Es la posición inicial,

v Es la velocidad del cuerpo en el instante t , v_0 Es la velocidad inicial,

g Es la aceleración de la gravedad y t Es el tiempo de movimiento.



Tiro Vertical y Caída Libre

Ejemplo 1:

Desde lo alto de un edificio de 50 metros de altura se deja caer un objeto. Calcule: a) la velocidad con la que llega al suelo, b) el tiempo que tarda en llegar, c) la velocidad que lleva a los 25 metros de altura y d) el tiempo que tarda en llegar a esa altura.

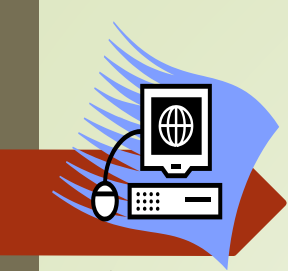
Solución:

Si colocamos nuestro sistema de referencia en el suelo, la posición inicial del cuerpo es de 50 metros y se considera la velocidad inicial del cuerpo como cero porque se deja soltar. En consecuencia, el tiempo con la que llega al suelo se puede calcular por medio de la siguiente ecuación:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{gt^2}{2}$$

Como la posición del cuerpo es igual a cero en el momento en que llega al suelo, se tiene:

$$0 = 50 \text{ m} + (0)t + \frac{gt^2}{2}$$



Tiro Vertical y Caída Libre

Ejemplo 1:

Desde lo alto de un edificio de 50 metros de altura se deja caer un objeto. Calcule: a) la velocidad con la que llega al suelo, b) el tiempo que tarda en llegar, c) la velocidad que lleva a los 25 metros de altura y d) el tiempo que tarda en llegar a esa altura.

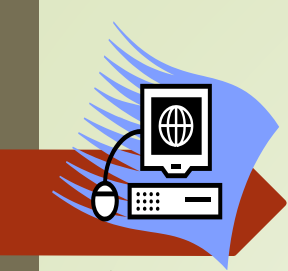
Despejando:

$$t = \sqrt{\frac{2(-50 \text{ m})}{g}} = \sqrt{\frac{2(-50 \text{ m})}{-9.8 \text{ m/s}^2}} = 3.19 \text{ s}$$

Que es el tiempo que tarda en llegar al suelo.

Para calcular la velocidad con la que llega al suelo, hacemos uso de la ecuación para la velocidad media:

$$x = x_0 + v_m t = x_0 + \left(\frac{v + v_0}{2} \right) t$$



Tiro Vertical y Caída Libre

Ejemplo 1:

Desde lo alto de un edificio de 50 metros de altura se deja caer un objeto. Calcule: a) la velocidad con la que llega al suelo, b) el tiempo que tarda en llegar, c) la velocidad que lleva a los 25 metros de altura y d) el tiempo que tarda en llegar a esa altura.

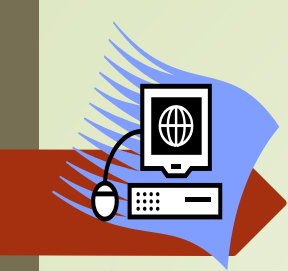
Despejando la velocidad final, se tiene:

$$v = \frac{2(x - x_0)}{t} - v_0$$

Sustituyendo:

$$v = -0 + \frac{2(0 - 50 \text{ m})}{3.19 \text{ s}} = \frac{-100 \text{ m}}{3.19 \text{ s}} = -31.30 \frac{\text{m}}{\text{s}} = -112.697 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Vemos que la velocidad es negativa debido a que va cayendo el cuerpo. También vemos que la velocidad con la que llega el cuerpo es mayor a 100 km/h.



Tiro Vertical y Caída Libre

Ejemplo 1:

Desde lo alto de un edificio de 50 metros de altura se deja caer un objeto. Calcule: a) la velocidad con la que llega al suelo, b) el tiempo que tarda en llegar, c) la velocidad que lleva a los 25 metros de altura y d) el tiempo que tarda en llegar a esa altura.

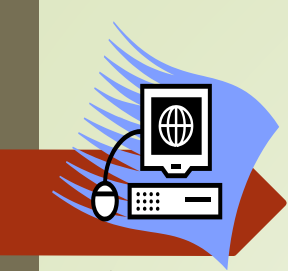
Para calcular la velocidad que lleva el cuerpo a los 25 metros de altura, se hace uso de la siguiente ecuación:

$$x = x_0 + \left(\frac{v^2 - v_0^2}{2g} \right)$$

Despejando y sustituyendo:

$$v = -\sqrt{2g(x - x_0) + v_0^2} = -\sqrt{2\left(-9.8 \frac{m}{s^2}\right)(25\text{ m} - 50\text{ m}) + (0)} = -22.136\text{ m/s}$$

Se escoge el signo negativo de la raíz cuadrada porque el cuerpo va cayendo.



Tiro Vertical y Caída Libre.

Ejemplo 1:

Desde lo alto de un edificio de 50 metros de altura se deja caer un objeto. Calcule: a) la velocidad con la que llega al suelo, b) el tiempo que tarda en llegar, c) la velocidad que lleva a los 25 metros de altura y d) el tiempo que tarda en llegar a esa altura.

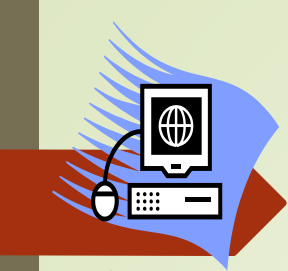
Si se quisiera calcular el tiempo que tarda en llegar a los 25 metros de altura, se utiliza la ecuación para la velocidad media:

$$x = x_0 + v_m t = x_0 + \left(\frac{v + v_0}{2} \right) t$$

Despejando el tiempo y sustituyendo los datos de las posiciones y las velocidades, se tiene:

$$t = \frac{2(x - x_0)}{v + v_0} = \frac{2(25 \text{ m} - 50 \text{ m})}{-22.136 \text{ m/s} + 0} = \frac{-50 \text{ m}}{-22.136 \text{ m/s}} = 2.26 \text{ s}$$

Que es el tiempo que tarda el cuerpo en alcanzar la altura de 25 metros.



Tiro Vertical y Caída Libre

Ejercicio 1:

Desde lo alto de un edificio de 70 metros de altura se deja caer un objeto. Calcule: a) la velocidad con la que llega al suelo, b) el tiempo que tarda en llegar, c) la velocidad que lleva a los 40 metros de altura y d) el tiempo que tarda en llegar a esa altura.

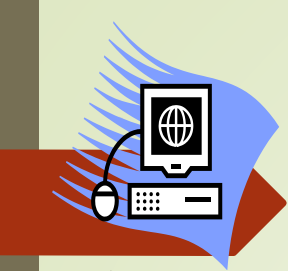
Solución:

Si colocamos nuestro sistema de referencia en el suelo, la posición inicial del cuerpo es de 70 metros y se considera la velocidad inicial del cuerpo es cero porque se deja soltar. En consecuencia, el tiempo con la llega al suelo se puede calcular por medio de la siguiente ecuación:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{gt^2}{2}$$

Como la posición del cuerpo es igual a cero en el momento en que llega al suelo, se tiene:

$$0 = 70 \text{ m} + (0)t + \frac{gt^2}{2}$$



Tiro Vertical y Caída Libre

Ejercicio 1:

Desde lo alto de un edificio de 70 metros de altura se deja caer un objeto. Calcule: a) la velocidad con la que llega al suelo, b) el tiempo que tarda en llegar, c) la velocidad que lleva a los 40 metros de altura y d) el tiempo que tarda en llegar a esa altura.

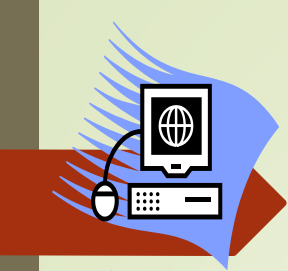
Despejando:

$$t = \sqrt{\frac{2(-70 \text{ m})}{g}} = \sqrt{\frac{2(-70 \text{ m})}{-9.8 \text{ m/s}^2}} = 3.78 \text{ s}$$

Que es el tiempo que tarda en llegar al suelo.

Para calcular la velocidad con la que llega al suelo, hacemos uso de la ecuación para la velocidad media:

$$x = x_0 + v_m t = x_0 + \left(\frac{v + v_0}{2} \right) t$$



Tiro Vertical y Caída Libre

Ejercicio 1:

Desde lo alto de un edificio de 70 metros de altura se deja caer un objeto. Calcule: a) la velocidad con la que llega al suelo, b) el tiempo que tarda en llegar, c) la velocidad que lleva a los 40 metros de altura y d) el tiempo que tarda en llegar a esa altura.

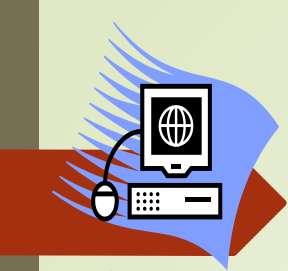
Despejando la velocidad final, se tiene:

$$v = \frac{2(x - x_0)}{t} - v_0$$

Sustituyendo:

$$v = \frac{2(0 - 70 \text{ m})}{3.78 \text{ s}} - 0 = \frac{-140 \text{ m}}{3.78 \text{ s}} = -37.04 \frac{\text{m}}{\text{s}} = -133.34 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Vemos que la velocidad es negativa debido a que va cayendo el cuerpo. También vemos que la velocidad con la que llega el cuerpo es mayor a 100 km/h.



Tiro Vertical y Caída Libre

Ejercicio 1:

Desde lo alto de un edificio de 70 metros de altura se deja caer un objeto. Calcule: a) la velocidad con la que llega al suelo, b) el tiempo que tarda en llegar, c) la velocidad que lleva a los 40 metros de altura y d) el tiempo que tarda en llegar a esa altura.

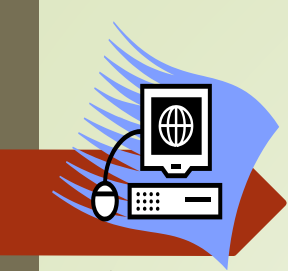
Para calcular la velocidad que lleva el cuerpo a los 40 metros de altura, se hace uso de la siguiente ecuación:

$$x = x_0 + \left(\frac{v^2 - v_0^2}{2g} \right)$$

Despejando y sustituyendo:

$$v = -\sqrt{2g(x - x_0) + v_0^2} = -\sqrt{2 \left(-9.8 \frac{m}{s^2} \right) (40 \text{ m} - 70 \text{ m}) + (0)} = -24.25 \text{ m/s}$$

Se escoge el signo negativo de la raíz cuadrada porque el cuerpo va cayendo.



Tiro Vertical y Caída Libre

Ejercicio 1:

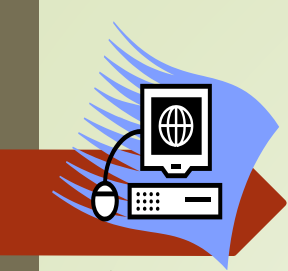
Desde lo alto de un edificio de 70 metros de altura se deja caer un objeto. Calcule: a) la velocidad con la que llega al suelo, b) el tiempo que tarda en llegar, c) la velocidad que lleva a los 40 metros de altura y d) el tiempo que tarda en llegar a esa altura.

Si se quisiera calcular el tiempo que tarda en llegar a los 40 metros de altura, se utiliza la ecuación para la velocidad media:

$$x = x_0 + v_m t = x_0 + \left(\frac{v + v_0}{2} \right) t$$

Despejando el tiempo y sustituyendo, se tiene:

$$t = \frac{2(x - x_0)}{v + v_0} = \frac{2(40 \text{ m} - 70 \text{ m})}{-24.25 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 0} = 2.47 \text{ s}$$



Tiro Vertical y Caída Libre

Ejemplo 2:

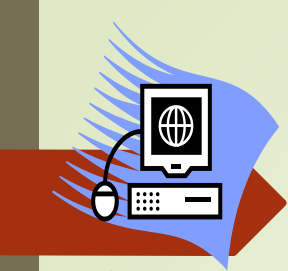
Desde un edificio de 30 m de altura se lanza un objeto hacia arriba con una velocidad de 20 m/s. Calcule: a) La altura máxima que alcanza, b) el tiempo que tarda en llegar a la altura máxima, c) La velocidad con la que llega al suelo y d) El tiempo que tarda en llegar al suelo.

Solución:

Si colocamos nuestro sistema de referencia en el suelo, la posición inicial del cuerpo es de 30 metros y se considera la velocidad inicial del cuerpo como 20 m/s. En consecuencia, para calcular la altura máxima que alcanza el cuerpo se utiliza la siguiente ecuación:

$$x = x_0 + \left(\frac{v^2 - v_0^2}{2g} \right)$$

Al alcanzar la altura máxima, el cuerpo no sube más, por lo que su velocidad en ese instante es igual a cero.



Tiro Vertical y Caída Libre

Ejemplo 2:

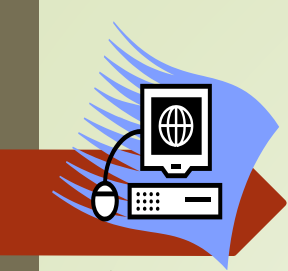
Desde un edificio de 30 m de altura se lanza un objeto hacia arriba con una velocidad de 20 m/s. Calcule: a) La altura máxima que alcanza, b) el tiempo que tarda en llegar a la altura máxima, c) La velocidad con la que llega al suelo y d) El tiempo que tarda en llegar al suelo.

Solución:

Estos datos son suficientes para calcular la altura máxima. Sustituyendo en la ecuación anterior, se tiene:

$$\begin{aligned}x &= x_0 + \left(\frac{v^2 - v_0^2}{2g} \right) = 30 \text{ m} + \left(\frac{(0) - (20 \text{ m/s})^2}{2(-9.8 \text{ m/s}^2)} \right) = 30 \text{ m} + \frac{-400 \text{ m}^2/\text{s}^2}{-19.6 \text{ m/s}^2} \\&= 30 \text{ m} + 20.40 \text{ m} = 50.40 \text{ m}\end{aligned}$$

De esta forma, la altura máxima alcanzada por el cuerpo es de 50.40 metros



Tiro Vertical y Caída Libre

Ejemplo 2:

Desde un edificio de 30 m de altura se lanza un objeto hacia arriba con una velocidad de 20 m/s. Calcule: a) La altura máxima que alcanza, b) el tiempo que tarda en llegar a la altura máxima, c) La velocidad con la que llega al suelo y d) El tiempo que tarda en llegar al suelo.

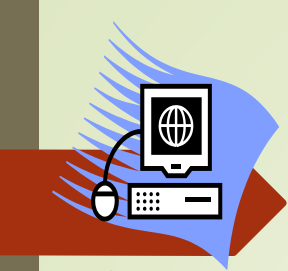
Solución:

Para calcular el tiempo que tarda en alcanzar la altura máxima, se utiliza la ecuación para la velocidad media:

$$x = x_0 + \left(\frac{v + v_0}{2} \right) t$$

Despejando el tiempo y sustituyendo los datos, se tiene:

$$t = \frac{2(x - x_0)}{v + v_0} = \frac{2(50.40 \text{ m} - 30 \text{ m})}{0 + 20 \text{ m/s}} = \frac{40.80 \text{ m}}{20 \text{ m/s}} = 2.04 \text{ s}$$



Tiro Vertical y Caída Libre

Ejemplo 2:

Desde un edificio de 30 m de altura se lanza un objeto hacia arriba con una velocidad de 20 m/s. Calcule: a) La altura máxima que alcanza, b) el tiempo que tarda en llegar a la altura máxima, c) La velocidad con la que llega al suelo y d) El tiempo que tarda en llegar al suelo.

Solución:

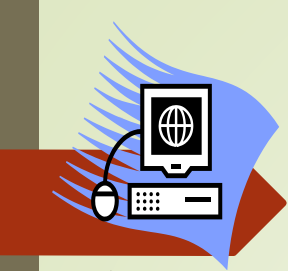
Para calcular la velocidad con la que el cuerpo llega al suelo, utilizamos la siguiente ecuación:

$$x = x_0 + \left(\frac{v^2 - v_0^2}{2g} \right)$$

Despejando la velocidad y sustituyendo, se tiene:

$$v = -\sqrt{2g(x - x_0) + v_0^2} = -\sqrt{2\left(-9.8 \frac{m}{s^2}\right)(0 - 30 m) + (20 m/s)^2} = -31.43 m/s$$

Se toma el signo negativo de la raíz porque el cuerpo iba de bajada.



Tiro Vertical y Caída Libre

Ejemplo 2:

Desde un edificio de 30 m de altura se lanza un objeto hacia arriba con una velocidad de 20 m/s. Calcule: a) La altura máxima que alcanza, b) el tiempo que tarda en llegar a la altura máxima, c) La velocidad con la que llega al suelo y d) El tiempo que tarda en llegar al suelo.

Solución:

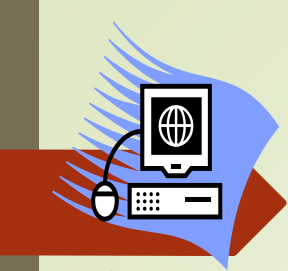
Para calcular el tiempo que tarda en llegar al suelo, utilizamos la ecuación para la velocidad media, es decir:

$$x = x_0 + \left(\frac{v + v_0}{2} \right) t$$

Despejando el tiempo y sustituyendo los datos, tenemos:

$$t = \frac{2(x - x_0)}{v + v_0} = \frac{2(0 \text{ m} - 30 \text{ m})}{-31.43 \text{ m/s} + 20 \text{ m/s}} = \frac{-60 \text{ m}}{-11.43 \text{ m/s}} = 5.25 \text{ s}$$

Que es el tiempo que tarda en llegar al suelo.



Tiro Vertical y Caída Libre

Ejercicio 2:

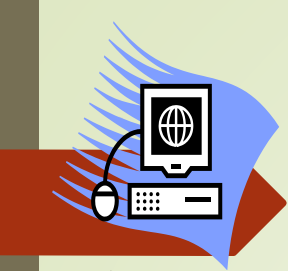
Desde un edificio de 40 m de altura se lanza un objeto hacia arriba con una velocidad de 30 m/s. Calcule: a) La altura máxima que alcanza, b) El tiempo que tarda en llegar a la altura máxima, c) La velocidad con la que llega al suelo y d) El tiempo que tarda en llegar al suelo.

Solución:

Si colocamos nuestro sistema de referencia en el suelo, la posición inicial del cuerpo es de 40 metros y se considera la velocidad inicial del cuerpo como 30 m/s. En consecuencia, para calcular la altura máxima que alcanza el cuerpo se utiliza la siguiente ecuación:

$$x = x_0 + \left(\frac{v^2 - v_0^2}{2g} \right)$$

Al alcanzar la altura máxima, el cuerpo no sube más, por lo que su velocidad en ese instante es igual a cero.



Tiro Vertical y Caída Libre

Ejercicio 2:

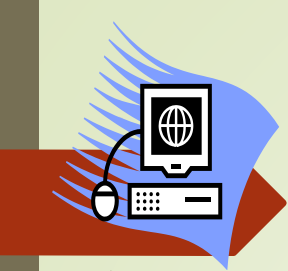
Desde un edificio de 40 m de altura se lanza un objeto hacia arriba con una velocidad de 30 m/s. Calcule: a) La altura máxima que alcanza, b) el tiempo que tarda en llegar a la altura máxima, c) La velocidad con la que llega al suelo y d) El tiempo que tarda en llegar al suelo.

Solución:

Estos datos son suficientes para calcular la altura máxima. Sustituyendo en la ecuación anterior, se tiene:

$$\begin{aligned}x &= x_0 + \left(\frac{v^2 - v_0^2}{2g} \right) = 40 \text{ m} + \left(\frac{(0) - (30 \text{ m/s})^2}{2(-9.8 \text{ m/s}^2)} \right) = 40 \text{ m} + \frac{-900 \text{ m}^2/\text{s}^2}{-19.6 \text{ m/s}^2} \\&= 40 \text{ m} + 45.92 \text{ m} = 85.92 \text{ m}\end{aligned}$$

De esta forma, la altura máxima alcanzada por el cuerpo es de 85.92 metros.



Tiro Vertical y Caída Libre

Ejercicio 2:

Desde un edificio de 40 m de altura se lanza un objeto hacia arriba con una velocidad de 30 m/s. Calcule: a) La altura máxima que alcanza, b) el tiempo que tarda en llegar a la altura máxima, c) La velocidad con la que llega al suelo y d) El tiempo que tarda en llegar al suelo.

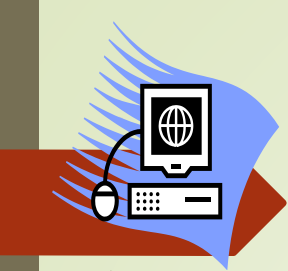
Solución:

Para calcular el tiempo que tarda en alcanzar la altura máxima, se utiliza la ecuación para la velocidad media:

$$x = x_0 + \left(\frac{v + v_0}{2} \right) t$$

Despejando el tiempo y sustituyendo los datos, se tiene:

$$t = \frac{2(x - x_0)}{v + v_0} = \frac{2(85.92 \text{ m} - 40 \text{ m})}{0 + 30 \text{ m/s}} = \frac{91.84 \text{ m}}{30 \text{ m/s}} = 3.06 \text{ s}$$



Tiro Vertical y Caída Libre

Ejercicio 2:

Desde un edificio de 40 m de altura se lanza un objeto hacia arriba con una velocidad de 30 m/s. Calcule: a) La altura máxima que alcanza, b) el tiempo que tarda en llegar a la altura máxima, c) La velocidad con la que llega al suelo y d) El tiempo que tarda en llegar al suelo.

Solución:

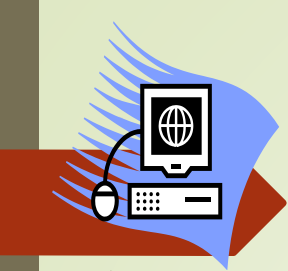
Para calcular la velocidad con la que el cuerpo llega al suelo, utilizamos la siguiente ecuación:

$$x = x_0 + \left(\frac{v^2 - v_0^2}{2g} \right)$$

Despejando la velocidad y sustituyendo, se tiene:

$$v = -\sqrt{2g(x - x_0) + v_0^2} = -\sqrt{2\left(-9.8 \frac{m}{s^2}\right)(0 - 40 m) + (30 m/s)^2} = -41.03 m/s$$

Se toma el signo negativo de la raíz porque el cuerpo iba de bajada.



Tiro Vertical y Caída Libre

Ejercicio 2:

Desde un edificio de 40 m de altura se lanza un objeto hacia arriba con una velocidad de 30 m/s. Calcule: a) La altura máxima que alcanza, b) el tiempo que tarda en llegar a la altura máxima, c) La velocidad con la que llega al suelo y d) El tiempo que tarda en llegar al suelo.

Solución:

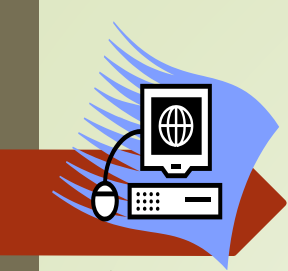
Para calcular el tiempo que tarda en llegar al suelo, utilizamos la ecuación para la velocidad media, es decir:

$$x = x_0 + \left(\frac{v + v_0}{2} \right) t$$

Despejando el tiempo y sustituyendo los datos, tenemos:

$$t = \frac{2(x - x_0)}{v + v_0} = \frac{2(0 \text{ m} - 40 \text{ m})}{-41.03 \text{ m/s} + 30 \text{ m/s}} = \frac{-80 \text{ m}}{-11.03 \text{ m/s}} = 7.25 \text{ s}$$

Que es el tiempo que tarda en llegar al suelo.



Tiro Vertical y Caída Libre

Ejemplo 3:

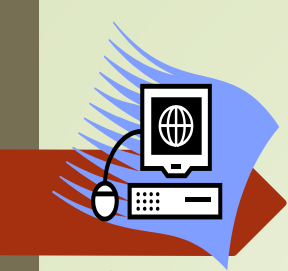
Desde un edificio de 50 m de altura se lanza un objeto hacia abajo con una velocidad de 20 m/s. Calcule: a) El tiempo que tarda en llegar al suelo, b) La velocidad con la que llega al suelo, c) El tiempo que tarda en llegar a 15 m de altura y d) La velocidad a esa altura.

Solución:

Si colocamos nuestro sistema de referencia en el suelo, la posición inicial del cuerpo sería de 50 metros y se consideraría la velocidad inicial del cuerpo como -20 m/s por lanzarse hacia abajo. En consecuencia, para calcular el tiempo que tarda en llegar al suelo, se utiliza la ecuación de la posición en función del tiempo:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{gt^2}{2}$$

Para el caso en que el cuerpo se encuentre en el suelo, su posición sería igual a cero.



Tiro Vertical y Caída Libre

Ejemplo 3:

Desde un edificio de 50 m de altura se lanza un objeto hacia abajo con una velocidad de 20 m/s. Calcule: a) El tiempo que tarda en llegar al suelo, b) La velocidad con la que llega al suelo, c) El tiempo que tarda en llegar a 15 m de altura y d) La velocidad a esa altura.

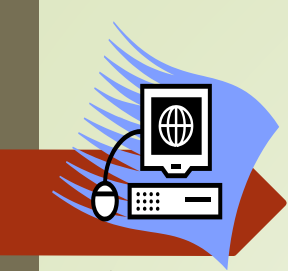
Solución:

Sustituyendo los valores en la ecuación anterior, se tiene:

$$x = 50 \text{ m} + \left(-20 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) t - \left(4.9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) t^2 = 0$$

Esta es una ecuación de segundo grado, la cual se resuelve por la fórmula general.

$$t = \frac{-\left(-20 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \pm \sqrt{\left(-20 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - 4\left(-4.9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(50 \text{ m})}}{2\left(-4.9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)} = \frac{20 \text{ m/s} \pm \sqrt{1380 \text{ m}^2/\text{s}^2}}{-9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \frac{20 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 37.15 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{-9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 1.75 \text{ s}$$



Tiro Vertical y Caída Libre

Ejemplo 3:

Desde un edificio de 50 m de altura se lanza un objeto hacia abajo con una velocidad de 20 m/s. Calcule: a) El tiempo que tarda en llegar al suelo, b) La velocidad con la que llega al suelo, c) El tiempo que tarda en llegar a 15 m de altura y d) La velocidad a esa altura.

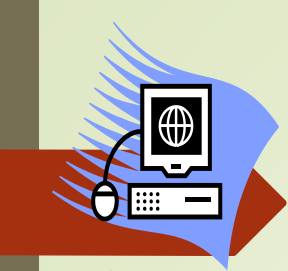
Solución:

Para calcular la velocidad con la que llega al suelo, se utiliza la siguiente ecuación:

$$x = x_0 + \left(\frac{v + v_0}{2} \right) t$$

Despejando la velocidad y sustituyendo los datos, se tiene:

$$v = \frac{2(x - x_0)}{t} - v_0 = \frac{2(0 - 50 \text{ m})}{1.75 \text{ s}} - \left(-20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) = \frac{-100 \text{ m}}{1.75 \text{ s}} + 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} = -37.14 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



Tiro Vertical y Caída Libre

Ejemplo 3:

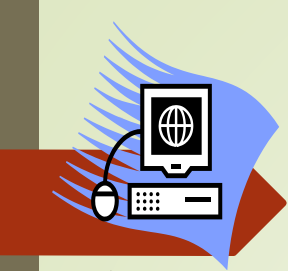
Desde un edificio de 50 m de altura se lanza un objeto hacia abajo con una velocidad de 20 m/s. Calcule: a) El tiempo que tarda en llegar al suelo, b) La velocidad con la que llega al suelo, c) El tiempo que tarda en llegar a 15 m de altura y d) La velocidad a esa altura.

Solución:

Si colocamos nuestro sistema de referencia en el suelo, la posición inicial del cuerpo sería de 50 metros y se consideraría la velocidad inicial del cuerpo como -20 m/s por lanzarse hacia abajo. En consecuencia, para calcular el tiempo que tarda en llegar a la altura de 15 metros del suelo, se utiliza la ecuación de la posición en función del tiempo:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{gt^2}{2}$$

Para este caso la posición final del cuerpo es de 15 m.



Tiro Vertical y Caída Libre

Ejemplo 3:

Desde un edificio de 50 m de altura se lanza un objeto hacia abajo con una velocidad de 20 m/s. Calcule: a) El tiempo que tarda en llegar al suelo, b) La velocidad con la que llega al suelo, c) El tiempo que tarda en llegar a 15 m de altura y d) La velocidad a esa altura.

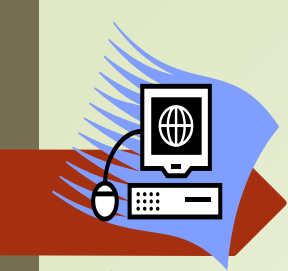
Solución:

Sustituyendo los valores en la ecuación anterior, se tiene:

$$x = 50 \text{ m} + \left(-20 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) t - \left(4.9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) t^2 = 15 \text{ m}$$

Esta es una ecuación de segundo grado, la cual se resuelve por la fórmula general.

$$t = \frac{-\left(-20 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \pm \sqrt{\left(-20 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - 4\left(-4.9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(35 \text{ m})}}{2\left(-4.9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)} = \frac{20 \text{ m/s} \pm \sqrt{1086 \text{ m}^2/\text{s}^2}}{-9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \frac{20 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 32.95 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{-9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 1.32 \text{ s}$$



Tiro Vertical y Caída Libre

Ejemplo 3:

Desde un edificio de 50 m de altura se lanza un objeto hacia abajo con una velocidad de 20 m/s. Calcule: a) El tiempo que tarda en llegar al suelo, b) La velocidad con la que llega al suelo, c) El tiempo que tarda en llegar a 15 m de altura y d) La velocidad a esa altura.

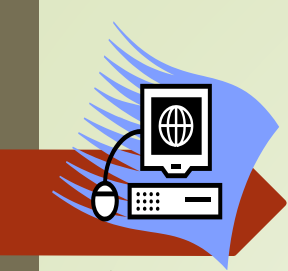
Solución:

Para calcular la velocidad con la que llega al suelo, se utiliza la siguiente ecuación:

$$x = x_0 + \left(\frac{v + v_0}{2} \right) t$$

Despejando la velocidad y sustituyendo los datos, se tiene:

$$v = \frac{2(x - x_0)}{t} - v_0 = \frac{2(15 \text{ m} - 50 \text{ m})}{1.32 \text{ s}} - \left(-20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) = \frac{-70 \text{ m}}{1.32 \text{ s}} + 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} = -33.03 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



Tiro Vertical y Caída Libre

Ejercicio 3:

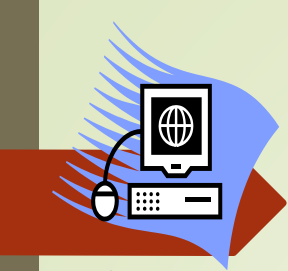
Desde un edificio de 60 m de altura se lanza un objeto hacia abajo con una velocidad de 10 m/s. Calcule: a) El tiempo que tarda en llegar al suelo, b) La velocidad con la que llega al suelo, c) El tiempo que tarda en llegar a 15 m de altura y d) La velocidad a esa altura.

Solución:

Si colocamos nuestro sistema de referencia en el suelo, la posición inicial del cuerpo sería de 60 metros y se consideraría la velocidad inicial del cuerpo como -10 m/s por lanzarse hacia abajo. En consecuencia, para calcular el tiempo que tarda en llegar al suelo, se utiliza la ecuación de la posición en función del tiempo:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{gt^2}{2}$$

Para el caso en que el cuerpo se encuentre en el suelo, su posición sería igual a cero.



Tiro Vertical y Caída Libre

Ejercicio 3:

Desde un edificio de 60 m de altura se lanza un objeto hacia abajo con una velocidad de 10 m/s. Calcule: a) El tiempo que tarda en llegar al suelo, b) La velocidad con la que llega al suelo, c) El tiempo que tarda en llegar a 15 m de altura y d) La velocidad a esa altura.

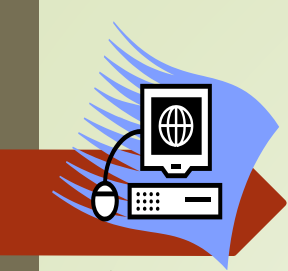
Solución:

Sustituyendo los valores en la ecuación anterior, se tiene:

$$x = 60 \text{ m} + \left(-10 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) t - \left(4.9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) t^2 = 0$$

Esta es una ecuación de segundo grado, la cual se resuelve por la ecuación general.

$$t = \frac{-\left(-10 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \pm \sqrt{\left(-10 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - 4\left(-4.9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(60 \text{ m})}}{2\left(-4.9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)} = \frac{10 \text{ m/s} \pm \sqrt{1276 \text{ m}^2/\text{s}^2}}{-9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \frac{10 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 35.72 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{-9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 2.62 \text{ s}$$



Tiro Vertical y Caída Libre

Ejercicio 3:

Desde un edificio de 60 m de altura se lanza un objeto hacia abajo con una velocidad de 10 m/s. Calcule: a) El tiempo que tarda en llegar al suelo, b) La velocidad con la que llega al suelo, c) El tiempo que tarda en llegar a 15 m de altura y d) La velocidad a esa altura.

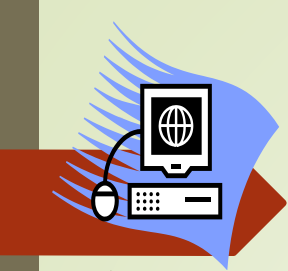
Solución:

Para calcular la velocidad con la que llega al suelo, se utiliza la siguiente ecuación:

$$x = x_0 + \left(\frac{v + v_0}{2} \right) t$$

Despejando la velocidad y sustituyendo los datos, se tiene:

$$v = \frac{2(x - x_0)}{t} - v_0 = \frac{2(0 - 60 \text{ m})}{2.62 \text{ s}} - \left(-10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) = \frac{-120 \text{ m}}{2.62 \text{ s}} + 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} = -35.80 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



Tiro Vertical y Caída Libre

Ejercicio 3:

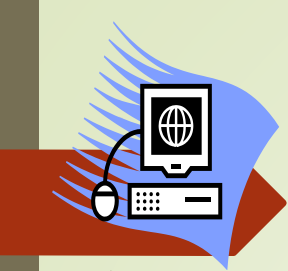
Desde un edificio de 60 m de altura se lanza un objeto hacia abajo con una velocidad de 10 m/s. Calcule: a) El tiempo que tarda en llegar al suelo, b) La velocidad con la que llega al suelo, c) El tiempo que tarda en llegar a 15 m de altura y d) La velocidad a esa altura.

Solución:

Si colocamos nuestro sistema de referencia en el suelo, la posición inicial del cuerpo sería de 60 metros y se consideraría la velocidad inicial del cuerpo como -10 m/s por lanzarse hacia abajo. En consecuencia, para calcular el tiempo que tarda en llegar a la altura de 15 metros del suelo, se utiliza la ecuación de la posición en función del tiempo:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{gt^2}{2}$$

Para este caso la posición final del cuerpo es de 15 m.



Tiro Vertical y Caída Libre

Ejercicio 3:

Desde un edificio de 60 m de altura se lanza un objeto hacia abajo con una velocidad de 10 m/s. Calcule: a) El tiempo que tarda en llegar al suelo, b) La velocidad con la que llega al suelo, c) El tiempo que tarda en llegar a 15 m de altura y d) La velocidad a esa altura.

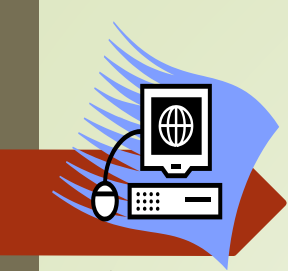
Solución:

Sustituyendo los valores en la ecuación anterior, se tiene:

$$x = 60 \text{ m} + \left(-10 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) t - \left(4.9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) t^2 = 15 \text{ m}$$

Esta es una ecuación de segundo grado, la cual se resuelve por la ecuación general.

$$t = \frac{-\left(-10 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \pm \sqrt{\left(-10 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - 4\left(-4.9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(45 \text{ m})}}{2\left(-4.9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)} = \frac{10 \text{ m/s} \pm \sqrt{982 \text{ m}^2/\text{s}^2}}{-9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \frac{10 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 31.336 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{-9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 2.177 \text{ s}$$



Tiro Vertical y Caída Libre

Ejercicio 3:

Desde un edificio de 60 m de altura se lanza un objeto hacia abajo con una velocidad de 10 m/s. Calcule: a) El tiempo que tarda en llegar al suelo, b) La velocidad con la que llega al suelo, c) El tiempo que tarda en llegar a 15 m de altura y d) La velocidad a esa altura.

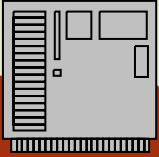
Solución:

Para calcular la velocidad con la que llega al suelo, se utiliza la siguiente ecuación:

$$x = x_0 + \left(\frac{v + v_0}{2} \right) t$$

Despejando la velocidad y sustituyendo los datos, se tiene:

$$v = \frac{2(x - x_0)}{t} - v_0 = \frac{2(15 \text{ m} - 60 \text{ m})}{2.177 \text{ s}} - \left(-10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) = \frac{-90 \text{ m}}{2.177 \text{ s}} + 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} = -31.34 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



Atentamente:

Dr. Guillermo Becerra Córdova

Página: <http://virtual.chapingo.mx/fis>