Universidad Autónoma Chapingo
Dpto. de Preparatoria Agrícola
Área de Física

“Trabajo y Energía”

Agosto del 2023

Trabajo y Energía

Los cambios en el estado de un cuerpo están relacionados con las fuerzas y con el tiempo durante el cual se ejercen.

Sin embargo, se pueden aplicar varias fuerzas a un cuerpo sin que experimente un cambio de estado, aunque se apliquen por un tiempo prolongado.

En este caso las fuerzas que influyen sobre el cuerpo están equilibradas.

Sin embargo, cuando las fuerzas que actúen sobre un cuerpo no estén equilibradas, se produce un cambio en su estado, modificando su velocidad.

El cambio de velocidad de un cuerpo es debido a que se ha movido ya sea traslacional y/o rotacionalmente.

Trabajo y Energía

Cuando el cuerpo se mueve en forma traslacional se ha desplazado una cierta distancia.

El producto de la distancia por la componente de la fuerza en la dirección del desplazamiento del cuerpo se le conoce como Trabajo. Es decir:

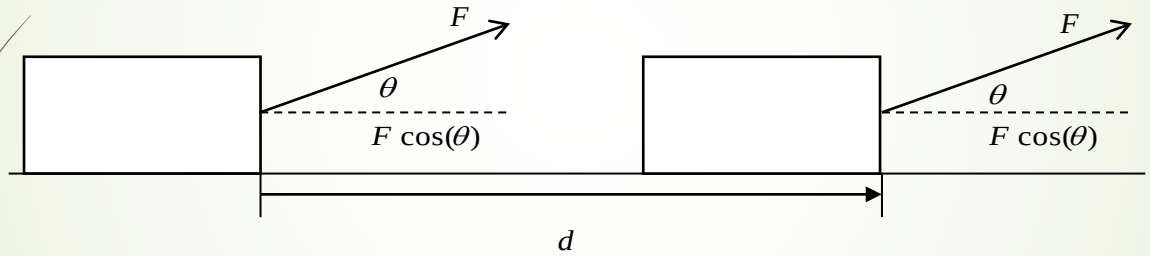
$$W = F\ d$$

Donde: W Es el Trabajo, F Es la Fuerza y d Es la distancia.

En todos los casos en los que se realiza un trabajo intervienen dos factores: la distancia que se desplaza y la componente de la fuerza en la dirección del desplazamiento del cuerpo.

Trabajo y Energía

Consideremos el caso del movimiento de un cuerpo en línea recta horizontal y que es accionado por una fuerza que es constante, formando un ángulo con respecto a la dirección del desplazamiento del cuerpo. La figura siguiente muestra esta situación:



Como se muestra en la figura, el cuerpo se ha desplazado una distancia d por medio de la componente de la fuerza en la dirección del desplazamiento del cuerpo.

En consecuencia, el trabajo realizado por la componente de la fuerza en la dirección del desplazamiento del cuerpo es igual a:

$$W = F\ d\ \cos\ \theta$$

Trabajo y Energía

La componente de la fuerza en la dirección del desplazamiento del cuerpo es igual a $F\,cos\,\theta$.

Para calcular el trabajo realizado por esta fuerza es necesario conocer su componente en la dirección en la que se mueve el cuerpo, ya que es la que provoca su movimiento.

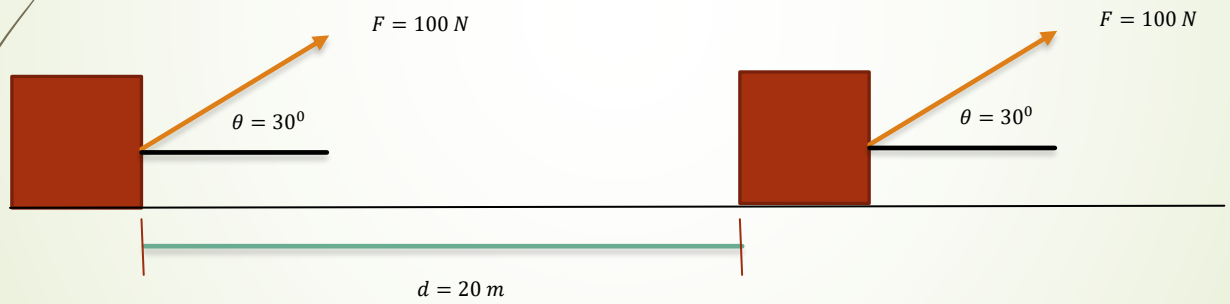
En consecuencia, ninguna fuerza que sea perpendicular al desplazamiento del cuerpo produce un trabajo.

Así, la componente de la fuerza en la dirección vertical $(F\ sen\,\theta)$ no realiza ningún trabajo debido a que es perpendicular al movimiento del cuerpo.

Trabajo y Energía

Ejemplo 1:

Calcule el trabajo realizado sobre un bloque al aplicarle una fuerza de 100 N, formando un ángulo de 30^0 y se desplaza una distancia de 20 metros. La figura siguiente muestra esta situación.



Solución:

El trabajo que realiza la fuerza sobre el bloque es igual a:

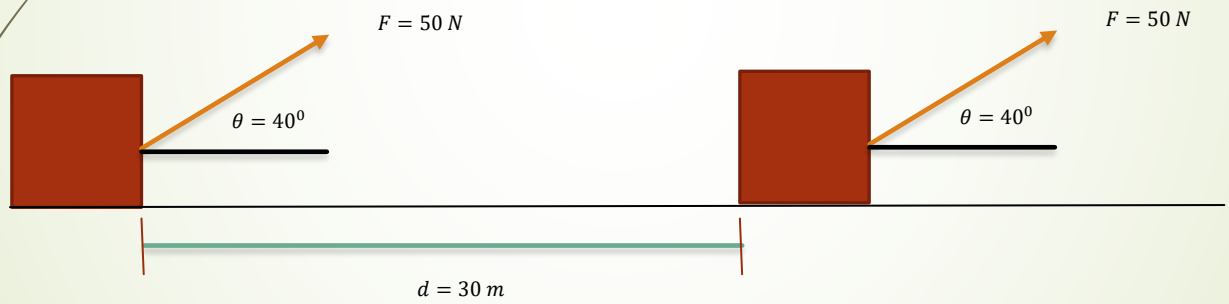
$$W = F\ Cos\ \theta\ d = (100\ N)(Cos\ 30^0)(20\ m) = 1732.05\ Nm = 1732.05\ J$$

Note que el producto de Newton por metro es igual a Joule.

Trabajo y Energía

Ejercicio 1:

Calcule el trabajo realizado sobre un bloque al aplicarle una fuerza de 50 N, formando un ángulo de 40^0 y se desplaza una distancia de 30 metros. La figura siguiente muestra esta situación.



Solución:

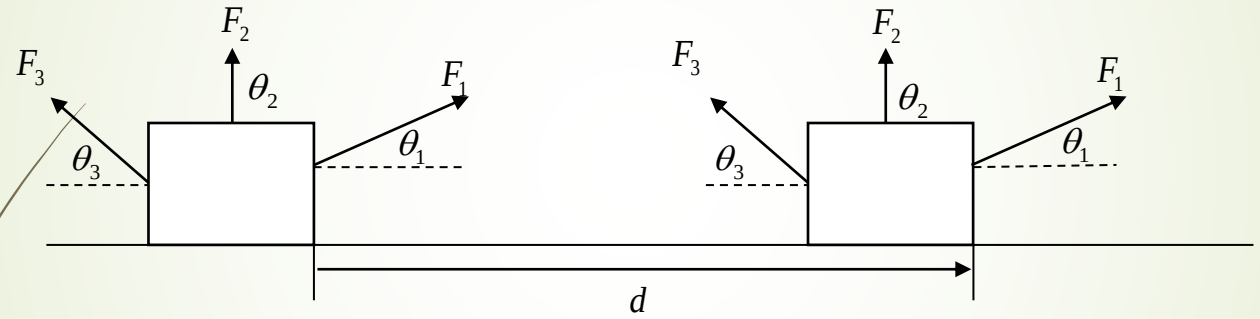
El trabajo que realiza la fuerza sobre el bloque es igual a:

$$W = F\ Cos\ \theta\ d = (50\ N)(Cos\ 40^0)(30\ m) = 1149.06\ Nm = 1149.06\ J$$

Note que el producto de Newton por metro es igual a Joule.

Trabajo y Energía

Consideremos el sistema de fuerzas que actúan sobre el cuerpo mostrado en la figura siguiente:

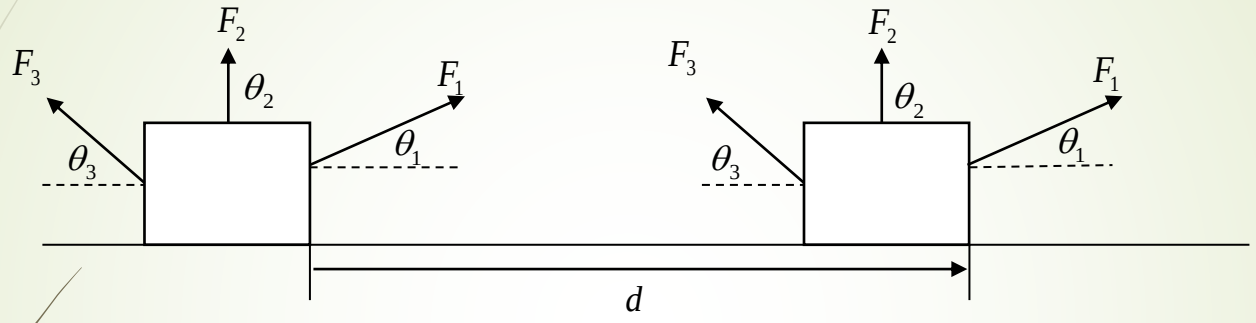


El trabajo total que se realiza sobre el cuerpo es igual a la suma de los trabajos realizados por cada una de las componentes de las fuerzas en la dirección del movimiento del cuerpo.

Así, matemáticamente este enunciado se puede representar por medio de la siguiente ecuación:

$$W_T = \sum_{i=1}^{3} W_i = W_1 + W_2 + W_3 = F_1\ d\ \cos\theta_1\ + F_2\ d\ \cos\theta_2 + F_3\ d\ Cos\theta_3\ =$$

Trabajo y Energía



$$W_T = F_1\ d\ \cos\theta_1 + 0\ - F_3\ d\ \cos\theta_3 = F_1\ d\ \cos\theta_1 - F_3\ d\ \cos\theta_3$$

Es decir:

$$W_T = \left[F_1\ \cos\theta_1\ - F_3\ \cos\theta_3\right] d$$

Note que el segundo término de la ecuación es igual a cero, ya que la fuerza es perpendicular al desplazamiento del cuerpo.

De igual forma, observe que el tercer término viene antecedido por un signo menos, el cual nos indica que la fuerza es contraria a la dirección del desplazamiento del cuerpo.

Trabajo y Energía

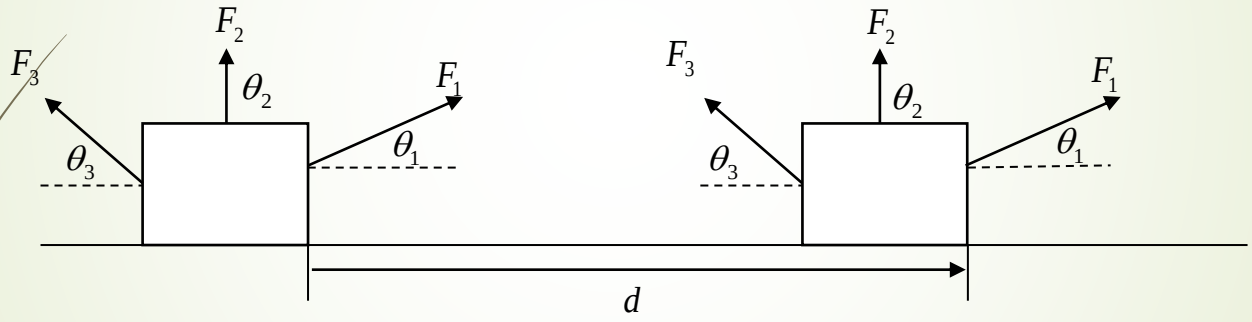
En este caso el trabajo producido por esta fuerza es negativo. Así, el trabajo total es igual a la suma de los trabajos realizados por cada una de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo.

Para este ejemplo, hemos considerado que las fuerzas que actúan sobre el cuerpo y el ángulo que forman con la trayectoria de desplazamiento, son constantes.

Generalmente esta situación no se cumple, es decir, las magnitudes y las direcciones de las fuerzas no cambian con el tiempo.

Trabajo y Energía

Ejemplo 2: Calcule el trabajo realizado sobre el bloque mostrado en la figura si $F_1 = 40\ N$, $\theta_1 = 35^0$, $F_2 = 50\ N$, $\theta_2 = 90^0$ y $F_3 = 30\ N$, $\theta_3 = 130^0$ al desplazarse una distancia de 10 metros.



Solución:

Al sustituir los datos en la siguiente ecuación , se tiene:

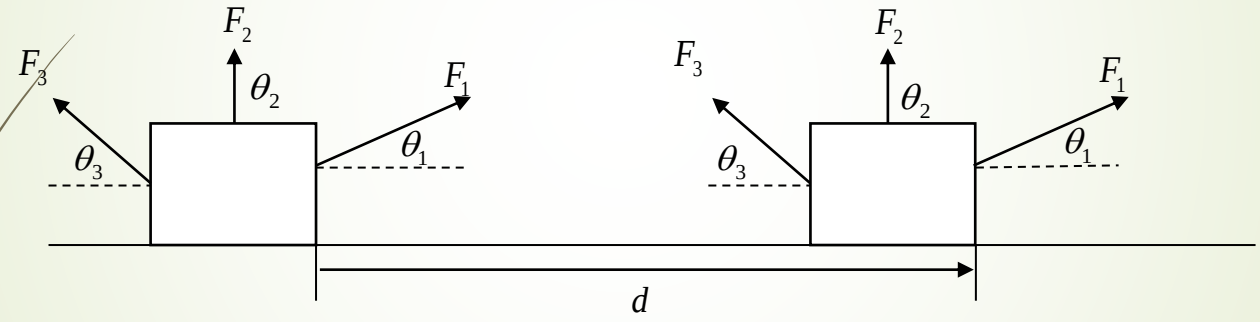
$$W = ((F_1 Cos\ \theta_1 + F_2 Cos\ \theta_2 + F_3 Cos\ \theta_3)d)$$

Es decir:

$$W = \Big((40\ N)\big(Cos\ 35^0\big) + \Big((50\ N)\big(Cos\ 90^0\big) + \Big((30\ N)\big(Cos\ 130^0\big)\Big)(10\ m) = 134.82\ J$$

Trabajo y Energía

Ejercicio 2: Calcule el trabajo realizado sobre el bloque mostrado en la figura si $F_1 = 50\ N$, $\theta_1 = 30^0$, $F_2 = 25\ N$, $\theta_2 = 90^0$ y $F_3 = 40\ N$, $\theta_3 = 140^0$ al desplazarse una distancia de 15 metros.



Solución:

Al sustituir los datos en la siguiente ecuación , se tiene:

$$W = (F_1 Cos\ \theta_1 + F_2 Cos\ \theta_2 + F_3 Cos\ \theta_3)d)$$

Es decir:

$$W = \Big((50\ N)\big(Cos\ 30^0\big) + \Big((25\ N)\big(Cos\ 90^0\big) + \Big((40\ N)\big(Cos\ 140^0\big)\Big)\Big)(15\ m) = 189.89\ J$$

Energía Cinética

La Energía Cinética es la energía que tiene un cuerpo debido a su movimiento. Matemáticamente, la energía cinética se calcula por medio de la siguiente ecuación:

$$E_k = \frac{m\,v^2}{2}$$

Donde: E_k Es Energía Cinética, m Es la masa del cuerpo y

v Es la velocidad con la que se mueve el cuerpo.

Observe que las unidades de la velocidad al cuadrado son iguales a m^2/s^2 y la de la masa es de kg. En consecuencia, el producto de esas dos unidades es igual a (J= kg m^2/s^2).

Energía Cinética

Ejemplo 3: Calcule la energía cinética que lleva un cuerpo si se mueve con una velocidad de 15 m/s y tiene una masa de 10 kg.

Solución: Como la velocidad con la que se mueve el cuerpo es de 15 m/s y tiene una masa de 10 kg, entonces su energía cinética es igual a:

$$E_k = m\frac{v^2}{2} = (10\ kg)\frac{\left(15\frac{m}{s}\right)^2}{2} = 1125\ J$$

Ejercicio 3: Calcule la energía cinética que lleva un cuerpo si se mueve con una velocidad de 20 m/s y tiene una masa de 5 kg.

Solución: Como la velocidad con la que se mueve el cuerpo es de 20 m/s y tiene una masa de 5 kg, entonces su energía cinética es igual a:

$$E_k = m\frac{v^2}{2} = (5\ kg)\frac{\left(20\frac{m}{s}\right)^2}{2} = 1000\ J$$

Cambio de Energía Cinética

El cambio de Energía Cinética de un cuerpo se define como la Energía Cinética Final menos la Energía Cinética Inicial. Matemáticamente, el cambio de energía cinética se define por medio de la siguiente ecuación:

$$\Delta E_k = m\frac{v^2}{2} - m\frac{v_0^2}{2}$$

Donde:

ΔE_k Es el Cambio de Energía Cinética, m Es la masa del cuerpo y

v Es la velocidad con la que se mueve el cuerpo.

Y

v_0 Es la velocidad inicial con la que se mueve el cuerpo.

Cambio de Energía Cinética

Ejemplo 4: Calcule el cambio de energía cinética de un cuerpo cuya masa es de 200 kg al cambiar su velocidad de 10 m/s a 25 m/s.

Solución:

Como la velocidad que originalmente era de 10 m/s y aumenta hasta 25 m/s y su masa es de 200 kg, entonces el cambio de energía cinética es igual a:

$$\Delta E_k = m\frac{v^2}{2} - m\frac{v_0^2}{2} = (200\ kg)\frac{\left(25\frac{m}{s}\right)^2}{2} - (200\ kg)\frac{\left(10\frac{m}{s}\right)^2}{2} = 52500\ J$$

Vemos que el cambio en la energía cinética del cuerpo es positivo, entonces su energía cinética aumentó.

Es importante mencionar que la energía cinética de un cuerpo depende del cuadrado de la velocidad. Esto nos dice que, si la velocidad de un cuerpo aumenta al doble, entonces su energía cinética aumentará cuatro veces y si aumenta 3 veces, entonces aumentará 9 veces, etc.

Cambio de Energía Cinética

Ejercicio 4: Calcule el cambio de energía cinética de un cuerpo cuya masa es de 300 kg al cambiar su velocidad de 20 m/s a 50 m/s.

Solución:

Como la velocidad que originalmente era de 20 m/s y aumenta hasta 50 m/s y su masa es de 300 kg, entonces el cambio de energía cinética es igual a:

$$\Delta E_k = m\frac{v^2}{2} - m\frac{v_0^2}{2} = (300\ kg)\frac{\left(50\frac{m}{s}\right)^2}{2} - (300\ kg)\frac{\left(20\frac{m}{s}\right)^2}{2} = 315000\ J$$

Vemos que el cambio en la energía cinética del cuerpo es positivo, entonces su energía cinética aumentó.

Es importante mencionar que la energía cinética de un cuerpo depende del cuadrado de la velocidad. Esto nos dice que, si la velocidad de un cuerpo aumenta al doble, entonces su energía cinética aumentará cuatro veces y si aumenta 3 veces, entonces aumentará 9 veces, etc.

Cambio de Energía Cinética

Ejercicio 5: Calcule el cambio de energía cinética de un cuerpo cuya masa es de 500 kg al cambiar su velocidad de 30 m/s a 10 m/s.

Solución:

Como la velocidad que originalmente era de 30 m/s y disminuye hasta 10 m/s y su masa es de 500 kg, entonces el cambio de energía cinética es igual a:

$$\Delta E_k = m\frac{v^2}{2} - m\frac{v_0^2}{2} = (500\ kg)\frac{\left(10\frac{m}{s}\right)^2}{2} - (500\ kg)\frac{\left(30\frac{m}{s}\right)^2}{2} = -200000\ J$$

Vemos que el cambio en la energía cinética del cuerpo es negativo, entonces su energía cinética disminuyó.

Es importante mencionar que la energía cinética de un cuerpo depende del cuadrado de la velocidad. Esto nos dice que, si la velocidad de un cuerpo aumenta al doble, entonces su energía cinética aumentará cuatro veces y si aumenta 3 veces, entonces aumentará 9 veces, etc.

El Trabajo y el Cambio de Energía Cinética

Como el Trabajo realizado sobre un cuerpo es igual a la fuerza que se le aplica por la distancia que se desplaza, entonces se tiene:

$$W = F\ d = m\ a\ d = m\left(\frac{v - v_0}{t}\right)\left(\frac{v + v_0}{2}\right)(t) = m\frac{v^2}{2} - m\frac{v_0^2}{2} = \Delta E_k$$

Es decir:

"El trabajo que se realice sobre un cuerpo es igual al cambio de su energía cinética"

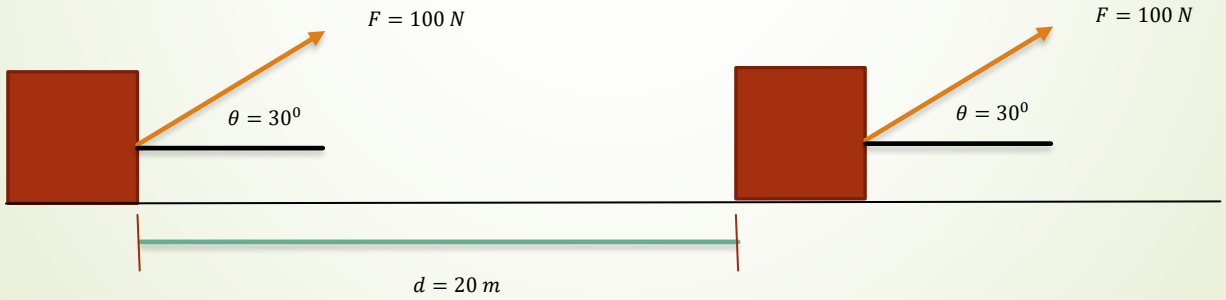
El cambio de energía cinética depende del trabajo realizado. A mayor trabajo, mayor cambio de energía cinética. Es por ello que se utiliza mayor trabajo para detener un camión que un auto si ambos llevan la misma velocidad y la masa del auto es menor que la del camión.

Es la clase de trabajo que se requiere para aumentar o disminuir la velocidad de un cuerpo.

Trabajo y Energía

Ejemplo 5:

Calcule el trabajo realizado sobre un bloque al aplicarle una fuerza de 100 N, formando un ángulo de 30^0 al desplazarse una distancia de 20 metros. De igual forma, calcule la velocidad que lleva el bloque después de que se desplazó los 20 metros si su masa es de 15 kg. La figura siguiente muestra esta situación.



Solución:

El trabajo que realiza la fuerza sobre el bloque es igual a:

$$W = F\ Cos\ \theta\ d = (100\ N)(Cos\ 30^0)(20\ m) = 1732.05\ Nm = 1732.05\ J$$

Trabajo y Energía

Ejemplo 5:

Como la masa del bloque es de 15 kg, el trabajo efectuado sobre el bloque es de 1732.05 J y el trabajo sobre un objeto es igual al cambio de energía cinética, entonces:

$$W = 1732.05\ J = m\frac{v^2}{2} - m\frac{v_0^2}{2} = m\frac{v^2}{2}$$

A menos de que se diga otra cosa, estamos considerando que la velocidad inicial del bloque cuando comienza a aplicarse la fuerza sobre él es igual a cero.

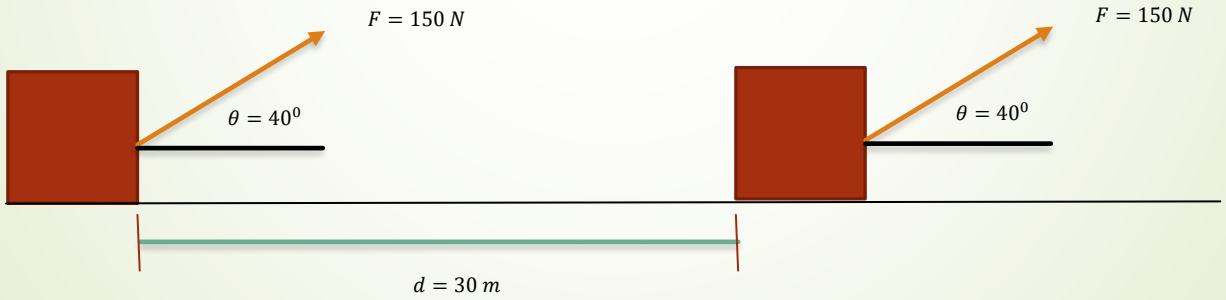
En consecuencia, la velocidad que tiene el cuerpo después de recorrer los primeros 20 metros, es igual a:

$$v = \sqrt{\frac{2\ W}{m}} = \sqrt{\frac{2\ (1732.05\ J)}{15\ kg}} = 15.2\ m/s$$

Trabajo y Energía

Ejercicio 6:

Calcule el trabajo realizado sobre un bloque al aplicarle una fuerza de 150 N, formando un ángulo de 40^0 al desplazarse una distancia de 30 metros. De igual forma, calcule la velocidad que lleva el bloque después de que se desplazó los 30 metros si su masa es de 20 kg. La figura siguiente muestra esta situación.



Solución:

El trabajo que realiza la fuerza sobre el bloque es igual a:

$$W = F\ Cos\ \theta\ d = (150\ N)(Cos\ 40^0)(30\ m) = 3447.2\ N\ m = 3447.2\ J$$

Trabajo y Energía

Ejercicio 6:

Como la masa del bloque es de 20 kg, el trabajo efectuado sobre el bloque es de 3447.20 J y el trabajo sobre un objeto es igual al cambio de energía cinética, entonces:

$$W = 3447.20\ J = m\frac{v^2}{2} - m\frac{v_0^2}{2} = m\frac{v^2}{2}$$

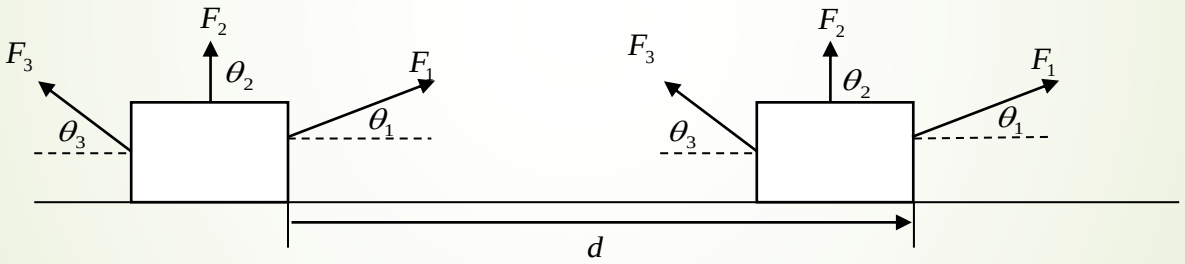
A menos de que se diga otra cosa, estamos considerando que la velocidad inicial del bloque cuando comienza a aplicarse la fuerza sobre él es igual a cero.

En consecuencia, la velocidad que tiene el cuerpo después de recorrer los primeros 30 metros, es igual a:

$$v = \sqrt{\frac{2\ W}{m}} = \sqrt{\frac{2\ (3447.20\ J)}{20\ kg}} = 18.57\ \ m/s$$

Trabajo y Energía

Ejemplo 6: Calcule el trabajo realizado sobre el bloque mostrado en la figura si $F_1 = 40\ N$, $\theta_1 = 35^0$, $F_2 = 50\ N$, $\theta_2 = 90^0$ y $F_3 = 30\ N$, $\theta_3 = 130^0$ al desplazarse una distancia de 10 metros. De igual forma, calcule su velocidad después de recorrer los 10 metros si la masa del bloque es de 5 kg.



Solución:

Al sustituir los datos en la siguiente ecuación , se tiene:

$$W = (F_1 Cos\ \theta_1 + F_2 Cos\ \theta_2 + F_3 Cos\ \theta_3)d)$$

Es decir:

$$W = \Big((40\ N)\big(Cos\ 35^0\big) + \Big((50\ N)\big(Cos\ 90^0\big) + \Big((30\ N)\big(Cos\ 130^0\big)\Big)(10\ m) = 134.82\ J$$

Trabajo y Energía

Ejemplo 6: Como la masa del bloque es de 5 kg, el trabajo efectuado sobre el bloque es de 134.84 J y el trabajo sobre un objeto es igual al cambio de energía cinética, entonces:

$$W = 134.82\ J = m\frac{v^2}{2} - m\frac{v_0^2}{2} = m\frac{v^2}{2}$$

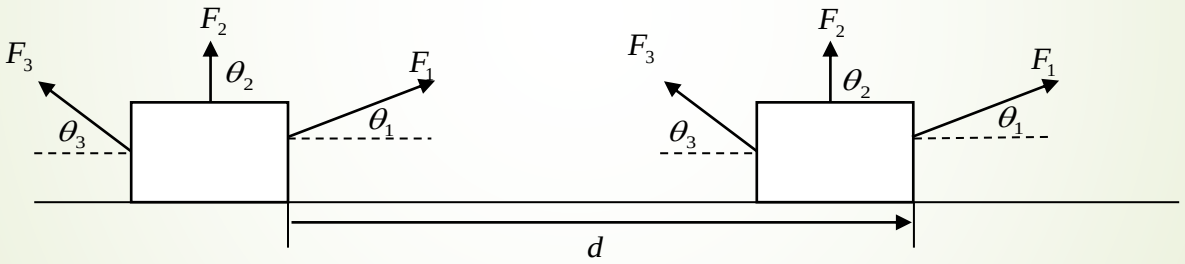
A menos de que se diga otra cosa, estamos considerando que la velocidad inicial del bloque cuando comienza a aplicarse la fuerza sobre él es igual a cero.

En consecuencia, la velocidad que tiene el cuerpo después de recorrer los primeros 30 metros, es igual a:

$$v = \sqrt{\frac{2\ W}{m}} = \sqrt{\frac{2\ (134.82\ J)}{5\ kg}} = 7.34\ m/s$$

Trabajo y Energía

Ejercicio 7: Calcule el trabajo realizado sobre el bloque mostrado en la figura si $F_1 = 50\ N$, $\theta_1 = 25^0$, $F_2 = 10\ N$, $\theta_2 = 90^0$ y $F_3 = 25\ N$, $\theta_3 = 140^0$ al desplazarse una distancia de 20 metros. De igual forma, calcule su velocidad después de recorrer los 20 metros si la masa del bloque es de 30 kg.



Solución:

Al sustituir los datos en la siguiente ecuación , se tiene:

$$W = (F_1 Cos\ \theta_1 + F_2 Cos\ \theta_2 + F_3 Cos\ \theta_3) d)$$

Es decir:

$$W = \Big((50\ N)\big(Cos\ 25^0\big) + \Big((10\ N)\big(Cos\ 90^0\big) + \Big((25\ N)\big(Cos\ 140^0\big)\Big)(20\ m) = 523.29\ J$$

Trabajo y Energía

Ejercicio 7: Como la masa del bloque es de 30 kg, el trabajo efectuado sobre el bloque es de 523.29 J y el trabajo sobre un objeto es igual al cambio de energía cinética, entonces:

$$W = 523.29\ J = m\frac{v^2}{2} - m\frac{v_0^2}{2} = m\frac{v^2}{2}$$

A menos de que se diga otra cosa, estamos considerando que la velocidad inicial del bloque cuando comienza a aplicarse la fuerza sobre él es igual a cero.

En consecuencia, la velocidad que tiene el cuerpo después de recorrer los primeros 30 metros, es igual a:

$$v = \sqrt{\frac{2\ W}{m}} = \sqrt{\frac{2\ (523.29\ J)}{30\ kg}} = 5.9\ m/s$$

Trabajo y Energía

Ejemplo 7: Un bloque de 12 kg se mueve con una velocidad de 20 m/s. Después de recorrer 15 m se detiene por una fuerza que va en contra del movimiento. Calcule el cambio de energía cinética del bloque y la fuerza con que se detiene.

Solución:

El cambio de energía cinética del bloque es igual a:

$$\Delta E_k = m\frac{v^2}{2} - m\frac{v_0^2}{2} = (12\ kg)\frac{\left(0\frac{m}{s}\right)^2}{2} - (12\ kg)\frac{\left(20\frac{m}{s}\right)^2}{2} = -2400\ J$$

Como se observa, hubo una disminución de la energía cinética del bloque. Como el cambio de energía cinética del bloque es igual al trabajo hecho sobre el bloque y el trabajo a su vez es igual a la fuerza por la distancia, entonces:

$$F = \frac{\Delta E_k}{d} = \frac{-2400\ J}{15\ m} = -160\ N$$

Como vemos, la fuerza es negativa porque va en contra del movimiento.

Trabajo y Energía

Ejercicio 8: Un bloque de 18 kg se mueve con una velocidad de 25 m/s. Después de recorrer 25 m se detiene por una fuerza que va en contra del movimiento. Calcule el cambio de energía cinética del bloque y la fuerza con que se detiene.

Solución:

El cambio de energía cinética del bloque es igual a:

$$\Delta E_k = m\frac{v^2}{2} - m\frac{v_0^2}{2} = (18\ kg)\frac{\left(0\frac{m}{s}\right)^2}{2} - (18\ kg)\frac{\left(25\frac{m}{s}\right)^2}{2} = -5625\ J$$

Como se observa, hubo una disminución de la energía cinética del bloque. Como el cambio de energía cinética del bloque es igual al trabajo hecho sobre el bloque y el trabajo a su vez es igual a la fuerza por la distancia, entonces:

$$F = \frac{\Delta E_k}{d} = \frac{-5625\ J}{25\ m} = -225\ N$$

Como vemos, la fuerza es negativa porque va en contra del movimiento.

Atentamente:

Dr. Guillermo Becerra Córdova

Página: http://virtual.chapingo.mx/fis