



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA CHAPINGO

DPTO. DE PREPARATORIA AGRÍCOLA

ÁREA DE FÍSICA

“Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado”

Guillermo Becerra Córdova

E-mail: gllrmbecerra@yahoo.com

TEORÍA

La Cinemática es la ciencia de la Mecánica que describe el movimiento de los cuerpos sin preocuparnos por conocer sus causas. El estudio de las causas de los cambios de un movimiento dado es objeto de la Dinámica y constituye el tema propio de la Mecánica. El estudio detallado del movimiento de un cuerpo es bastante complejo. Se hace necesario hacer algunas simplificaciones que nos faciliten este estudio. Así, estudiaremos sólo el movimiento de un cuerpo como si fuera una partícula. Decimos que un cuerpo es una partícula cuando sus dimensiones son muy pequeñas en comparación con las demás dimensiones que participan en el movimiento. Cuando un cuerpo se trata como partícula, se simplifica enormemente el estudio de su movimiento, pues cualquier movimiento de rotación que pueda tener el cuerpo a un eje que pasa por el cuerpo, es despreciable, y puede simplemente despreciarse.

Una de las características del movimiento de los cuerpos es su relatividad o dependencia respecto del observador que estudia el movimiento. El movimiento de un cuerpo depende del punto o sistema de referencia, esto es, un cuerpo puede estar moviéndose con respecto a un punto de referencia y estar en reposo con respecto a otro punto de referencia. En consecuencia, no existe el verdadero movimiento pues todos son igualmente verdaderos. Tomemos en cuenta que, cuando nos refiramos al movimiento de un cuerpo, debemos mencionar obligatoriamente el punto de referencia. En general tomaremos como punto de referencia a la Tierra. Finalmente, el movimiento es el cambio de posición con respecto a un punto o sistema de referencia.

Un tipo particular de movimiento es aquel en el cual un cuerpo se desplaza en línea recta y su velocidad cambia de una manera constante; es decir, la velocidad cambia en cantidades iguales para iguales intervalos de tiempo. Sin embargo, la distancia recorrida varía para idénticos intervalos de tiempo, ya que la velocidad del cuerpo cambia de un punto a otro. Al cociente que resulta de dividir el cambio de velocidad sobre el intervalo de tiempo utilizado, se le conoce con el nombre de aceleración promedio. Cuando la aceleración promedio es idéntica para cualquier intervalo de tiempo, se dice que el movimiento es uniformemente acelerado. En este caso la velocidad cambia uniformemente y se establece que la aceleración es constante. Matemáticamente la ecuación que calcula la aceleración con la que se mueve un cuerpo, está dada por:

$$a = \frac{v - v_0}{t - t_0} \quad 1$$

A manera de ejemplo, suponga que un objeto comienza su movimiento a partir del momento en que se acciona el cronómetro, de tal forma que en el primer segundo recorre 2.5 m; para el

siguiente segundo, se observa que se encuentra a 10.0 m del origen; para el tercer segundo, el objeto se encuentra a 22.5 m y para el cuarto segundo, se encuentra a 40 m.

Como se puede notar en el ejemplo, el cuerpo recorre cada vez mayor distancia conforme el tiempo transcurre. Esto es consecuencia de que la velocidad no es constante, sino que varía uniformemente conforme el tiempo transcurre. Con los datos del ejemplo, es posible construir una gráfica para visualizar su comportamiento. Por convención, suponga que sobre el plano cartesiano el eje vertical juega el papel de la posición y el eje horizontal, el del tiempo. Al situar los datos y unirlos con una línea continua, observaremos que tiene forma de parábola, la cual cruza el eje vertical justamente en el origen. La figura 1 muestra la parábola que fue construida a partir de los datos del ejemplo. La ecuación más general para un movimiento en el cual la aceleración es constante, se expresa en la siguiente ecuación de la parábola:

$$x = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{a(t - t_0)^2}{2} \quad 2$$

donde x_0 y v_0 representan la posición y la velocidad del cuerpo en el instante $t = t_0$. A estos términos se les conoce con el nombre de posición y velocidad inicial, respectivamente. La variable t es el tiempo que utiliza el cuerpo para alcanzar la posición final x . La letra a representa la aceleración experimentada por el cuerpo en su movimiento. Esta aceleración es constante, ya que es lo que caracteriza a este tipo de movimientos. La posición puede adquirir valores positivos o negativos. Si es positiva, el cuerpo se encontrará a la derecha del origen y si

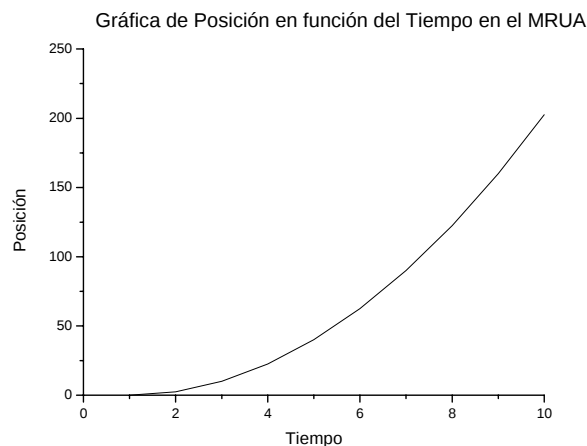


Figura 1

es negativa, se encontrará a la izquierda del mismo, suponiendo que el cuerpo se mueve horizontalmente. De igual forma, el desplazamiento puede ser positivo si el cuerpo se mueve de

izquierda a derecha y negativo si se mueve en sentido contrario. Así, el signo de la velocidad indica la dirección del movimiento.

Considerando lo anterior, podemos afirmar que existe una equivalencia entre los parámetros que describen al Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado y la parábola asociada a ese movimiento. Así, si conocemos la posición, la velocidad y el tiempo inicial, al igual que la aceleración, será posible trazar su parábola correspondiente. De manera equivalente, conociendo la parábola del movimiento de un cuerpo, podremos determinar tanto la aceleración como la posición y velocidad inicial con solo conocer tres puntos sobre la parábola. Sin embargo, únicamente es posible conocer la posición y la velocidad inicial del objeto cuando su tiempo inicial es igual a cero, ya que existe una infinidad de tiempos iniciales diferentes de cero para los cuales se les puede asociar una posición y velocidad inicial. Observe que la aceleración es independiente del valor que asuma el tiempo inicial.

Como una aplicación de lo que hemos mencionado, suponga que deseamos conocer los valores de las constantes x_0 , v_0 y a para los datos que hemos utilizado como ejemplo. Lo que se plantea es sustituir en la ecuación 2, los tiempos y sus respectivas posiciones de tres puntos de la gráfica, para establecer un sistema de ecuaciones con tres incógnitas. Es decir:

$$2.5 = x_0 + v_0(1) + \frac{a(1)^2}{2}$$

$$10 = x_0 + v_0(2) + \frac{a(2)^2}{2}$$

$$22.5 = x_0 + v_0(3) + \frac{a(3)^2}{2}$$

Al resolver el sistema de ecuaciones, se observa que: $x_0 = 0$, $v_0 = 0$ y $a = 5$. En este caso hemos considerado, sin pérdida de generalidad, que el tiempo inicial t_0 es igual a cero. En general, puede ser asignado cualquier valor positivo para t_0 , sin embargo, los valores de las constantes x_0 y v_0 serán diferentes para cada tiempo inicial diferente. Para deducir la ecuación de la parábola utilizando todos los datos de un experimento se utiliza el método de mínimos cuadrados, el cual no será tratado en este trabajo.

Evidentemente la ecuación 2 representa una parábola en la que cada término tiene un significado geométrico. La posición x_0 es la longitud que existe entre el eje $y = 0$ y el cruce de la parábola con el eje $t = t_0$. La velocidad inicial v_0 , la aceleración a y el tiempo inicial t_0 , desplazan al vértice de la parábola hacia la derecha o hacia la izquierda del eje vertical, dependiendo del signo que asuma la relación:

$$t_0 - v_0 / a \quad 3$$

Si la expresión es positiva, el vértice se desplazará hacia la derecha y se desplazará hacia la izquierda del eje vertical en caso de que la expresión sea negativa. Para el caso particular en que la relación sea igual a cero, el vértice se ubicará sobre el eje vertical. En este caso $t_0 = v_0 / a$.

El vértice se ubicará arriba o abajo del eje horizontal dependiendo del valor que asuma la siguiente relación:

$$x_0 - v_0^2 / 2a \quad 4$$

Si es positiva, el vértice se ubicará por arriba del eje horizontal; si es negativa, el vértice se hallará por debajo del mismo y si la relación es igual a cero, el vértice coincidirá con el mismo eje horizontal. En este caso $v_0^2 = 2a x_0$. Observe que el signo que asuma la ecuación 4, no depende del valor de t_0 .

La dirección en la que abra la parábola dependerá del signo que asuma el valor de la aceleración. Si la aceleración es positiva, la parábola tendrá su concavidad dirigida hacia arriba. Si es negativa, su concavidad se dirigirá hacia abajo.

De esta forma, al hacer una combinación de las constantes x_0 , v_0 , t_0 y a , nos podremos dar una idea del tipo de parábola que estemos tratando. Por ejemplo, si al sustituir algunas constantes en la ecuación 4 observamos que su valor es negativo, la parábola ubicará su vértice a la izquierda del eje vertical. Si al sustituir las mismas constantes en la ecuación 5 observamos que adquiere un valor negativo, el vértice se encontrará por arriba del eje horizontal. Su concavidad se dirigirá hacia arriba, si la aceleración es positiva. El punto de cruce de la parábola y el eje vertical se hallará en $x_0 - v_0 t_0 + a t_0 / 2$ unidades arriba del origen.

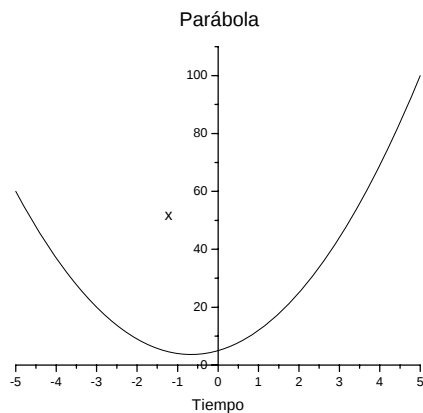


Figura 2

La ecuación para esta parábola está dada por: $x = 3t^2 + 4t + 5$. Sustituyendo en la ecuación 3 se tiene: $t_0 - v_0 / a = 0 - 5/6 = -5/6$ cuyo valor es negativo, por lo que el vértice se encontrará a la izquierda del eje de las ordenadas. De igual forma, al sustituir en la ecuación 4 los valores de la ecuación de la parábola, se tiene: $x_0 - v_0^2 / 2a = 5 - 4^2 / (2 * 6) = 3.66$ cuyo valor es positivo, por lo que el vértice se encontrará arriba del eje de las abscisas. Observe que la parábola abre hacia arriba ya que la aceleración es positiva.

Combinando la ecuación 1 con la 2 obtenemos una ecuación en la que la posición final no dependerá del tiempo, sino de la velocidad final, de la velocidad inicial, de la aceleración y de la posición inicial, es decir:

$$x = x_0 + \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \quad 5$$

Si definimos a la velocidad promedio como la mitad de la suma de la velocidad final más la inicial, se tiene:

$$\bar{v} = \frac{v + v_0}{2} \quad 6$$

Por lo que sustituyendo la ecuación 1 en la ecuación 5, se concluye que:

$$x = x_0 + \frac{(v + v_0)(v - v_0)}{2 \frac{(v - v_0)}{(t - t_0)}}$$

0

$$x = x_0 + \frac{(t - t_0)(v + v_0)}{2}$$

Finalmente

$$x = x_0 + \bar{v}(t - t_0) \quad 7$$

Ejemplo 1.

Un cuerpo parte del reposo con una aceleración de 8 m/s^2 a lo largo de una línea recta. Encuentre la velocidad del cuerpo, la velocidad promedio y la distancia recorrida después de 8 segundos de haber iniciado el movimiento.

Al cuerpo comienza a moverse desde el reposo, por lo que su velocidad inicial es de cero. Como en el momento de accionar el cronómetro no transcurrió ningún tiempo para que se comenzara a mover el cuerpo, el tiempo inicial también es cero. En consecuencia la velocidad del cuerpo después de 8 segundos es:

$$v = v_0 + a(t - t_0) = 0 + (8 \text{ m/s}^2)(8 \text{ s}) = 64 \text{ m/s}$$

La velocidad promedio se calcula dividiendo entre dos la suma de la velocidad final más a velocidad inicial, es decir:

$$\bar{v} = \frac{v - v_0}{2} = \frac{64 \text{ m/s} + 0 \text{ m/s}}{2} = 32 \text{ m/s}$$

La posición del cuerpo en los primeros 8 segundos es igual a:

$$x = x_0 + v_0(t - t_0) + a(t - t_0)^2 / 2 = 0 + 0 + (8 \text{ m/s}^2)(8 \text{ s} - 0)^2 / 2 = 256 \text{ m}$$

La distancia recorrida por el cuerpo es igual a:

$$d = |x - x_0| = |256 \text{ m} - 0 \text{ m}| = 256 \text{ m}$$

La siguiente gráfica muestra la posición del cuerpo desde el inicio del movimiento hasta el octavo segundo. Observe en la figura que la gráfica corresponde con una parábola en la que depende cuadráticamente del tiempo. Así, si el tiempo aumenta el doble de valor, la distancia que recorra aumentará cuatro veces. Por ejemplo, la distancia que recorra el cuerpo al cuarto segundo es igual a la cuarta parte de lo que recorra al octavo segundo. La gráfica muestra la distancia recorrida por el cuerpo para estos dos instantes.

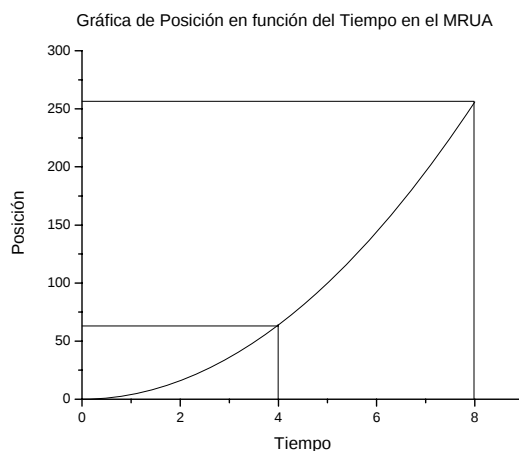


Figura 3

Ejemplo 2.

En una posición de 250 m alejado del origen, un cuerpo parte del reposo con una aceleración de -5 m/s^2 a lo largo de una línea recta. Calcule el tiempo, la velocidad final, la velocidad promedio y la distancia cuando el cuerpo pase al origen.

El cuerpo comienza a moverse desde el reposo, por lo que su velocidad inicial es cero. Como en el momento de accionar el cronómetro no transcurrió ningún tiempo para que comenzara a

mover el cuerpo, el tiempo inicial también es cero. La posición inicial del objeto es de 250 metros y se moverá en dirección al origen. Es por ello que su aceleración es negativa. En consecuencia, la posición final del cuerpo será igual a cero ya que es su posición en el momento de cruzar el origen. El tiempo se puede calcular haciendo uso de la ecuación 12, es decir:

$$x = x_0 + v_0(t - t_0) + a(t - t_0)^2 / 2 = 250 \text{ m} + 0 + (-5 \text{ m/s}^2) * t^2 / 2 = 0$$

Por lo que el tiempo que tarda el cuerpo en llegar al origen es de:

$$t = \sqrt{\frac{-500 \text{ m}}{-5 \text{ m/s}^2}} = \sqrt{100 \text{ s}^2} = 10 \text{ s}$$

La velocidad del cuerpo al cruzar el origen se calcula utilizando el tiempo que tardó en llegar al origen en la siguiente ecuación:

$$v = v_0 + at = 0 + (-5 \text{ m/s}^2)(10 \text{ s}) = -50 \text{ m/s}$$

Esta velocidad es negativa porque el objeto se desplaza de derecha a izquierda, suponiendo que el movimiento es horizontal. La velocidad promedio se calcula dividiendo entre dos la suma de la velocidad final mas a velocidad inicial, es decir:

$$\bar{v} = \frac{v - v_0}{2} = \frac{-50 \text{ m/s} + 0 \text{ m/s}}{2} = -25 \text{ m/s}$$

La distancia recorrida por el cuerpo es igual a:

$$d = |x - x_0| = |0 \text{ m} - 250 \text{ m}| = |-250 \text{ m}| = 250 \text{ m}$$

La siguiente gráfica muestra la posición del cuerpo desde el inicio del movimiento hasta que llega al origen del sistema de referencia. Como la aceleración es negativa, la parábola abre hacia abajo y cruza el eje vertical justo a los 250 metros del origen. Observe en la gráfica que el cuerpo a seis segundos se encuentra a 160 metros del origen.

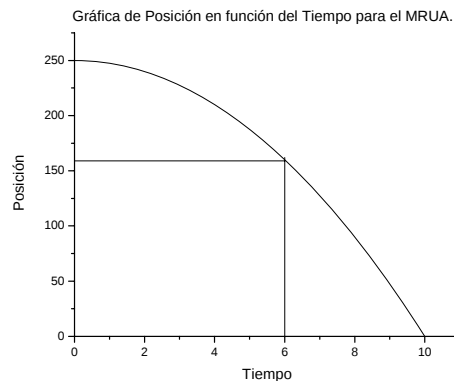


Figura 4

Ejemplo 3.

En una posición de 250 m alejado del origen, un cuerpo parte con una velocidad de 20 m/s y con una aceleración de 5 m/s^2 a lo largo de una línea recta. Calcule el tiempo que tarda en llegar a los 500 m del origen, la velocidad final, la velocidad promedio y la distancia que recorre el cuerpo al llegar a ese punto.

En el momento de accionarse el cronómetro el cuerpo lleva una velocidad de 20 m/s . Como en el momento de accionar el cronómetro no transcurrió ningún tiempo para que comenzara a mover el cuerpo, el tiempo inicial también es cero. La posición inicial del objeto es de 250 m metros y se alejará del origen. Es por ello que su aceleración es positiva. Utilizando la ecuación 3, vemos que al sustituir los datos tenemos:

$$x = x_0 + v_0(t - t_0) + a(t - t_0)^2 / 2 = 250\text{ m} + (20\text{ m/s})t + (5\text{ m/s}^2)t^2 / 2 = 500\text{ m}$$

Para calcular el tiempo que tarda en llegar a los 500 metros, debemos reacomodar los términos de la ecuación anterior, es decir:

$$(5\text{ m/s}^2)t^2 / 2 + (20\text{ m/s})t - 250\text{ m} = 0$$

Resolviendo la ecuación de segundo grado, se obtiene:

$$t = \frac{-20\text{ m/s} \pm \sqrt{(20\text{ m/s})^2 - 4(2.5\text{ m/s}^2)(-250\text{ m})}}{2(2.5\text{ m/s}^2)} = \frac{-20\text{ m/s} \pm 53.85\text{ m/s}}{5\text{ m/s}^2}$$

Es decir:

$$t = \frac{-20\text{ m/s} \pm 53.85\text{ m/s}}{5\text{ m/s}^2} = \frac{33.85\text{ m/s}}{5\text{ m/s}^2} = 6.77\text{ s}$$

Que es el tiempo que tarda el objeto en alcanzar los 500 metros alejado del origen. La velocidad del cuerpo en el momento de llegar por ese punto es:

$$v = v_0 + at = 20\text{ m/s} + (5\text{ m/s}^2)(6.77\text{ s}) = 53.85\text{ m/s}$$

Esta velocidad es positiva porque el objeto se desplaza de izquierda a derecha, suponiendo que el movimiento es horizontal. La velocidad promedio se calcula dividiendo entre dos la suma de la velocidad final más a velocidad inicial, es decir:

$$\bar{v} = \frac{v - v_0}{2} = \frac{53.85\text{ m/s} + 20\text{ m/s}}{2} = 36.925\text{ m/s}$$

La siguiente gráfica muestra la posición del cuerpo desde el inicio del movimiento hasta que llega a 500 metros alejado del origen. Como la aceleración es positiva, la parábola abre hacia arriba. Observe en la gráfica que el cuerpo a 6.77 segundos se encuentra a 500 metros del origen. La distancia recorrida es de:

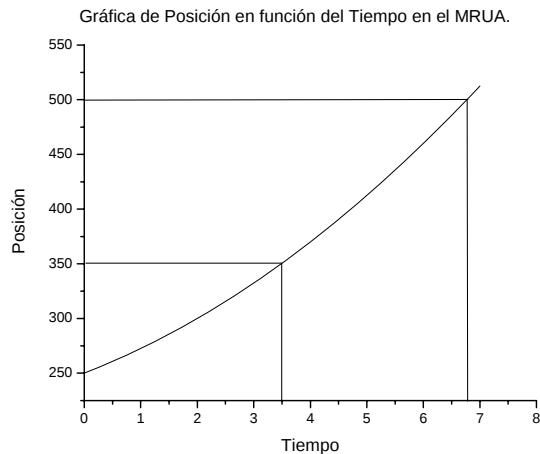


Figura 5

$$d = |x - x_0| = |500 \text{ m} - 250 \text{ m}| = 250 \text{ m}$$

Observe que en la gráfica también se muestra que a un tiempo de 3.5 segundos, el objeto se haya a 350 metros del origen, aproximadamente. Esto se puede comprobar utilizando la ecuación 2, es decir:

$$x = x_0 + v_0(t - t_0) + a(t - t_0)^2 / 2 = 250 \text{ m} + (20 \text{ m/s})(3.5 \text{ s}) + (5 \text{ m/s}^2)(3.5 \text{ s})^2 / 2$$

Es decir:

$$x = 250 \text{ m} + (20 \text{ m/s})(3.5 \text{ s}) + (5 \text{ m/s}^2)(3.5 \text{ s})^2 / 2 = 350.625 \text{ m}$$

Ejemplo 4.

Un automóvil A parte de la Cd. de México con una aceleración de 3 m/s^2 en dirección a la Cd. de Cuernavaca. Simultáneamente otro automóvil B parte de la Cd. de Cuernavaca hacia la Cd. de México, con una aceleración de -4 m/s^2 . Si la aceleración de los automóviles se mantiene constante durante todo el viaje y la distancia entre ambas ciudades es de 70 km., encuentre el instante y la posición en que se cruzarán los automóviles. ¿Qué distancia recorrió cada uno de los automóviles antes de cruzarse? Haga una gráfica para comprobar sus resultados.

Como la aceleración del automóvil A es de 3 m/s^2 y si suponemos que el origen del sistema de coordenadas se coloca en la Cd. de México, observamos que la posición inicial de este automóvil es de cero. Para el automóvil B la aceleración es de -4 m/s^2 ya que se desplaza en sentido contrario al movimiento del auto A y su posición inicial sería de 70 km, con respecto al mismo sistema de referencia. Así, las ecuaciones para el movimiento de ambos automóviles considerando que $t_0 = 0$, son:

$$x_A = x_{0A} + v_{0A} (t - t_0) + a_A (t - t_0)^2 / 2 = (3 \text{ m/s}) t^2 / 2$$

Y

$$x_B = x_{0B} + v_{0B} (t - t_0) + a_B (t - t_0)^2 / 2 = 70\,000 \text{ m} + (-4 \text{ m/s}^2) t^2 / 2$$

En el cruce, las posiciones finales de ambos automóviles son iguales. Por lo tanto, ambas ecuaciones se igualarán, es decir:

$$(3 \text{ m/s}^2) t^2 / 2 = 70\,000 \text{ m} + (-4 \text{ m/s}^2) t^2 / 2$$

Despejando el tiempo, se tiene:

$$t = \sqrt{\frac{2 * 70\,000 \text{ m}}{7 \text{ m/s}^2}} = \sqrt{\frac{140\,000 \text{ m}}{7 \text{ m/s}^2}} = 141.42 \text{ s}$$

Que corresponde al instante en que se cruzan los automóviles. La posición de los automóviles se puede encontrar sustituyendo el tiempo en cualquiera de las dos ecuaciones que la calculan:

$$x_A = (3 \text{ m/s}) (141.42)^2 / 2 = 30\,000 \text{ m} = 30 \text{ km}$$

De igual forma:

$$x_B = 70\,000 \text{ m} - (4 \text{ m/s}^2)(141.42)^2 / 2 = 30\,000 \text{ m} = 30 \text{ km}$$

Observe que ambos resultados coinciden ya que se encuentran en la misma posición. Las distancias que recorren ambos autos son:

$$d_A = |x_A - x_{0A}| = |30\,000 \text{ m} - 0 \text{ m}| = 30\,000 \text{ m} = 30 \text{ km}$$

Y

$$d_B = |x_B - x_{0B}| = |30\,000 \text{ m} - 70\,000 \text{ m}| = 40\,000 \text{ m} = 40 \text{ km}$$

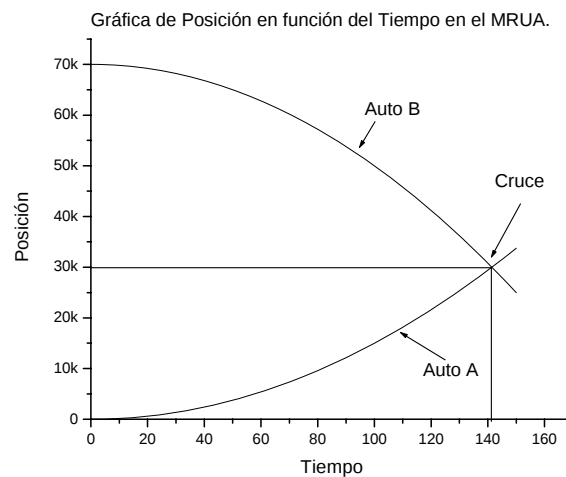


Figura 6

Por medio de una gráfica se puede comprobar estos resultados. Sólo se necesita trazar las parábolas que representan el movimiento de los automóviles. El cruce de ambas curvas corresponde al cruce de los automóviles.

Las velocidades de ambos autos en el momento del cruce son:

$$v_A = v_{0A} + a_A t = 0 + (3 \text{ m/s}^2)(141.42 \text{ s}) = 424.26 \text{ m/s}$$

Y

$$v_B = v_{0B} + a_B t = 0 + (-4 \text{ m/s}^2)(141.42 \text{ s}) = -565.68 \text{ m/s}$$

Estos resultados no concuerdan con la realidad ya que son muchos metros los que se recorren en un segundo. De hecho no hay automóviles que puedan recorrer tanta distancia en tan poco tiempo. Este ejemplo sirve para ilustrar la forma como se utilizan las ecuaciones para este tipo de movimientos.

Ejemplo 5.

Un automóvil A parte de la Cd. de México con una aceleración de 3 m/s^2 en dirección a la Cd. de Cuernavaca. Después de 30 segundos otro automóvil B parte de la Cd. de Cuernavaca hacia la Cd. de México, con una aceleración de -4 m/s^2 . Si la aceleración de los automóviles se mantiene constante durante todo el viaje y la distancia entre ambas ciudades es de 70 km., encuentre el instante y la posición en que se cruzarán los automóviles. ¿Qué distancia recorrió cada uno de los automóviles antes de cruzarse? Haga una gráfica para comprobar sus resultados.

Como la aceleración del automóvil A es de 3 m/s^2 y suponemos que el origen del sistema de coordenadas se coloca en la Cd. de México, observamos que la posición inicial de este automóvil es de cero. Para el automóvil B la aceleración es de -4 m/s^2 ya que se desplaza en sentido contrario al movimiento del auto A y su posición inicial sería de 70 km, con respecto al mismo sistema de referencia. Los tiempos iniciales de ambos automóviles son diferentes debido a que el auto B comienza su movimiento 30 segundos después de iniciado el movimiento del auto A, por lo que el auto B lleva 30 segundos de movimiento menos que el auto A. Así, las ecuaciones para el movimiento de ambos automóviles considerando que $t_0 = 0$, son:

$$x_A = x_{0A} + v_{0A} (t - t_0) + a_A (t - t_0)^2 / 2 = (3 \text{ m/s}^2) t^2 / 2$$

Y

$$x_B = x_{0B} + v_{0B} (t - t_{0B}) + a_B (t - t_{0B})^2 / 2 = 70\,000 \text{ m} + (-4 \text{ m/s}^2) (t - 30)^2 / 2$$

En el cruce, las posiciones finales de ambos automóviles son iguales. Por lo tanto, ambas ecuaciones se igualarán, es decir:

$$(3 \text{ m/s}^2)t^2 / 2 = 70\,000 \text{ m} + (-4 \text{ m/s}^2)(t - 30 \text{ s})^2 / 2$$

Despejando el tiempo, se tiene:

$$(7 \text{ m/s}^2)t^2 / 2 - 120t - 68200 = 0$$

Resolviendo la ecuación de segundo grado por medio de la fórmula general, se tiene:

$$t = \frac{120 \text{ m/s} \pm \sqrt{(120 \text{ m/s})^2 - 4(3.5 \text{ m/s}^2)(-68200 \text{ m})}}{2(3.5 \text{ m/s}^2)} = \frac{120 \text{ m/s} \pm 984.48 \text{ m/s}}{7 \text{ m/s}^2} = 157.78 \text{ s}$$

Que corresponde al instante en que se cruzan los automóviles. La posición de los automóviles se puede encontrar sustituyendo el tiempo en cualquiera de las dos ecuaciones que la calculan:

$$x_A = (3 \text{ m/s}^2)(157.78)^2 / 2 = 37\,341.79 \text{ m}$$

De igual forma:

$$x_B = 70\,000 \text{ m} - (4 \text{ m/s}^2)(157.78 \text{ s} - 30 \text{ s})^2 / 2 = 37\,344.54 \text{ m}$$

Observe que ambos resultados no coinciden del todo ya que no se han considerado todos los decimales: sin embargo se puede decir que se encuentran en la misma posición. Las distancias que recorren ambos autos son:

$$d_A = |x_A - x_{0A}| = |37\,341.79 \text{ m} - 0 \text{ m}| = 37\,341.79 \text{ m}$$

Y

$$d_B = |x_B - x_{0B}| = |37\,344.54 \text{ m} - 70\,000 \text{ m}| = 32\,655.45 \text{ m}$$

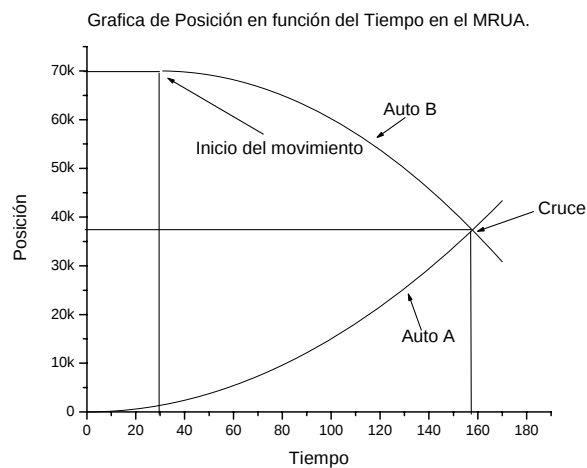


Figura 7

Por medio de una gráfica se puede comprobar estos resultados. Sólo se necesita trazar las parábolas que representan el movimiento de los automóviles. El cruce de ambas curvas corresponde al cruce de los automóviles.

Vemos que el tiempo necesario para el cruce es mayor que en anterior caso.

Las velocidades de ambos autos en el momento del cruce son:

$$v_A = v_{0A} + a_A t = 0 + (3 \text{ m/s}^2)(157.78 \text{ s}) = 473.34 \text{ m/s}$$

Y

$$v_B = v_{0B} + a_B(t - t_{0B}) = 0 + (-4 \text{ m/s}^2)(157.78 \text{ s} - 30 \text{ s}) = -511.12 \text{ m/s}$$

Estos resultados no concuerdan con la realidad ya que son muchos metros los que se recorren en un segundo. De hecho no hay automóviles que puedan recorrer tanta distancia en tan poco tiempo. Este ejemplo sirve para ilustrar la forma como se utilizan las ecuaciones para este tipo de movimientos.

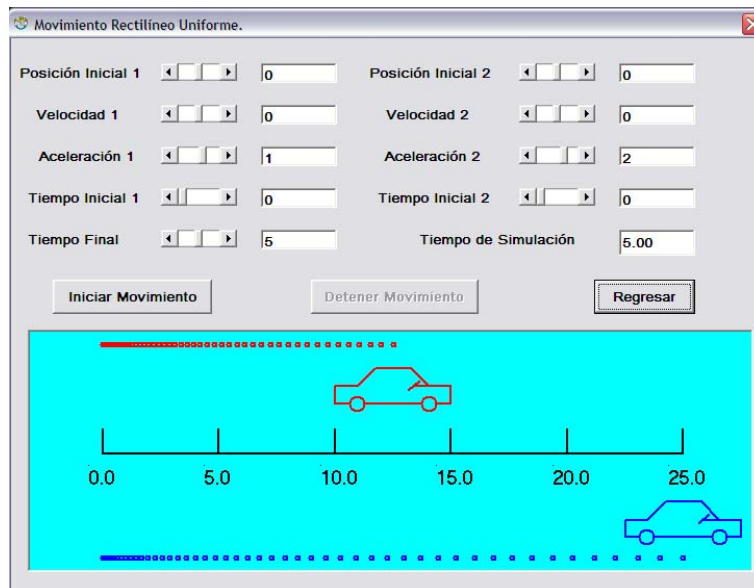


Figura 8

El programa es un sistema que muestra la animación del MRUA. La animación consiste de iconos, los cuales son utilizados para representar el desplazamiento de dos objetos que se mueven de acuerdo con las características de este tipo movimiento. El usuario podrá introducir por medio de barras de desplazamiento los valores de los tiempos, velocidades y posiciones iniciales, al igual que las aceleraciones con las que se moverán cada uno de los cuerpos. De igual forma, podrá fijar a su elección el tiempo final de la simulación. El objetivo que se

persigue, es que se pueda observar simultáneamente el desplazamiento de ambos objetos, al variar los parámetros que rigen sus movimientos.

CONCLUSIONES

- El sistema muestra los movimientos de los objetos para cada parámetro que rige su simulación. Con esto se puede realizar una serie de combinaciones que permitan analizar sus comportamientos.
- El usuario podrá comprobar que la distancia que recorren y la posición de los objetos en cada simulación, coincide con las calculadas teóricamente por medio de las ecuaciones correspondientes a cada tema.
- Los sistemas pueden ser usados para la Educación a Distancia por ser transportables fácilmente.
- Con el uso de los sistemas se puede lograr un aprendizaje activo.
- Se logran imágenes conceptuales a través de los modelos visuales que se generan con las simulaciones.
- El sistema es un apoyo a la labor docente.

BIBLIOGRAFÍA

- Beltrán, V; Braun, Eliezer. Principios de Física. Trillas. México, 1970.
- Cevallos, Fco. Javier. Enciclopedia de Visual Basic. Alfa Omega Grupo Editor. México. 1997.
- Haaser, Norman B; LaSalle, Joseph P; Sullivan, Joseph A. Análisis Matemático, Curso de Introducción. Trillas. México, 1977.
- Resnick, Robert; Halliday, David. Física. Vol II. CECSA. México, 1980.
- Sears, Francis W; Zemansky, Mark; Young, Hugh D. Física Universitaria. Addison-Wesley Iberoamericana. 1988.
- Wooton, William; Beckenbach, Edwin F; Fleming, Frank J. Geometría Analítica Moderna. Publicaciones Cultural S.A. México. 1978.