Un Sistema que Simula una Barra en Equilibrio

Guillermo Becerra Córdova
Área de Física
Dpto. de Preparatoria Agrícola
Universidad Autónoma Chapingo
E–mail: gllrmbecerra@yahoo.com

En los cursos de Física, donde se incluya a la Mecánica, la Estática es parte esencial para explicar el equilibrio de los cuerpos. El equilibrio de un cuerpo queda determinado por su equilibrio traslacional y rotacional. Un cuerpo se encuentra en equilibrio traslacional cuando la fuerza total sobre él es igual a cero. De igual forma, un cuerpo se encuentra en equilibrio rotacional cuando la suma de los momentos de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo es igual a cero. El momento de una fuerza se define como el producto de la fuerza por la distancia a la que se aplica la fuerza. Esta fuerza debe tener una componente perpendicular a la dirección del brazo de palanca. Si no existe una componente perpendicular a esa línea, el momento de esa fuerza es igual a cero. En este trabajo se presenta un sistema que simula dos fuerzas que actúan sobre una barra horizontal en equilibrio. Estas fuerzas son perpendiculares a la barra. El sistema calcula las magnitudes de las fuerzas en las que se apoya la barra. El usuario podrá introducir los valores de las fuerzas que actuarán sobre la barra y sus respectivas posiciones. También podrá introducir el valor del peso de la barra. Al terminar de introducir estos valores, el sistema calculará las fuerzas en las que está apoyada la barra. Estos resultados dependerán de los valores que introduzca el usuario.
PALABRAS CLAVE: equilibrio traslacional y rotacional, fuerza, momento de una fuerza, estática.

ABSTRACT

In the Physics courses, where Mechanics is included, the Static is an essential part to explain the balance of the bodies. The balance of a body is determined by its translational and rotational equilibrium. A body is in translational equilibrium when the total force on it is equal to zero. Similarly, a body is in rotational equilibrium when the net sum of the moments of the forces acting on the body is equal to zero. The moment of a force is defined as the product of force by the distance to which force is applied. This force must have a component perpendicular to the direction of the lever arm. If there is no component perpendicular to that line, the moment of that force is equal to zero. In this work we present a system that simulates two forces acting on a horizontal bar in equilibrium. These forces are perpendicular to the bar. The system calculates the magnitudes of the forces in which the bar is attached. The user can enter the values of the forces that will act on the bar and their respective positions. You can also enter the weight value of the bar. When you finish entering these values, the system will calculate the forces on which the bar is supported. These results will depend on the values that the user enters.
KEY WORDS: translational and rotational equilibrium, force, moment of a force, static.

Introducción

¿Te has preguntado alguna vez por qué un objeto puede mantenerse sin desplazarse y/o sin rotar? ¿Qué es lo que determina que un objeto se traslade y/o que gire? Se dice que para que un cuerpo gire y/o se traslade es necesario que se aplique una fuerza. La pregunta que se haría, en este caso, sería: ¿toda fuerza origina un traslado o un giro?, ¿en qué condiciones una fuerza puede producir un desplazamiento o un giro?

Para responder a estas preguntas, debemos establecer que la causa que genera que un cuerpo se mueva o se detenga, ya sea que esté rotando o trasladándose, es una fuerza que no sea nula (Beltrán , 1975, p. 57). Es decir, debe existir una fuerza diferente de cero para que un cuerpo se mueva o detenga su movimiento. Para el caso en que se desee que un cuerpo rote o gire alrededor de un eje, no es suficiente que sólo se le aplique una fuerza; es necesario que esa fuerza que se aplica lo haga a través de un brazo de palanca. El brazo de palanca es la distancia que existe entre el eje de giro y el punto donde se aplique esa fuerza (Resnick, 1981, 242). Si aplicamos una fuerza en la dirección del eje de giro, no se produciría un movimiento de rotación. Lo más probable es que se desplace al aplicar una fuerza en la dirección del eje de giro, pero no un giro. En consecuencia, para que haya un giro es necesario que la longitud del brazo de palanca sea diferente de cero. Pero no sólo se debe aplicar una fuerza ni tampoco que la longitud del brazo de palanca sea diferente de cero; son condiciones necesarias, pero no suficientes. Si la fuerza que se aplique coincide con la dirección del brazo de palanca, no se produciría una rotación. Es necesario que la fuerza tenga, al menos, una componente perpendicular a la dirección del brazo de palanca. Y si la fuerza se encuentra perpendicular al brazo de palanca, su efecto sería máximo. El producto de la fuerza por el brazo de palanca, se le llama torca. Matemáticamente, la torca se calcula a través de la siguiente expresión (Beltrán, 1975, 71):

$$\tau = F\ d \qquad 1$$

La ecuación anterior nos indica que mientras más grande sea la fuerza y/o el brazo de palanca, la torca va a ser más grande, es decir, la torca es directamente proporcional a la fuerza y/o al brazo de palanca. Si la fuerza como el brazo de palanca son grandes se producen grandes torcas.

La figura 1 muestra la fuerza y el brazo de palanca donde se aplica la fuerza. Observe que, en este caso, la fuerza es perpendicular al brazo de palanca.

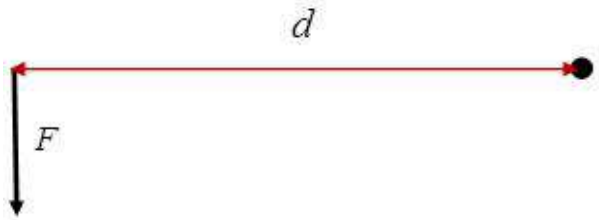

Figura 1

Existen otros casos en que la fuerza no es perpendicular al brazo de palanca. En estos casos la componente de la fuerza que es perpendicular al brazo de palanca es la que provocará una torca, que equivale a provocar un giro.

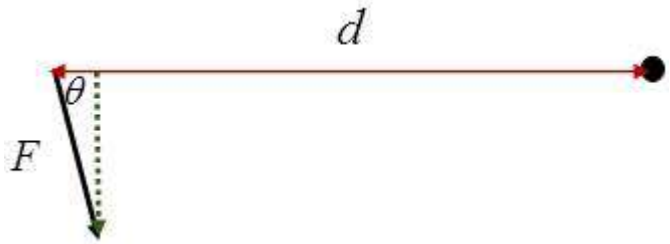

Figura 2

La figura 2 muestra el caso en que la fuerza no es perpendicular al brazo de palanca. Observe que la componente perpendicular al brazo de palanca se muestra por una flecha punteada de color verde. Observe también que, en estos casos, no toda la fuerza (F) se emplea para provocar un giro, por lo que la torca se calculará utilizando la componente de la fuerza perpendicular al brazo de palanca. La componente de la fuerza que es perpendicular al brazo de palanca se calcula por

medio de la siguiente expresión (Bueche, 1990, 20):

$$F_{\perp} = F \; sen \; \theta \qquad 2$$

Por lo que la torca, para este caso, se calcula por medio de la siguiente ecuación:

$$\tau = F \; d \; sen \; \theta \qquad 3$$

La torca es menor porque no toda la fuerza se emplea para provocar un giro.

Existe un caso muy particular en el que la fuerza se aplica en la misma dirección que el brazo de palanca. La figura 3 muestra este caso.

Figura 3

La torca, para esta situación, sería igual a cero. Esto es porque el ángulo que forma la fuerza y el eje de palanca es igual a 0 o a 180 grados. En consecuencia, si se aplica la ecuación anterior, el seno de 0 o de 180 grados, sería igual a cero y su torca también sería igual a cero.

Debemos comentar que el punto negro que se muestra en todas las figuras, corresponde al eje de giro.

Siempre que se abre una puerta, una llave de agua o que haces girar un volante, se aplica una torca. De esta forma, a partir de la ecuación 1, podemos afirmar que se podría producir la misma torca aplicando una fuerza muy grande a un brazo de palanca muy pequeño o aplicando una fuerza muy pequeña a un brazo de palanca muy grande. En principio, las herramientas funcionan utilizando una fuerza muy pequeña a un brazo de palanca muy grande. No se necesita una fuerza muy grande para hacer girar un tornillo, porque el brazo de palanca de la herramienta que se utilice, debe ser grande. Este es el principio por el cual funcionan muchas herramientas: un desarmador, una llave española, un perico, una llave de cruz, una palanca de gato hidráulico, etc.

Cuando se aplican diversas torcas, se puede provocar que el objeto gire o no. En el caso en que las torcas que se apliquen sean contrarias, puede suceder que el cuerpo no gire. En consecuencia, si las torcas que se apliquen provocan un giro, entonces la torca total será diferente de cero. ¿Cuándo un cuerpo no girará a pesar de que se le apliquen varias torcas? La respuesta en si es sencilla: cuando la suma de las torcas que se apliquen a un mismo eje de rotación sea igual a cero. Matemáticamente la condición para que un cuerpo no rote, se expresa de la siguiente manera (Beiser, 1991, 62):

$$\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 .... = \sum_{i=1}^{n} \tau_i = 0 \qquad 4$$

La figura 4 muestra un conjunto de torcas que actúan sobre un brazo de palanca. Si el brazo no gira, la suma de las torcas debe ser igual a cero. De igual forma, si el brazo no se desplaza, entonces la suma de las fuerzas que producen las torcas, también debe ser igual a cero. Estas dos condiciones son necesarias y suficientes para que el brazo de palanca no se desplace ni tampoco rote o gire.

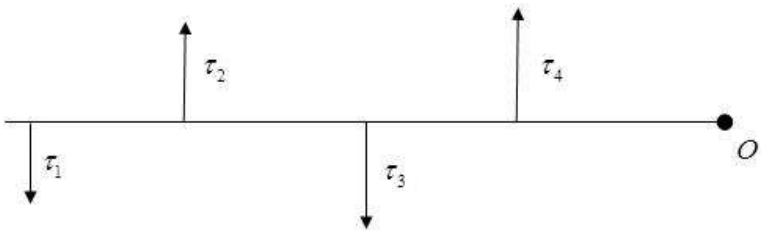

Figura 4

Es conveniente aclarar que el eje por el cual gira el brazo de palanca no necesariamente va a encontrarse en un extremo; puede situarse en cualquier lugar del brazo. Por ejemplo, la figura 5 muestra una barra en la que el eje de rotación no se encuentra en alguno de sus extremos. En la barra se aplican dos fuerzas las cuales la suma de sus torcas debe ser igual a cero para que la barra se encuentre en equilibrio.

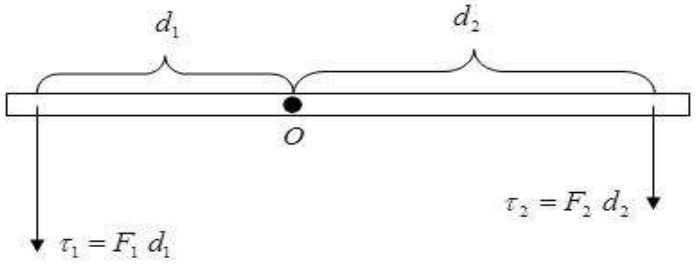

Figura 5

Es decir:

$$\tau_1 + \tau_2 = 0 \qquad 5$$

Como el brazo de palanca 2 tiene mayor longitud que el brazo de palanca 1, la fuerza F_2 debe ser menor que la fuerza F_1 para que la barra se encuentre en equilibrio. Los subibajas funcionan con este principio, la persona que se encuentre más cerca del eje de rotación debe pesar más que la persona que se encuentre más alejada para que la barra se encuentre en equilibrio. Si la barra no se encontrara en equilibrio, el giro tendería hacia el lado donde es mayor la torca. Por eso, cuando se presenta esta situación, hay personas que ayudan para que se equilibre el subibaja.

En todas las situaciones anteriores no hemos considerado el peso de la barra. Muchas veces el peso de la barra es despreciado por no influir mucho en su equilibrio, pero otras veces no se puede despreciar porque influye en su equilibrio. Por ejemplo, los subibajas tienen un peso que en muchas ocasiones no se toma en cuenta, ya sea porque es pequeño su peso o porque el eje de rotación justamente se encuentra en su centro. En esta situación, no se presentaría una torca debido al peso del subibaja. Pero si su peso no fuese despreciado y que el eje de giro se colocara en una posición que no fuese su centro de gravedad, entonces aparecería una torca diferente de cero. Algunos subibajas tienen la propiedad de que se puede colocar su eje de giro en lugares diferentes al centro del subibaja. Esto es para compensar la posible diferencia de pesos que exista entre las dos personas que se suban en él.

Hasta aquí hemos considerado que el subibaja y, en general, cualquier barra que pueda rotar alrededor de un eje, tiene una distribución de masa homogénea. Pero no siempre sucede esto; puede suceder que la distribución de su masa no sea homogénea, es decir, no uniforme. En

estos casos su centro geométrico no coincidiría con su centro de gravedad. Y la pregunta que se haría es: ¿qué es el centro de gravedad? En principio, el centro de gravedad de un cuerpo es el punto en el cual se puede considerar que se concentra todo su peso (Buche, 1990, 21). Un cuerpo puede suspenderse de su centro de gravedad, con cualquier orientación, sin que tienda a girar (Hewitt, 1995, 148). Es decir, si un cuerpo se colgara de su centro de gravedad, no aparecerían torcas debido a su peso. En el caso de un cuerpo simétrico su centro de gravedad estaría en su centro geométrico si fuese homogéneo. En el caso de que no sea homogéneo, su centro de gravedad no se encontraría en su centro geométrico, a pesar de que sea regular o simétrica. Esto podría suceder cuando a una pelota de plástico se le colocara cierta cantidad de arena. Si se aventara la pelota, veríamos que rotaría en forma extraña porque su centro de gravedad no coincidiría con su centro geométrico. Muchos juguetes funcionan debido a este fenómeno. Su centro de gravedad se encuentra muy cerca del piso para que al aventarlo o al moverlo no se caiga, sino que sigua erguido. En el caso de un objeto no regular o no simétrico, la manera de encontrar su centro de gravedad consiste en considerar al objeto como un sistema de partículas separadas y luego encontrar el punto de equilibrio del sistema (Beiser, 1991, 63). Un objeto irregular, como un bate de béisbol, tiene más peso en uno de sus extremos y el centro de gravedad está cargado hacia dicho extremo. Si se lanza el bate al aire, el bate girará en torno al centro de gravedad. El movimiento del bate es la suma de dos movimientos: de rotación, alrededor del centro de gravedad y de traslación, describiendo el centro de gravedad una parábola. El centro de gravedad de un objeto en forma de triángulo equilátero se encuentra colocado a un tercio de la distancia de su base (Hewitt, 1995, 145). En presencia de la acción de la gravedad, un cuerpo puede tener centro de masa y de gravedad. En el caso de ausencia de gravedad, los cuerpos sólo tienen centro de masa. De hecho, en algunas ocasiones el centro de gravedad y el centro de masa no coinciden debido al tamaño de los cuerpos. El tamaño del cuerpo influye en el centro de gravedad porque su acción no es la misma en cada punto del mismo. Por ejemplo, se dice que el centro de gravedad de la Luna no coincide con su centro de masa (Hewitt, 1995, 147). Esto es debido a que el valor de la gravedad de la Tierra no es la misma en cada punto de la Luna. Recuerde que la gravedad de la Tierra depende de la distancia. Por ello, al ser la Luna muy grande, la acción de la gravedad no es la misma, provocando que ambos centros de masa y de gravedad no coincidan.

Para el caso de una barra homogénea que se encuentre colocada sobre soportes en cada uno de sus extremos, los soportes cargarán la mitad del peso de la barra. Esto es debido a que es homogénea. Si la barra no fuese homogénea, la carga de cada uno de los soportes sería diferente.

En este trabajo se presenta una simulación en donde se tiene una barra colocada sobre soportes en sus extremos. La barra tiene, por convención, un metro de largo; la longitud no es determinante en la simulación, puede ser cualquier valor. La idea es que el sistema calcule las carga que debe soportar cada uno de los soportes donde se encuentra la barra. Para ello, se tiene la posibilidad de colocar dos fuerzas en cualquier posición de la barra y asignarle el valor de las fuerzas con las que actuarán. Tanto la posición como los valores de las fuerzas las puede introducir el usuario a través de barras de desplazamiento. Después de introducir estos valores, el sistema podrá calcular los valores de las cargas en los soportes. Esto lo puede comprobar haciendo los cálculos por su propia cuenta.

La figura 6 muestra la barra colocada sobre los soportes y las fuerzas que actúan sobre ella.

Como se comentó anteriormente, los valores de la posición y de las magnitudes de las fuerzas se introducen por medio de barras de desplazamiento. De igual forma, se puede introducir el valor del peso de la barra. Los valores de las posiciones de las fuerzas varían entre 0 y 1 metro, y los valores de las magnitudes de las fuerzas al igual que el peso de la barra varían entre 0 y 100 N.

Figura 6

Justificación

En la enseñanza de la Física, generalmente se manejan ideas abstractas o intangibles que no son apreciadas fácilmente por nuestros sentidos, careciendo de significado al no ser representadas. Es por ello que las representaciones juegan un papel importante, ya que permiten trasladar ideas en imágenes que pueden ser apreciadas por nuestros sentidos. Con esto se intenta dar significado a una cuestión abstracta. En la etapa formativa de los alumnos, es importante que el acercamiento a las representaciones visuales sea la esencia de la definición de concepto, de tal forma que la imagen conceptual que se genere en ellos presente menos obstáculos. Para generar representaciones visuales de los conceptos que se manejan en la Física, es conveniente presentar experimentos que muestren las ideas fundamentales que se establecen en dichos conceptos. En muchas ocasiones el experimento es utilizado como herramienta de comprobación. Por ello, es deseable que cada tema que es analizado, vaya acompañado de un diseño experimental. Sin embargo, en muchas ocasiones, este objetivo no es logrado cabalmente por diversas razones, entre ellas tenemos:

- En algunos temas es difícil implementar un experimento demostrativo ya que es prácticamente imposible aislar al sistema de la influencia del medio.
- La falta de equipo.
- La carencia de profesores con elementos académicos para implementar experiencias de laboratorio.

Por tal motivo, nuestro interés se centra en el uso de la computadora para crear percepciones visuales y ser un elemento básico en el reforzamiento de las imágenes conceptuales que el alumno pueda llegar a formarse de la definición de concepto. A diferencia de otros medios tecnológicos, la computadora ha logrado entrar en el ámbito educativo provocando cambios significativos en él, debido a que en el alumno se obtienen algunas situaciones deseables, como, por ejemplo:

- Un lenguaje cognitivo, al haber asociación de la palabra con la imagen obtenida.
- Con el uso de la computadora se puede lograr un aprendizaje activo, es decir, debido a la interactividad existente entre el alumno y la computadora, se permite explorar la información con más detalle, sin la presión del docente.
- De esta interactividad surgen las representaciones dinámicas de los fenómenos físicos que proporcionan, desde un punto de vista psicológico, a la mente una manipulación de los diferentes procesos de una manera mucho más fructífera.
- Por otro lado, hay que recalcar la importancia fundamental de la imagen conceptual y la definición de concepto en la Física. Para lograr una imagen conceptual son necesarios los modelos visuales y éstos se obtienen de lo que va apareciendo en la pantalla, dando lugar a la observación de cómo se van formado los objetos del mundo físico.
- Con el uso de la computadora se logran mejores resultados en los procesos cognitivos que de la manera tradicional, ya que permite al alumno construir sus propios conceptos, al explorar de manera personal el mundo de la Física a través de la computadora. Además, se incrementan de manera considerable la representación visual y esto es muy importante debido a que la mayoría de los conceptos físicos tienen de alguna forma una representación que es más simbólica que visual.

Debido a que los principios en que se fundamente la estática no son fáciles de comprender, en este trabajo se presenta un sistema que simula dos fuerzas que actúan sobre una barra horizontal en equilibrio. La simulación hace posible observar cómo las fuerzas actúan en una barra en equilibrio. La simulación hace posible generar un lenguaje visual para que percibir las diferentes situaciones en que un conjunto de fuerzas actúa en una barra en equilibrio. Con la simulación, el usuario observará que la suma de las fuerzas y de las torcas que actúan sobre la

barra, son iguales a cero; siendo éstas las condiciones para que un cuerpo se encuentre en equilibrio.

Metodología

La metodología que se utilizó, es considerar que para que un cuerpo se encuentre estático, es necesario y suficiente que la suma de las fuerzas y de las torcas que actúen en él, sean iguales a cero. Es decir:

$$F_1 + F_2 + F_3.... = \sum_{i=1}^{n} F_i = 0 \quad 6$$

$$\tau_1 + \tau_2 + \tau_3.... = \sum_{i=1}^{n} \tau_i = 0 \quad 7$$

Si consideramos que actúan el peso de la barra, las fuerzas F_1 y F_2 y los soportes que sujetan la barra, entonces se tiene:

$$-F_1 - F_2 + S_1 + S_2 - P = 0 \quad 8$$

Y

$$-F_1 d_1 - F_2 d_2 + S_1(0) + S_2(1\,m) - P(0.5\,m) = 0 \quad 9$$

$$-F_1 d_1 - F_2 d_2 + S_2(1\,m) - P(0.5\,m) = 0 \quad 10$$

Para la suma de las torcas, se ha considerado como origen el extremo izquierdo de la barra. De igual forma, se ha considerado que las fuerzas que van hacia arriba como positivas y las que van hacia abajo, negativas. El peso de la barra se ha denotado como P, las fuerzas como F_1 y F_2 y, finalmente, las magnitudes de las fuerzas en los soportes como S_1 y S_2. Observe en la ecuación 10 que la fuerza S_1 se ha eliminado por que se multiplica por 0.

Para obtener los valores de las fuerzas S_1 y S_2 se despeja S_2 de la ecuación 10 y se sustituye en la ecuación 8. El resultado es igual a:

$$S_1 = \frac{F_1(1\,m - d_1) + F_2(1\,m - d_2) + P(0.5\,m)}{1\,m} \quad 11$$

Y

$$S_2 = \frac{F_1 d_1 + F_2 d_2 + P(0.5\,m)}{1\,m} \quad 12$$

Utilizando las ecuaciones 11 y 12, el sistema calcula las magnitudes de las fuerzas en los soportes.

Descripción del sistema

En esta sección describiremos, como resultado del proyecto, el programa que lleva a cabo la simulación para la **Barra en Equilibrio**. El programa es activado haciendo doble clic en el icono correspondiente con esta aplicación. La figura 7 muestra la distribución de las diversas opciones con las que cuenta el sistema.

Figura 7

Las barras de desplazamiento que se encuentran en la parte superior de la pantalla, son utilizadas para que el usuario introduzca, a través de ellas, los valores de las posiciones de las fuerzas, de las magnitudes de las fuerzas y del peso de la barra.

A manera de ejemplo, suponga que las fuerzas se encuentran colocadas en cada uno de los extremos de la barra y los valores de sus magnitudes son iguales a cero, al igual que el peso de la barra. Teóricamente, los valores de S_1 y S_2 serían, para este caso, iguales a cero. Para comprobar este resultado, debemos hacer clic sobre el botón **Resolver**. El resultado se mostrará en cada una de las cajas de texto diseñadas para ello. La figura 8 muestra esta situación.

Figura 8

Como siguiente ejemplo, suponga que las fuerzas se encuentran colocadas en cada uno de los extremos de la barra y los valores de sus magnitudes son iguales a 50 N, y el peso de la barra es igual a cero. Teóricamente, los valores de S_1 y S_2 serían, para este caso, iguales 50 N. Para comprobar este resultado, debemos hacer clic sobre el botón **Resolver**. Vemos que los valores de S_1 y S_2 son iguales a 50 N. La figura 9 muestra esta situación.

Figura 9

Como siguiente ejemplo, suponga que las fuerzas de nuevo se encuentran colocadas en cada uno de los extremos de la barra y los valores de las magnitudes de las fuerzas fuesen iguales a 50 N y el peso de la barra fuese igual a 100 N. Teóricamente, los valores de S_1 y S_2 serían, para este caso, iguales 100 N. Para comprobar este resultado, debemos hacer clic sobre el botón **Resolver**. Vemos que los valores de S_1 y S_2 son iguales a 100 N. La figura 10 muestra esta situación.

Figura 10

Como siguiente ejemplo, suponga que las fuerzas se encuentran colocadas en cada uno de los extremos de la barra y que el valor F_1 es igual a 50 N y que el de F_2 es igual a 100 N. Considere que el peso de la barra es igual a 100 N. Aquí podríamos pensar que el valor de S_1 es menor que el de S_2 ya que F_1 es menor que F_2. Para comprobar esta suposición, debemos hacer clic sobre el botón **Resolver**. Observe la figura 11.

Figura 11

Vemos en la figura 11 que efectivamente la fuerza en el soporte de la izquierda es menor que en el de la derecha, ya que la fuerza F_1 es menor que la fuerza F_2. Para S_1 se tiene 100 N y para S_2, 150 N.

La pregunta que se presentaría de forma natural es: ¿cuál sería la posición de F_2 para que las fuerzas en los soportes, S_1 y S_2 fuesen iguales? En principio se tendría que desplazar la fuerza

F_2 hacia la izquierda para que parte de la fuerza que soporta S_2 se pasara al soporte S_1. Haciendo diferentes pruebas vemos que la posición de F_2 para que ambos soportes carguen lo mismo, se encuentra en 0.75 metros, considerando que el origen lo situamos en el extremo izquierdo de la barra. En este caso, ambos soportes cargarían 125 N. La figura 12 muestra los resultados del ejemplo.

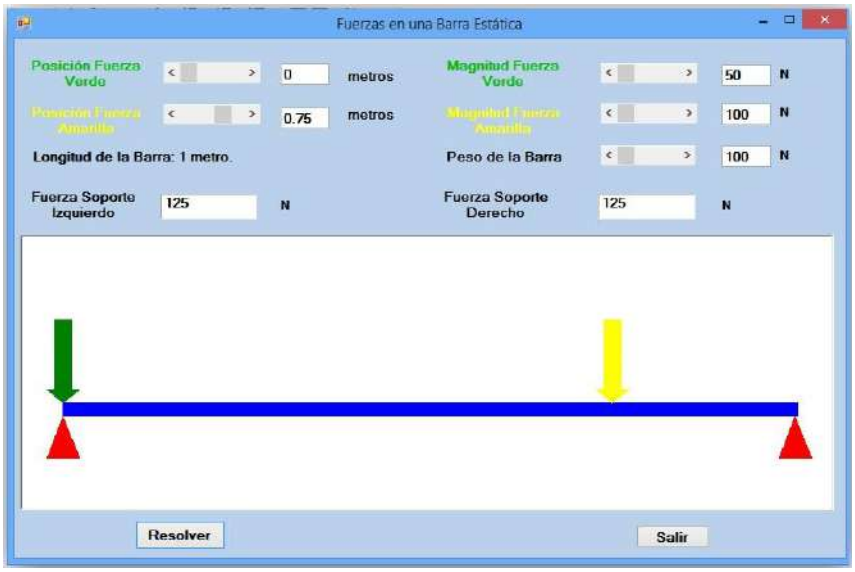

Figura 12

En este ejemplo nos hemos dado cuenta que si desplazáramos hacia la derecha las fuerzas que actúan en la barra, la magnitud de la fuerza en el soporte izquierdo disminuiría. Equivalentemente, si desplazáramos hacia la derecha las fuerzas que actúan sobre la barra, la magnitud de la fuerza en el soporte derecho, aumentaría. Esto lo podemos observar con la siguiente situación. Suponga que las fuerzas se encuentran colocadas en el extremo derecho de la barra y que el valor F_1 es igual a 50 N y que el de F_2 es igual a 100 N. Considere que el peso de la barra es igual a 100 N. La figura 13 muestra esta situación.

Figura 13

Vemos que el soporte S_1 de la izquierda ejerce una fuerza de 50 N debido exclusivamente al peso de la barra y que el soporte S_2 ejerce una fuerza de 200 N debido al peso de la barra y a las fuerzas F_1 y F_2 que actúan sobre la barra.

Como Siguiente ejemplo, suponga que las fuerzas se encuentran colocadas en el centro de la barra y que el valor F_1 es igual a 50 N y que el de F_2 es igual a 50 N. Considere que el peso de la barra es igual a 100 N. La figura 14 muestra esta situación.

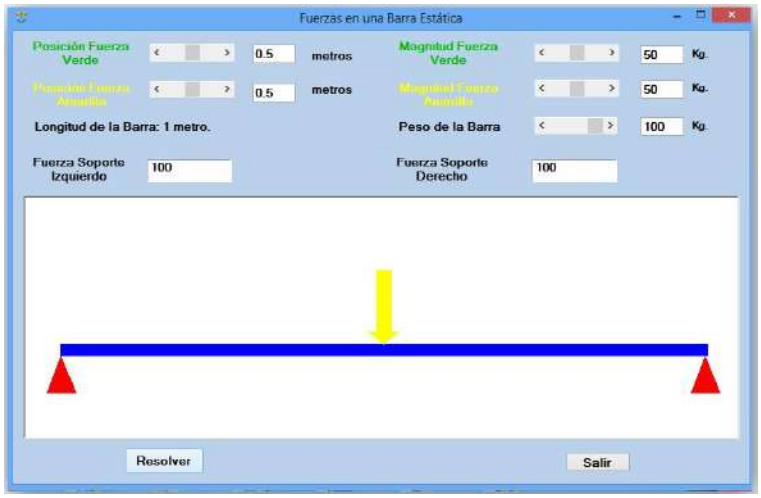

Figura 14

Vemos que los soportes, S_1 y S_2 ejercen una fuerza de 100 N cada uno debido a que las fuerzas F_1 y F_2 ejercen una fuerza de 50 N y el peso de la barra es de 100 N. Como se puede notar, ambos soportes ejercen la misma fuerza porque las fuerzas se encuentran en el centro de la barra. En consecuencia, si esto es cierto, los valores de las fuerzas en los soportes van a

ser iguales, independientemente del valor de las fuerzas F_1 y F_2, siempre y cuando se encuentren colocadas en el centro de la barra.

En consecuencia, podemos hacer variar las fuerzas de tal manera que no sean iguales y que se encuentren colocadas en el centro de la barra. Para ello, supongamos que la fuerza F_1 sea igual a 100 N y que la fuerza F_2 sea igual a 30 N. La figura 15 muestra esta situación.

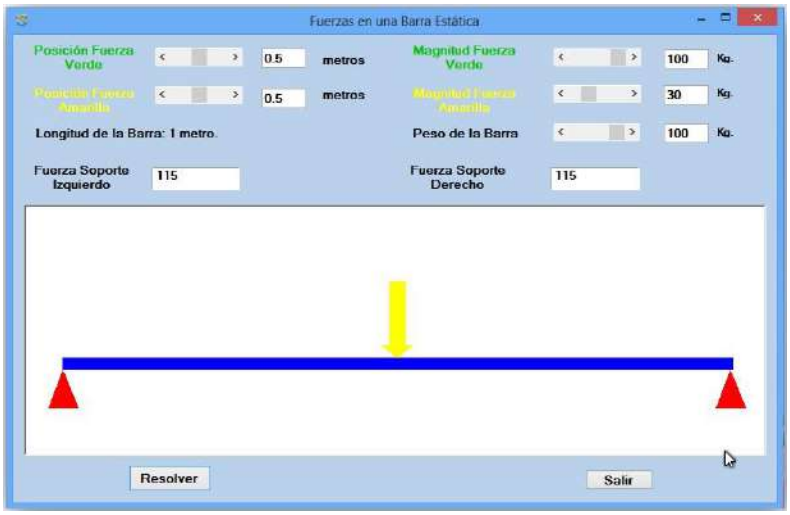

Figura 15

Observe en la figura que efectivamente las fuerzas en los soportes son iguales, independientemente de los valores de las fuerzas en F_1 y F_2. Los valores de las fuerzas en los soportes son iguales a 115 N. También observe que la suma de las fuerzas que ejercen los soportes es igual a la suma de los valores de las fuerzas en F_1 y F_2, más el peso de la barra.

También los valores de las fuerzas en los soportes van a depender de las posiciones de las fuerzas F_1 y F_2. Si colocamos las fuerzas F_1 y F_2 a 0.25 y a 0.75 metros alejado del extremo izquierdo de la barra, respectivamente, y hacemos que el valor de F_1 sea igual a 100 N y el de F_2 sea igual a 50 N, con el peso de la barra igual a 100 N, se tiene que la fuerza F_1 es igual a 137.5 N y el de F_2 igual a 112.5 N. De esta forma, las fuerzas en los soportes no son iguales debido a que no son iguales las fuerzas F_1 y F_2. Observe la figura 16.

Debemos hacer notar que la barra es homogénea y, por consecuencia, el centro de gravedad se encuentra en el centro de la barra. Si consideráramos que la barra no fuese homogénea, el centro de gravedad podría ser variable. Para ello se tendría que introducir una variable en la que el usuario tuviese la posibilidad de introducir la posición del centro de gravedad. Este programa no considera esta situación, por lo que el centro de gravedad siempre se va a situar en el centro de la barra.

Figura 16.

También existe la posibilidad de que las fuerzas no estén colocadas simétricamente y que tengan valores distintos pero la fuerza en los soportes sea la misma. Por ejemplo, supongamos que la fuerza F_1 tiene el valor de 74 N, que el valor de F_2 es de 62 N y que el peso de la barra es de 99 N. Supongamos también que la posición de la fuerza F_1 es de 0.25 metros. En consecuencia, la posición que debe tener la fuerza F_2 debe ser de 0.8 metros. Las fuerzas en los soportes son iguales a S_1=117.4 N y S_2=117.6. N. Estos valores se pueden obtener cambiando la posición de la fuerza F_2 hasta que las fuerzas en los soportes sean iguales. Observe la figura 17.

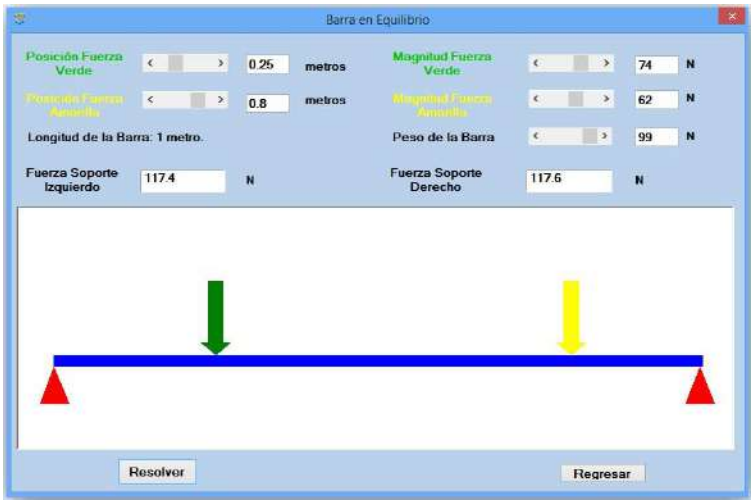

Figura 17

Como se puede observar en la figura, los valores de S_1 y S_2 no son exactamente iguales debido a que los valores de las fuerzas F_1 y F_2, al igual que sus posiciones, no asumen valores fraccionarios.

En general se pueden hacer una serie de combinaciones para que el usuario obtenga el valor de la variable que se necesita encontrar para que las fuerzas en los soportes sean iguales. La tabla siguiente muestra las diferentes combinaciones que se pueden hacer.

Incógnita	Ecuación para calcularla	
d_1	$\frac{F_1 + F_2(1-2d_2)}{2F_1}$	13
d_2	$\frac{F_1(1-2d_1) + F_2}{2F_2}$	14
F_1	$\frac{F_2(1-2d_2)}{2d_1 - 1}$	15
F_1	$\frac{F_1(1-2d_1)}{2d_2 - 1}$	16

Tabla 1

Como ejemplo de aplicación de estas ecuaciones, supongamos que queremos calcular el valor de d_1, conociendo los valores de F_1, F_2 y d_2. Considere que F_1 es igual a 60 N, F_2 es igual a 40 N y d_2 es igual a 0.6 metros. Aplicando la ecuación 13, vemos que el valor de d_1 es igual a 0.433 m. En este caso, los valores de S_1 y S_2 son iguales a 50 N, considerando que no tiene peso la barra. Si la barra tuviese un peso de 100 N, entonces los valores de S_1 y S_2 serían iguales a 100 N. La figura siguiente muestra esta situación.

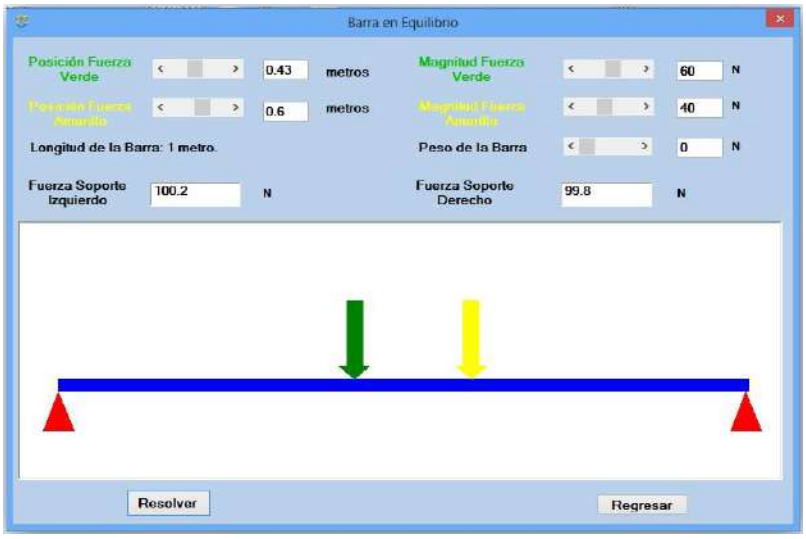

Figura 18

¿Cuál debe ser el valor de d_2 para que las fuerzas en los soportes sean iguales, si F_1 es igual 30 N, F_2 es igual 70 N y el valor de d_1 es igual a 0.2 m? Considere el peso de la barra igual a cero.

Utilizando la ecuación 13, tenemos que el valor de d_2 es igual a:

$$d_2 = \frac{F_1(1-2d_1)+F_2}{2F_2} = \frac{(30\ N)(1-2*0.2)+70\ N}{2*70\ N} = 0.6285\ m$$

Al introducir los valores de F_1, F_2, d_1 y d_2 al sistema, vemos que los valores de S_1 y S_2, son iguales a 50 N, si consideramos que la barra no tiene peso. Observe que el sistema no da un valor exacto de las fuerzas en los soportes, porque el valor de la distancia d_2 sólo contempla hasta centésimas.

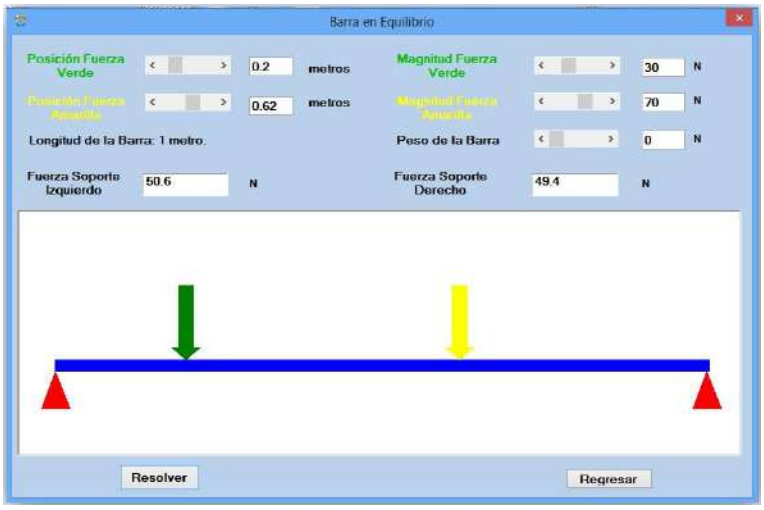

Figura 19

Si el peso de la barra fuese de 50 N, entonces los valores de las fuerzas en los soportes serían iguales a 75 N. Esto se puede comprobar introduciendo el valor del peso de la barra en el sistema. La siguiente figura muestra esta situación.

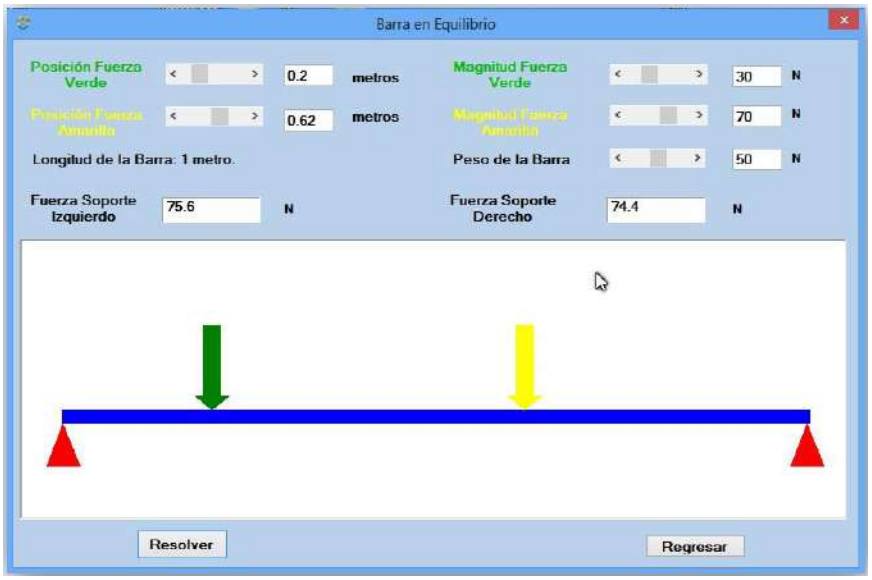

Figura 20

¿Cuál debe ser el valor de F_1 para que las fuerzas en los soportes sean iguales, si F_2 es igual 20 N, d_1 es igual 0.1 m y el valor de d_2 es igual a 0.7 m? Considere el peso de la barra igual a cero.

Utilizando la ecuación 14, tenemos que el valor de F_1 es igual a:

$$F_1 = \frac{F_2(1-2d_2)}{2d_1 - 1} = \frac{(20N)(1-2*0.7)}{2*0.1-1} = 10\ N$$

Al introducir los valores de F_1, F_2, d_1 y d_2 al sistema, vemos que los valores de S_1 y S_2, son iguales a 15 N, si consideramos que la barra no tiene peso. En la siguiente figura se observan los valores de las fuerzas en los soportes.

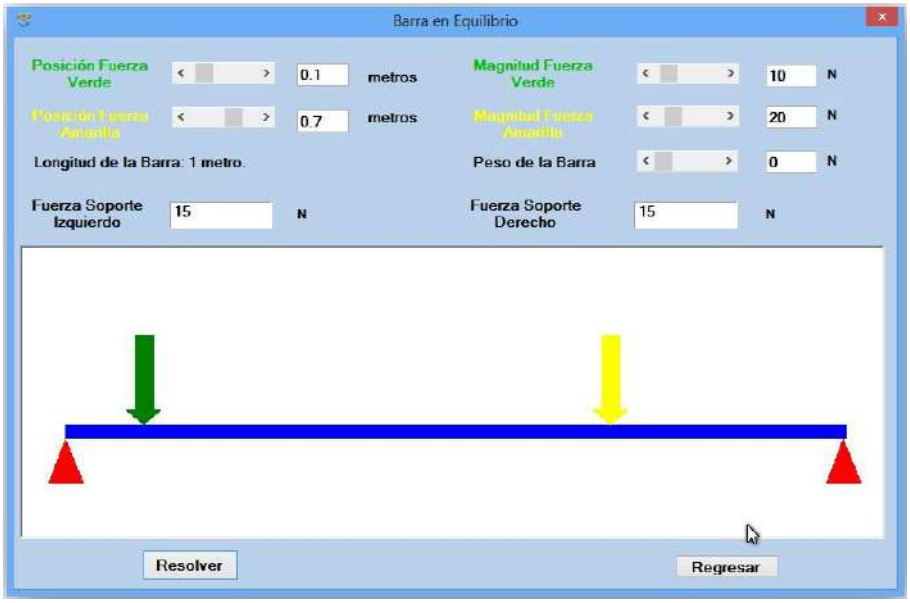

Figura 21

Si el peso de la barra fuese de 100 N, entonces los valores de las fuerzas en los soportes serían iguales a 65 N. Esto se puede comprobar introduciendo el valor del peso de la barra en el sistema. La siguiente figura muestra esta situación.

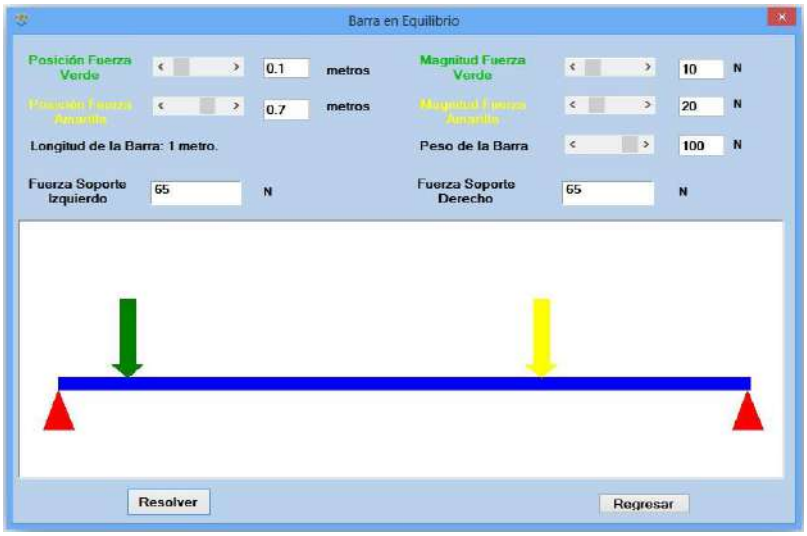

Figura 22

Finalmente, ¿Cuál debe ser el valor de F_2 para que las fuerzas en los soportes sean iguales, si F_1 es igual 10 N, d_1 es igual 0.15 m y el valor de d_2 es igual a 0.75 m? Considere el peso de la barra igual a cero.

Utilizando la ecuación 15, tenemos que el valor de F_1 es igual a:

$$F_2 = \frac{F_1(1-2d_1)}{2d_2-1} = \frac{(10\ N)(1-2*0.15)}{2*0.75-1} = 14\ N$$

Al introducir los valores de F_1, F_2, d_1 y d_2 al sistema, vemos que los valores de S_1 y S_2, son iguales a 15 N, si consideramos que la barra no tiene peso. En la siguiente figura se observan los valores de las fuerzas en los soportes.

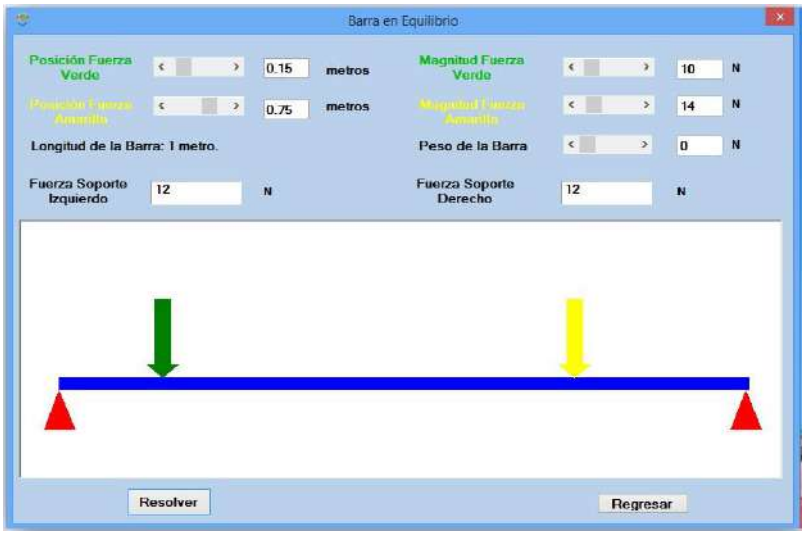

Figura 23

Si el peso de la barra fuese de 80 N, entonces los valores de las fuerzas en los soportes serían iguales a 52 N. Esto se puede comprobar introduciendo el valor del peso de la barra en el sistema. La siguiente figura muestra esta situación.

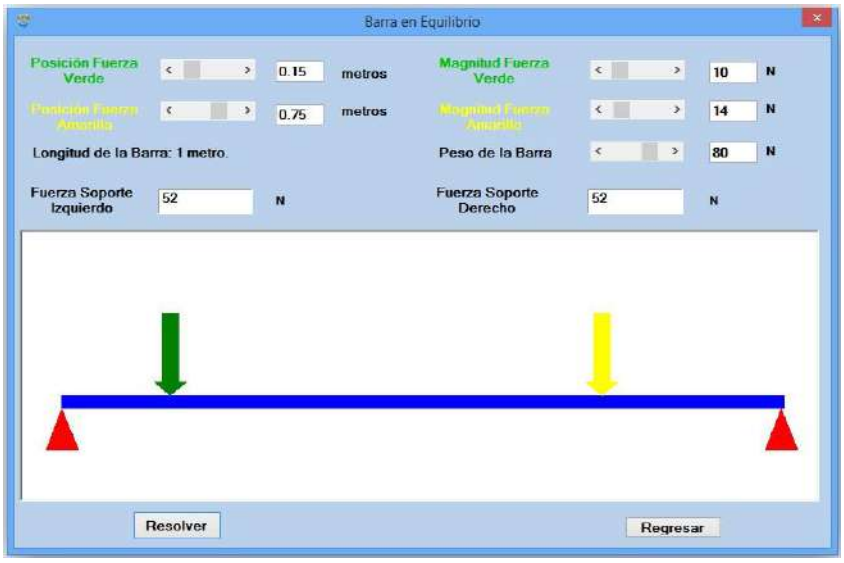

Figura 24

Conclusiones

- Con el sistema, se pueden llevar a cabo un gran número de combinaciones con las posiciones de las fuerzas, sus magnitudes y el peso de la barra.
- El usuario puede calcular los valores de las fuerzas en los soportes y compararlos con los que calcula el sistema.
- La interfaz gráfica hace posible tener un lenguaje visual relacionando la posición y las magnitudes de las fuerzas que actúan en la barra y las fuerzas que ejercen los soportes.

- El sistema puede ser usado para alumnos de nivel bachillerato y profesional.
- El sistema es una buena herramienta que sirve de apoyo al aprendizaje de la Estática.
- Por su portabilidad el sistema puede ser usado en Educación a Distancia.

Referencias

Beiser, A. (1991). *Física Aplicada*. México, D. F.: McGRAW-HILL.

Beltrán V. y Braun E. (1975). *Principios de Física*. México, D. F.: Trillas.

Bueche, F. J. (1990). *Física General*. México, D. F.: McGRAW-HILL.

Hewitt, P. (1995). *Física Conceptual*. México, D.F.: Addison-Wesley Iberoamericana.

Resnick, R. & Halliday, D. (1980). *Física. Vol. I*. México, D.F.: CECSA.

Serway, R.A. (1985). *Física*. México, D.F.: Interamericana.