



**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA CHAPINGO
DPTO. DE PREPARATORIA AGRÍCOLA
ÁREA DE FÍSICA**



“Un Sistema Que Simula Colisiones En Una Dimensión Entre Dos Cuerpos”

RESUMEN

En los cursos de Mecánica en bachillerato se estudia la Cantidad de Movimiento y su conservación. Dentro de este tema se encuentran las colisiones en una dimensión y el concepto de coeficiente de restitución. En el presente trabajo se muestra el uso de un sistema que simula colisiones en una dimensión entre dos cuerpos. Las simulaciones consisten en mostrar cómo dos cuerpos chocan dadas sus masas, las velocidades con las que se mueven y el coeficiente de restitución entre ambos cuerpos. Los movimientos de los cuerpos pueden ser en direcciones contrarias o en la misma dirección. Las simulaciones tratan de mostrar cómo las masas, las velocidades y el coeficiente de restitución influyen en el resultado de la colisión. No es lo mismo una colisión cuando las masas de los cuerpos son iguales que cuando son diferentes. De igual forma, no es lo mismo que un cuerpo se encuentre en reposo que cuando ambos se estén moviendo; incluso si sus direcciones son diferentes. El coeficiente de restitución también juega un papel importante. Si el coeficiente es igual a uno, la colisión sería perfectamente elástica y, en consecuencia, no habría pérdida de energía en la colisión. Si el coeficiente fuese igual a cero, correspondería a una colisión perfectamente inelástica, provocando que los cuerpos se mantengan unidos después de la colisión. Este tipo de colisiones es muy común en los accidentes de tránsito. Muchas veces los autos quedan unidos después de la colisión. Para un valor del coeficiente entre cero y uno, los cuerpos no quedarían unidos, pero perderían energía cinética. De esta forma, el sistema puede simular diversos tipos de situaciones al variar las masas y las velocidades de los cuerpos, al igual que el coeficiente de restitución. En consecuencia, las simulaciones hacen posible que el usuario pueda observar cada una de estas situaciones, creando con ello un lenguaje visual

Palabras Clave: cantidad de movimiento, conservación de la cantidad de movimiento, colisiones en una dimensión, coeficiente de restitución.

1. Teoría

Cuando se atraviesa una persona, ¿te has dado cuenta de que es muy difícil evitar chocar con ella si vas corriendo? ¿O si corres por una pendiente y con la velocidad que llevas es prácticamente imposible detenerse a menos de que te caigas? O qué es más fácil detener: ¿una pelota de hule o un balón de piel, a pesar de que lleven la misma velocidad?

En todos estos fenómenos están involucradas la velocidad y la masa de un objeto. La conjunción de ambas nos da un concepto llamado cantidad de movimiento. El producto de la masa que tiene un cuerpo por la velocidad con la que se mueve, se le conoce como cantidad de movimiento o ímpetu. Matemáticamente se tiene:

$$p = m v \quad 1$$

Donde p es la cantidad de movimiento, m es la masa del cuerpo y v es la velocidad con la que se mueve el cuerpo. La cantidad de movimiento es una magnitud vectorial porque es el producto de una magnitud escalar (la masa) por una cantidad vectorial (la velocidad). En consecuencia, para que la cantidad de movimiento sea completamente especificada debe ser representada por su magnitud y su dirección. Esta expresión nos indica que mientras más grande sea la masa y/o la velocidad de un objeto, su cantidad de movimiento es mayor. O si la masa y la velocidad del cuerpo es pequeña, entonces su cantidad de movimiento también debe ser pequeño. Es por eso por lo que un objeto con masa muy grande como un camión, es muy difícil de detener a pesar de que tenga una velocidad relativamente pequeña. La unidad del momento lineal en el Sistema Internacional es kilogramo por metro entre segundo. La dirección de la cantidad de movimiento de un cuerpo coincide con la dirección de la velocidad del cuerpo. Debido a que la masa siempre es positiva, no cambia la dirección de la cantidad de movimiento y de la velocidad del cuerpo; ambas direcciones son iguales. Una fuerza F que actúa durante un tiempo t sobre un cuerpo le proporciona un impulso, dado por:

$$I = F t \quad 2$$

la unidad del Impulso en el Sistema Internacional es Newton por segundo.

Cuando una fuerza actúa sobre un cuerpo se produce un cambio en la cantidad de movimiento. Así, el impulso aplicado a un cuerpo es igual al cambio de la cantidad de movimiento, es decir:

$$I = F t = \Delta p \quad 3$$

Donde Δp es el cambio en la cantidad de movimiento, F es la fuerza que se aplica al cuerpo, t es el tiempo en el cual se aplica la fuerza e I es el impulso. El cambio en la cantidad de movimiento puede ocurrir debido al cambio de la masa, de la velocidad o de ambas. Si la masa permanece constante, entonces debe ocurrir un cambio de velocidad si la cantidad de movimiento cambia. Si el cambio en la cantidad de movimiento es constante, entonces para un determinado intervalo de tiempo, el producto de la fuerza por el tiempo también sería constante. Esto es un caso particular en el cual la fuerza aplicada es constante. En general, la fuerza puede variar y, en ese caso, el cambio en la cantidad de movimiento no sería constante. De esta forma, el impulso depende del

producto de la fuerza que se le aplique a un cuerpo multiplicado por el tiempo en que se aplique. El impulso será más grande si aplicamos la misma fuerza durante un tiempo más prolongado. O el impulso será más pequeño si aplicamos la misma fuerza en un tiempo muy corto. Tanto la fuerza como el tiempo son importantes para cambiar el impulso de un cuerpo. Se puede tener el mismo impulso aplicando una fuerza grande en un tiempo muy pequeño o aplicando una fuerza pequeña en un tiempo muy grande. Cuando la fuerza es muy grande, como el golpe de un martillo, un bastón de golf, un bate, etc., se ha observado que el cuerpo puede llegar a deformarse, ya sea permanente o temporalmente. En el caso en que la fuerza sea muy pequeña, el tiempo en que se aplique debe ser muy grande para producir el mismo impulso. Así, si queremos detener el movimiento de un objeto sería conveniente utilizar una fuerza muy pequeña en un tiempo muy grande, ya que, al utilizar una fuerza muy grande en un tiempo muy pequeño, se tendría la posibilidad de que el cuerpo se deforme o nos duela más el golpe que experimentamos si tratamos de detenerlo con alguna parte de nuestro cuerpo. Esto puede suceder cuando un automóvil choca con un muro, un árbol o cualquier obstáculo que sea sólido. Las consecuencias pueden ser fatales cuando la fuerza que se aplica es grande en un tiempo muy corto. En cambio, si utilizamos arena, paja o cualquier material que haga que la fuerza que se aplique sea pequeña en un tiempo relativamente largo, hará que el objeto se detenga con poca posibilidad de que se deforme, incluso permanentemente como sucede con los automóviles. Por eso es conveniente que los autos se fabriquen con material que pueda ser fácilmente deformable para que la fuerza con la que llegue a chocar un auto contra un material sólido se disminuya en un tiempo más grande en comparación con la fuerza que se aplica cuando el auto no tiene material fácilmente deformable. Mucha gente cuestionaba los autos que eran construidos con partes que no fueran de metal, pero después se dieron cuenta que convenía más ya que en un accidente el impacto se amortiguaba más porque sus piezas no eran tan sólidas. El problema ahora es que la deformación que sufren los autos hace que la gente quede atrapada dentro de ellos. Pero eso es otro problema. Lo mismo sucede cuando caemos en un piso sólido después de haber saltado desde una determinada altura. Lo más conveniente es flexionar las piernas para que la fuerza con que caigamos sea en un tiempo más prolongado, evitando así que la fuerza sea grande.

En conclusión, se pueden tener iguales impulsos, pero en algunas ocasiones la fuerza con la que se aplica el impulso debe ser grande, ocasionando que el tiempo en que se aplique la fuerza sea muy corto. Mientras más corto sea el tiempo en el que se aplique la fuerza, mayor será la fuerza que se aplique, para un impulso dado. Los golpes que se dan ya sean con martillos o con cualquier tipo de instrumentos, harán que se aplique una fuerza muy grande en un tiempo relativamente corto. Por eso tenemos que evitar que nos pegue el martillo a la hora que estamos clavando. Para evitar un poco ese efecto, es recomendable que se usen guantes para aumentar el tiempo en que nos golpee el martillo. En otras ocasiones es recomendable que el tiempo que tarda en actuar una fuerza sea relativamente grande, para evitar que nos afecte. Esto se podría aplicar a los casos en que atrapamos una pelota dura, como una pelota de béisbol o algo similar. Para aumentar el tiempo que

tarde la fuerza en actuar, se debe mover la mano en dirección del movimiento de la pelota. Lo mismo sucede si queremos evitar que nos afecte el golpe producido por un objeto. Es conveniente movernos en la dirección en la que se mueve el objeto para prolongar el tiempo que tarda en actuar la fuerza.

De la ecuación 2 concluimos que el impulso produce un cambio en cantidad de movimiento, es decir:

$$I = F t = \Delta p = m (v - v_0) \quad 4$$

Cuando un cuerpo experimenta un impulso, la ecuación 4 afirma que ha actuado una fuerza sobre el cuerpo para que pueda cambiar su cantidad de movimiento. Una fuerza es consecuencia de la interacción con otros cuerpos. Así, por la tercera ley de Newton, las fuerzas que actúan sobre un cuerpo también las experimentan los cuerpos que las provocan. La cantidad de movimiento de un sistema de cuerpos en los que no existe una fuerza externa que influya, se mantiene constante. De esta forma, el cambio en la cantidad de movimiento de un cuerpo es igual al cambio en la cantidad de movimiento del resto de los cuerpos que componen el sistema, siempre y cuando el sistema no reciba influencia de fuerzas externas. Cuando un sistema se encuentra aislado, la cantidad de movimiento se mantiene constante porque no hay fuerzas externas. En el caso en que el sistema estuviera influido por una fuerza, su cantidad de movimiento cambiaría. En consecuencia, podemos afirmar que:

“Si sobre un sistema no se ejerce fuerza neta, la cantidad de movimiento no cambia”

De esta forma, la cantidad de movimiento de los cuerpos que interactúan en un sistema aislado permanece constante. Esto nos indica que la cantidad de movimiento de cada una de las partículas que constituyen un sistema aislado puede cambiar, pero la suma de la cantidad de movimiento de todas las partículas permanece constante. Así, la cantidad de movimiento que posee un sistema de cuerpos o partículas antes de su interacción es igual a la cantidad de movimiento después de su interacción. Cuando la cantidad de movimiento no cambia, decimos que se conserva. Por lo que la cantidad de movimiento de un sistema se conserva cuando sobre el sistema no actúan fuerzas. A este hecho se le conoce como ley de conservación de la cantidad de movimiento.

Como consecuencia de esto podemos afirmar que, en la colisión entre partículas o cuerpos, en la desintegración radiactiva o en una explosión, la cantidad de movimiento se mantiene constante, siempre y cuando no haya fuerzas externas.

Si consideramos la caída de un cuerpo, el cuerpo en sí mismo no estaría aislado y, en consecuencia, su cantidad de movimiento cambiaría. Cambiaría porque estaría expuesto a una fuerza externa como el peso. Pero si consideramos como sistema al formado por el cuerpo y la Tierra, la cantidad de movimiento del sistema permanecería constante. El problema es que el cambio en la cantidad de movimiento de la Tierra no se percibe por su gran masa. Pero teóricamente debe cambiar, independientemente de que se perciba o no. Sin embargo, si ponemos a interactuar a dos cuerpos

que tengan masas muy similares, el cambio en la cantidad de movimiento se percibiría fácilmente. Por ejemplo, supongamos que una bola de billar choca con una pelota de esponja. Como la masa de la bola de billar es muy grande en comparación de la masa de la pelota de esponja, después del choque la bola de billar casi mantendría su movimiento en la misma dirección con la que se movía antes del choque. En cambio, la pelota de esponja comenzaría a moverse en la misma dirección con la que se movía la bola de billar. Si ahora la pelota de esponja es la que se mueve y la bola de billar se encuentra en reposo, al chocar la pelota de esponja veremos que rebotaría y que la bola de billar se movería muy poco, en la misma dirección en la que se movía la pelota de esponja antes de la colisión. Si las masas de ambas pelotas son iguales, al impactar una de ellas sobre la otra veríamos que la que se encuentra en reposo se movería con la misma velocidad con la que se movía la bola que impactó y que la bola que impactó se quedaría en reposo después de la colisión. En todos estos casos la cantidad de movimiento de cada uno de los cuerpos cambia, pero la cantidad de movimiento del sistema permanece constante. Esto es considerando que los cuerpos giran sin fricción porque, si consideramos que influye la fricción, entonces la cantidad de movimiento no se mantendría constante debido a la presencia de una fuerza externa.

Los ejemplos de colisiones que hemos analizado anteriormente son ejemplos de colisiones que se consideran elásticas porque la deformación que sufren no es permanente y esta deformación no genera una pérdida de energía. En estas condiciones se dice que la colisión es elástica.

Cuando un cuerpo se deforma permanentemente o genera calor en una colisión, se dice que la colisión es inelástica. De igual forma, cuando dos o más objetos en una colisión quedan unidos, decimos que la colisión es inelástica. Es muy común encontrar colisiones inelásticas. Por ejemplo, cuando aventamos un papel mojado hacia el techo o el piso, vemos que se queda pegado. En este caso se dice que la colisión es inelástica. De igual forma sucede cuando dos autos quedan unidos después de un choque. También sucede cuando una persona atrapa una pelota. También son ejemplos de colisiones inelásticas cuando dejamos caer al piso una pelota de esponja. Vemos que rebotaría un número finito de veces hasta que deja de botar. Estas colisiones son inelásticas porque, a pesar de que no se deforma permanentemente la pelota, se generaría calor en cada rebote y esto, teóricamente, aumentaría su temperatura. A pesar de que existan colisiones inelásticas, la cantidad de movimiento se conservaría. Por ejemplo, se ha visto que cuando un cuerpo colisiona con otro que se encuentra en reposo y queda unido después de la colisión, la velocidad del cuerpo que lleva ahora el cuerpo que se movía, es menor ya que se encuentra unido al cuerpo que se encontraba en reposo. Esa unión hace que la velocidad del cuerpo que se movía disminuyera. Al hacer cálculos de la suma de la cantidad de movimiento de los cuerpos antes y después de la colisión, vemos que son iguales. Es decir, la cantidad de movimiento de un sistema en la que existen colisiones inelásticas, también se conserva.

Para cualquier colisión entre dos cuerpos en la que se mueven a lo largo de una línea recta, el coeficiente de restitución e se define como:

$$e = \frac{v_2 - v_1}{v_{01} - v_{02}} \quad 6$$

Donde: v_{01} y v_{02} son las velocidades iniciales y v_1 y v_2 son las velocidades finales de los cuerpos.

Para una colisión perfectamente elástica $e = 1$, para una colisión inelástica $e < 1$ y para una colisión perfectamente inelástica $e = 0$. En una colisión perfectamente inelástica, los cuerpos permanecen unidos después de la colisión. Esto sucede con una bala que impacte a un bloque de madera que se encuentre suspendido de un hilo. Observaciones experimentales muestran que la mayoría de los cuerpos duros son altamente resilientes, mientras que los cuerpos blandos son menos resilientes y rebotan menos. La resiliencia se define como la capacidad de un cuerpo a sufrir una compresión o rápida deformación, sin que se deforme permanentemente. El vigor con el cual el cuerpo se restablece a su antigua forma después de una deformación es llamado restitución.

Para encontrar experimentalmente el coeficiente de restitución, se deja caer un cuerpo esférico sobre un cuerpo duro como el metal. Conociendo la altura a la cual se deja caer el objeto y la altura a la que rebota, podemos calcular el coeficiente de restitución por medio de la siguiente ecuación:

$$e = \sqrt{\frac{h}{H}} \quad 7$$

Donde: h es la altura a la que rebota la esfera y H es la altura desde la que se deja caer.

El coeficiente de restitución no puede ser mayor que uno ya que no se ha observado que una esfera no rebota a una altura mayor que la altura a la cual se deja caer. Si este fuera el caso entonces se estaría liberando energía en cada rebote, la cual se reflejaría en un rebote cada vez mayor hasta que se termine de liberar la energía almacenada. De igual forma, el coeficiente de restitución no puede ser menor que cero.

Para un coeficiente de restitución igual a uno, la energía cinética del sistema de cuerpos que colisionan se conserva. Por lo que es equivalente decir que si el coeficiente de restitución es igual a uno entonces la suma de la energía cinética de ambos cuerpos se conserva o si la energía cinética de un sistema de dos cuerpos se conserva, entonces el coeficiente de restitución entre estos dos cuerpos es igual a uno.

Como el coeficiente de restitución es igual a uno, entonces la energía cinética de ambos cuerpos que colisionan se conserva. Por consecuencia, utilizando la ecuación 6, se tiene:

$$e = \frac{v_2 - v_1}{v_{01} - v_{02}} = 1$$

Despejando v_2

$$v_2 = v_{01} - v_{02} + v_1 \quad 8$$

Sustituyéndola en la ecuación 4, se tiene:

$$m_1 v_{01} + m_2 v_{02} = m_1 v_1 + m_2 (v_{01} - v_{02} + v_1)$$

Al despejar v_1 , obtenemos:

$$v_1 = \frac{v_{01}(m_1 - m_2) + 2m_2 v_{02}}{m_1 + m_2} \quad 9$$

Finalmente, sustituyendo la ecuación 6 en la ecuación 5, obtenemos:

$$v_2 = \frac{v_{02}(m_2 - m_1) + 2m_1 v_{01}}{m_1 + m_2} \quad 10$$

Consideremos ahora una colisión inelástica ($0 < e < 1$). El valor del coeficiente de restitución se encuentra entre cero y uno. Para conocer las velocidades finales de los cuerpos después de una colisión frontal utilizamos la ecuación 6 y despejamos la velocidad v_2 , es decir:

$$v_2 = e (v_{01} - v_{02}) + v_1 \quad 11$$

Y la sustituimos en la ecuación 4

$$m_1 v_{01} + m_2 v_{02} = m_1 v_1 + m_2 (e(v_{01} - v_{02}) + v_1) \quad 12$$

Al despejar v_1 , obtenemos:

$$v_1 = \frac{m_1 v_{01} + m_2 v_{02} - m_2 e (v_{01} - v_{02})}{m_1 + m_2} \quad 13$$

Finalmente, sustituyendo la ecuación 10 en la ecuación 8, obtenemos:

$$v_2 = \frac{m_1 v_{01} + m_2 v_{02} + m_1 e (v_{01} - v_{02})}{m_1 + m_2} \quad 14$$

Podemos ver que, si el valor del coeficiente de restitución en la ecuación 11 es igual a 1, obtenemos las ecuaciones 9 y 10.

2. Descripción del Sistema

En esta sección describiremos la forma en que se utiliza el sistema. En la figura 1 se muestra la ventana principal del sistema que se elaboró como resultado del proyecto. En esta ventana se muestran dos botones de comando. Uno de ellos sirve para **Continuar** con el sistema y el otro sirve para **Salir**.



Figura 1. Ventana principal del sistema.

Al escoger la opción Continuar aparecerá otra ventana como la mostrada en la figura 2.

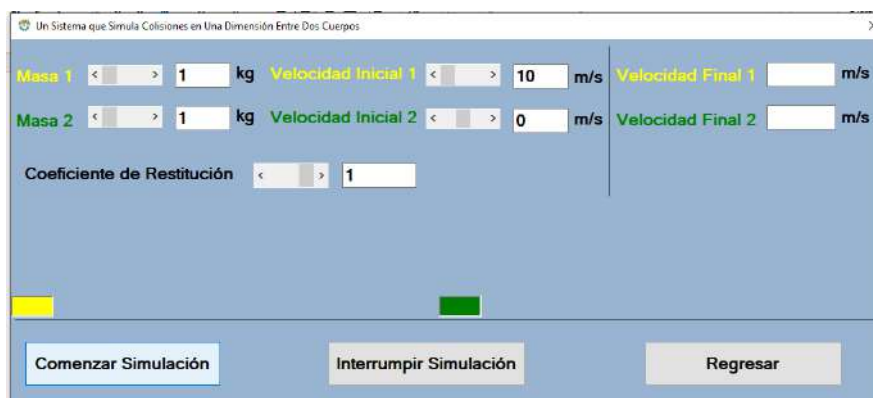


Figura 2. Ventana correspondiente con la simulación.

En esta ventana se muestran 5 barras de desplazamiento. Las dos primeras se utilizan para asignar los valores de las masas los cuerpos, las siguientes corresponden con las velocidades de los cuerpos y la última corresponde con el coeficiente de restitución entre ambos cuerpos. Para llevar a cabo una simulación es necesario asignar las masas y velocidades de los cuerpos, al igual que el valor del coeficiente de restitución. Cuando se activa el programa, por default se tiene asignada una masa de un kilogramo a cada uno de los cuerpos, una velocidad de 10 m/s al primer cuerpo y una velocidad de 0 m/s al segundo cuerpo; es decir, se encuentra en reposo. También se le asigna un valor de uno al coeficiente de restitución, que en este caso sería una colisión perfectamente elástica. Si activamos la simulación, el usuario observaría que el cuerpo de la izquierda se movería hacia el cuerpo que se encuentra en reposo. Después de la colisión, el cuerpo de color amarillo quedaría en reposo y el de color verde se movería en la misma dirección con la que se movía el cuerpo de color

amarillo. Esto es consecuencia de que ambos cuerpos tienen la misma masa y que uno se mueve para chocar con el otro que se encuentra en reposo. También este resultado se debe a que el coeficiente de restitución es igual a uno, originando una colisión perfectamente elástica. Finalmente, las restantes cajas de texto muestran las velocidades de los cuerpos después de la colisión. La figura 3 ilustra esta situación.

Figura 3. Ventana que muestra el resultado final de la simulación.

Vemos en la figura 3 que, para este caso, el cuerpo amarillo se queda en reposo y el verde se va mover con la misma velocidad con la que se movía el cuerpo amarillo. Esto sucede si ambas masas son iguales, con uno de los cuerpos en reposo y es una colisión perfectamente elástica.

Como siguiente caso, mostraremos lo que sucedería si la masa del cuerpo amarillo es el doble de la masa del cuerpo verde cuando el cuerpo amarillo golpea al cuerpo verde y es una colisión perfectamente elástica. La figura 4 muestra las condiciones con las que se efectuará la colisión.

Figura 4. Ventana que muestra el doble de una masa con respecto de la otra.

Vemos en la figura 5 que, para este caso, el cuerpo amarillo no se queda en reposo y el verde se va a mover con una velocidad mayor que la velocidad con la que se movía el cuerpo amarillo. Esto sucede si la masa del cuerpo amarillo es el doble de la masa del cuerpo verde y el cuerpo amarillo golpea al verde, además de ser una colisión perfectamente elástica. Observe la figura 5.

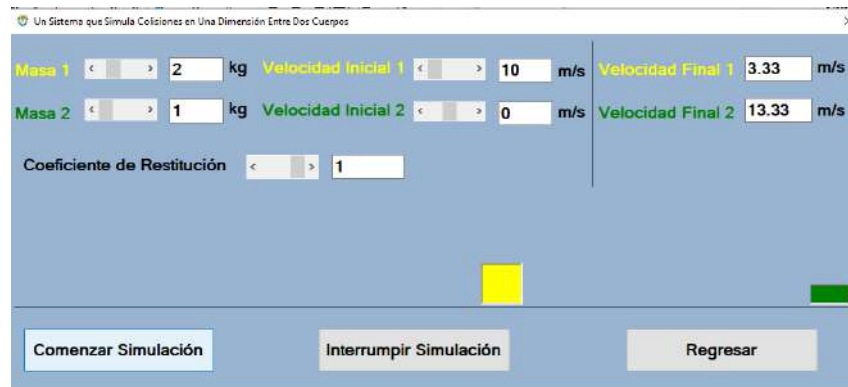


Figura 5. Ventana que muestra el resultado de la colisión cuando una masa es el doble de la otra. Como siguiente caso, mostraremos lo que sucedería si la masa del cuerpo amarillo es cinco veces más grande que la masa del cuerpo verde cuando el cuerpo amarillo golpea al cuerpo verde y es una colisión perfectamente elástica. La figura 6 muestra las condiciones con las que se efectuará la colisión.

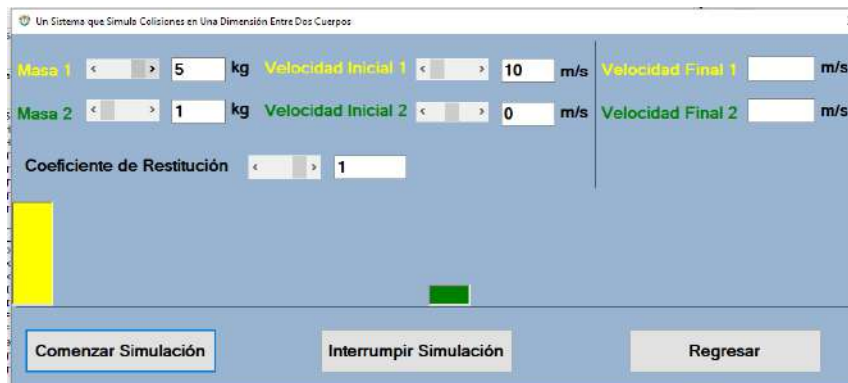


Figura 6. Ventana que muestra cinco veces la masa de un cuerpo con respecto de la otra. Al finalizar la simulación vemos que la velocidad del cuerpo verde es mayor que la velocidad del cuerpo amarillo debido a la masa del cuerpo amarillo es mucho mayor. De esta forma, vemos que mientras mayor sea la masa del cuerpo que golpea, mayor será la velocidad con la que se mueva el cuerpo de menor masa después de la colisión; considerando que el cuerpo de menor masa se encontraba en reposo antes de la colisión y que la colisión es perfectamente elástica.

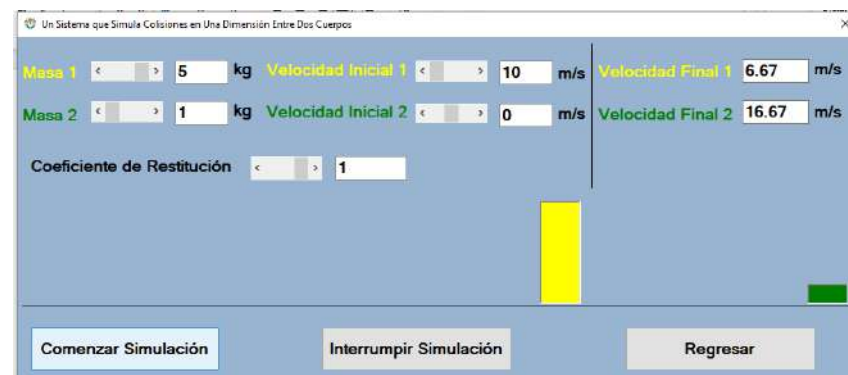


Figura 7. Ventana que muestra la colisión cuando una masa es cinco veces mayor que la otra.

Como siguiente caso, mostraremos lo que sucedería si las masas de los cuerpos son iguales, pero se mueven en sentidos contrarios, considerando que es una colisión perfectamente elástica. La figura 8 muestra las condiciones con las que se efectuará la colisión.

Figura 8. Ventana que muestra las velocidades de ambos cuerpos en direcciones opuestas. Al finalizar la simulación, veremos que las velocidades de ambos cuerpos son iguales, sólo que se dirigen en direcciones opuestas. Esto sucede si ambas masas son iguales y se dirigen uno hacia el otro en direcciones opuestas antes de la colisión y que la colisión es perfectamente elástica. Observe la figura 9.

Figura 9. Ventana que muestra el resultado de la colisión cuando dos cuerpos de igual masa se mueven en direcciones opuestas.

Como siguiente caso, mostraremos lo que sucedería si las masas de los cuerpos son diferentes y se mueven en sentidos contrarios con la misma velocidad, considerando que es una colisión perfectamente elástica. En particular la masa de uno de los cuerpos es igual al doble del otro cuerpo. La figura 10 muestra las condiciones con las que se efectuará la colisión.



Figura 10. Ventana que muestra las velocidades de ambos cuerpos en direcciones opuestas y masas diferentes.

Al finalizar la simulación, veremos que las velocidades de ambos cuerpos son diferentes y se dirigen en direcciones opuestas. Esto es debido a que la masa del cuerpo amarillo es mayor que la del cuerpo verde, ocasionando que después de la colisión el cuerpo amarillo se mueva con menor velocidad que el cuerpo de color verde. También se puede comprobar que las cantidades de movimiento de los cuerpos antes de la colisión es igual a la suma de las cantidades de movimiento después de la colisión. Note que la velocidad del cuerpo verde es mayor después de la colisión. Observe la figura 11.

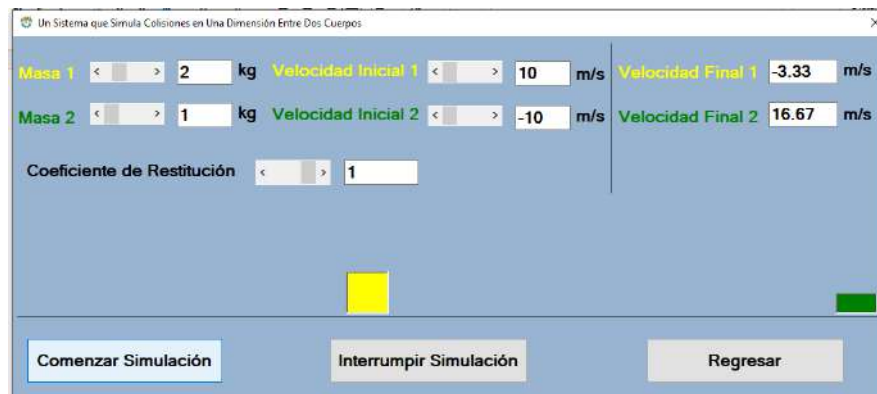


Figura 11. Ventana que muestra el resultado de la colisión cuando dos cuerpos con diferente masa se mueven en direcciones y velocidades opuestas.

Como siguiente caso, mostraremos lo que sucedería si la masa del cuerpo amarillo es cinco veces más grande que la del cuerpo verde y se mueven en sentidos contrarios con la misma velocidad, considerando que es una colisión perfectamente elástica. La figura 12 muestra las condiciones con las que se efectuará la colisión.



Figura 12. Ventana que muestra las velocidades de ambos cuerpos en direcciones opuestas y la masa de un cuerpo es cinco veces mayor que la masa del otro cuerpo.

Al finalizar la simulación, veremos que las velocidades de ambos cuerpos son diferentes y se dirigen en direcciones opuestas. Esto es debido a que la masa del cuerpo amarillo es mayor que la del cuerpo verde, ocasionando que después de la colisión el cuerpo amarillo se mueva con menor velocidad que el cuerpo de color verde. También se puede comprobar que las cantidades de movimiento de los cuerpos antes de la colisión es igual a la suma de las cantidades de movimiento después de la colisión. Note que la velocidad del cuerpo verde es mucho mayor después de la colisión. De aquí podemos concluir que mientras más grande sea la masa de uno de los cuerpos, el otro cuerpo se moverá cada vez con mayor velocidad después de la colisión, siempre y cuando sea una colisión perfectamente elástica. De hecho, el cuerpo de mayor masa se sigue moviendo en la misma dirección, pero con menor velocidad. Esto nos indica que puede haber una masa en el cuerpo amarillo de tal forma que, al chocar con el objeto verde, éste se mueva y el objeto amarillo quede en reposo. Observe la figura 13.

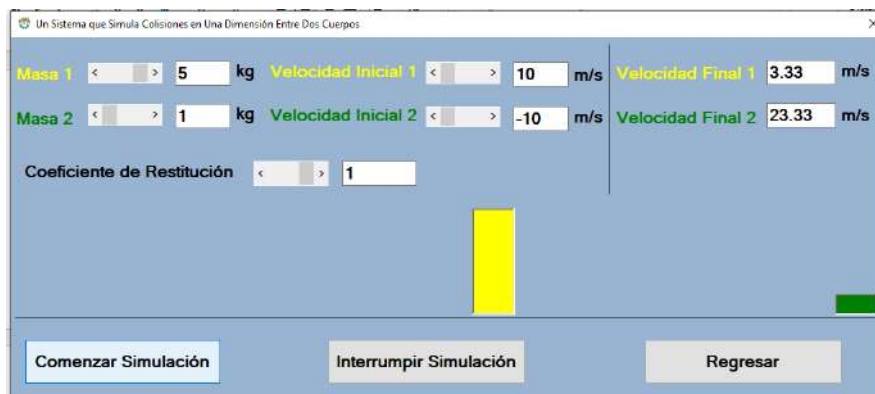


Figura 13. Ventana que muestra el resultado de la colisión cuando uno de los cuerpos tiene una masa cinco veces mayor que la otra y se mueven con velocidades opuestas.

Como siguiente caso, mostraremos lo que sucedería si la masa del cuerpo amarillo es tres veces más grande que la del cuerpo verde y se mueven en sentidos contrarios con la misma velocidad, considerando que es una colisión perfectamente elástica. La figura 14 muestra las condiciones con las que se efectuará la colisión.



Figura 14. Ventana que muestra las velocidades de ambos cuerpos en direcciones opuestas y la masa de un cuerpo es tres veces mayor que la masa del otro cuerpo.

Al finalizar la simulación, veremos que la velocidad del cuerpo amarillo es igual a cero, es decir se queda en reposo y el cuerpo verde se va a mover con una velocidad de 20 m/s en dirección contraria a la dirección en la que se movía originalmente. También note que la suma de las cantidades de movimiento de los cuerpos antes y después de la colisión, se conserva. Esto hace que la velocidad del cuerpo de menor masa salga con mayor velocidad con la que se movía antes y que se quede en reposo el cuerpo de mayor masa. Para saber la velocidad con la que rebotará el cuerpo de menor masa, sabiendo que el cuerpo de mayor masa se quedará estático, debemos sustituir los valores de las velocidades iniciales y de las masas en la siguiente ecuación:

$$v_2 = \frac{m_1 v_{01} + m_2 v_{02}}{m_2} = \frac{(3 \text{ kg})(10 \text{ m/s}) + (1 \text{ kg})(-10 \text{ m/s})}{1 \text{ kg}} = 20 \text{ m/s}$$

Este resultado es válido si la colisión es perfectamente elástica. Observe la figura 15.



Figura 15. Ventana que muestra el resultado de la colisión cuando uno de los cuerpos tiene una masa tres veces mayor que la otra y se mueven con velocidades opuestas.

Como siguiente caso, mostraremos lo que sucedería si las masas de los cuerpos son iguales y se mueven en la misma dirección, considerando que es una colisión perfectamente elástica. La figura 16 muestra las condiciones con las que se efectuará la colisión.



Figura 16. Ventana que muestra las masas iguales y moviéndose en la misma dirección con velocidades diferentes.

Al finalizar la simulación, veremos que la velocidad del cuerpo amarillo adquiere la velocidad del cuerpo verde y la velocidad del cuerpo verde adquiere la velocidad del cuerpo amarillo que tenían antes de la colisión. En este caso se está considerando que ambas masas son iguales y que la velocidad de un cuerpo es el doble de la velocidad del otro. Se debe aclarar que la velocidad del cuerpo amarillo debe ser mayor que la velocidad del cuerpo verde para que lo alcance. Estos resultados son consecuencia de la conservación de la cantidad de movimiento. Observe la figura 17.

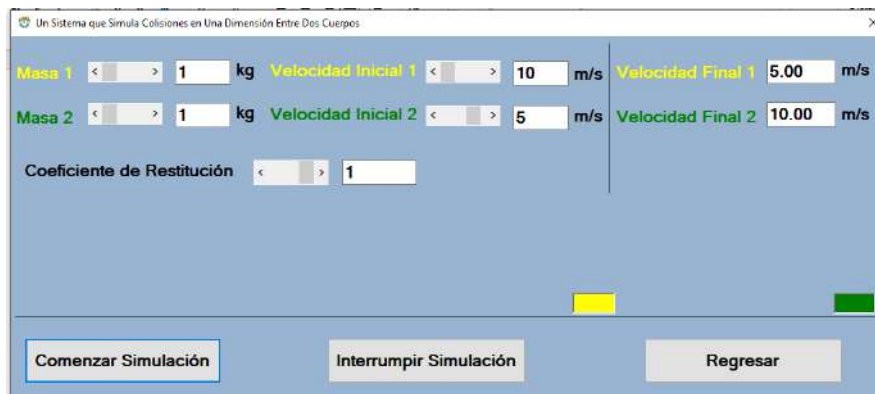


Figura 17. Ventana que muestra el resultado de la colisión cuando las masas son iguales y se mueven en la misma dirección con velocidades diferentes.

Como siguiente caso, mostraremos lo que sucedería si la masa del cuerpo amarillo es el doble de la masa del cuerpo verde y se mueven en la misma dirección, considerando que es una colisión perfectamente elástica. La figura 18 muestra las condiciones con las que se efectuará la colisión.

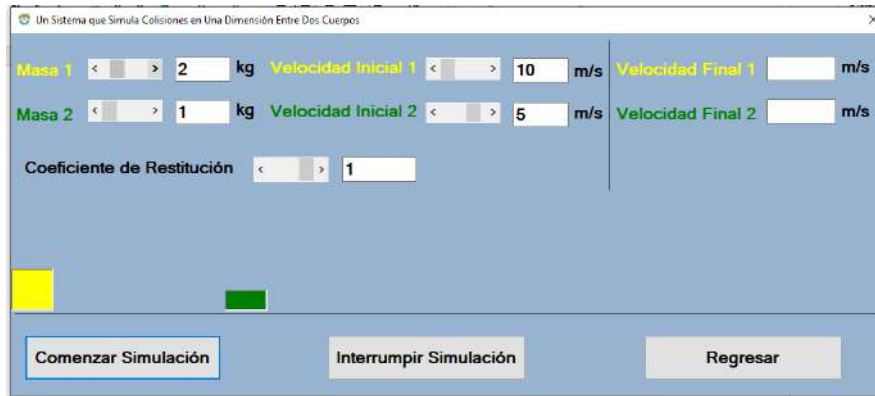


Figura 18. Ventana que muestra una de las masas igual al doble de la masa del otro cuerpo moviéndose en la misma dirección con velocidades diferentes.

Al finalizar la simulación, veremos que la velocidad del cuerpo amarillo es menor a la velocidad que tenía antes de la colisión. En el caso del cuerpo verde, su velocidad es mayor después de la colisión; de hecho, es mayor que el doble de la velocidad que tenía originalmente. Esto nos indica que el cuerpo de mayor masa le imprime mayor velocidad al cuerpo de menor masa. Estos resultados son consecuencia de que se conserva la cantidad de movimiento.

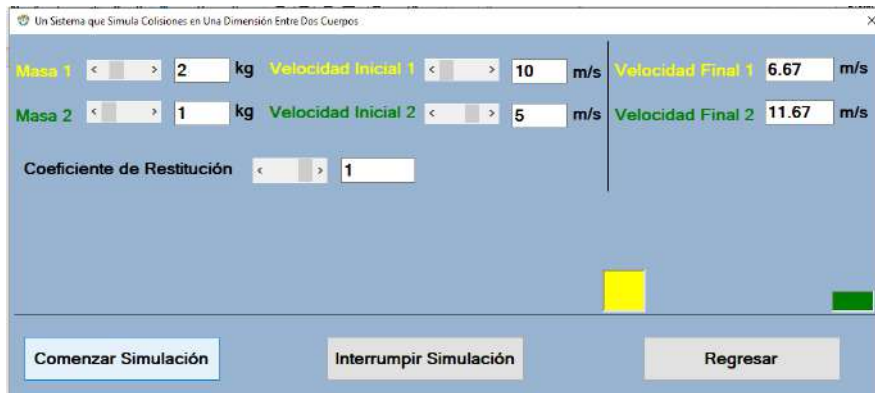


Figura 19. Ventana que muestra el resultado de la colisión cuando las masas son diferentes y se mueven en la misma dirección con velocidades diferentes.

Como siguiente caso, mostraremos lo que sucedería si la masa del cuerpo amarillo es cinco veces la masa del cuerpo verde y se mueven en la misma dirección, considerando que es una colisión perfectamente elástica. La figura 20 muestra las condiciones con las que se efectuará la colisión.



Figura 20. Ventana que muestra una de las masas igual cinco veces la masa del otro cuerpo moviéndose en la misma dirección con velocidades diferentes.

Al finalizar la simulación, veremos que la velocidad del cuerpo amarillo es menor a la velocidad que tenía antes de la colisión. En el caso del cuerpo verde, su velocidad es mayor después de la colisión; de hecho, es mayor que el doble de la velocidad que tenía originalmente. Esto nos indica que el cuerpo de mayor masa le imprime mayor velocidad al cuerpo de menor masa. También podemos darnos cuenta de que conforme aumenta la masa del cuerpo amarillo, la velocidad al cuerpo de color verde aumenta después de la colisión, si su masa se mantiene constante. Estos resultados son consecuencia de que se conserva la cantidad de movimiento. Observe la figura 21.

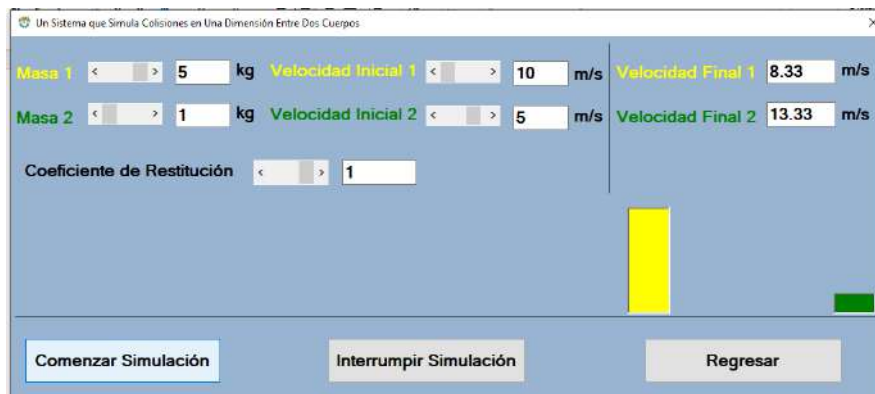


Figura 21. Ventana que muestra el resultado de la colisión cuando una de las masas es cinco veces mayor que la otra y se mueven en la misma dirección con velocidades diferentes.

Como siguiente caso, mostraremos lo que sucedería si las masas de los cuerpos son iguales, se mueven en la misma dirección y la colisión es perfectamente inelástica. Una colisión perfectamente inelástica es aquella en la que los cuerpos permanecen unidos después de la colisión. Así, al estar unidos, los cuerpos tendrán la misma velocidad y la masa total sería la masa de los dos cuerpos ya que se encuentran unidos. La figura 22 muestra las condiciones con las que se efectuará la colisión.



Figura 22. Ventana que muestra las masas iguales, las velocidades en la misma dirección y coeficiente de restitución igual a cero.

Al finalizar la simulación, veremos que la velocidad de los cuerpos es la misma debido a que están unidos. La velocidad que alcanzan es de 7.5 m/s, que al multiplicarlo por la masa de ambos cuerpos sería igual a 15 kg m/s, que es la cantidad de movimiento final del sistema. Esta cantidad de movimiento coincide con la suma de las cantidades de movimiento de ambos cuerpos antes de la colisión. De esta forma se comprueba también la cantidad de movimiento se conserva a pesar de que es una colisión perfectamente inelástica. No sucede lo mismo con la energía cinética antes y después de la colisión. En este caso la energía cinética inicial es diferente de la final. La energía cinética final es menor por el hecho de que los cuerpos quedan unidos después de la colisión. La energía cinética se pierde al unirse los cuerpos en la colisión. En una colisión inelástica, siempre hay pérdidas de energía cinética. Observe la figura 23.



Figura 23. Ventana que muestra el resultado de la colisión cuando las masas son iguales, se mueven en la misma dirección con velocidades diferentes y es una colisión inelástica.

Como siguiente caso, mostraremos lo que sucedería si las masas de los cuerpos son diferentes, se mueven en la misma dirección y la colisión es perfectamente inelástica. Supongamos que la masa del cuerpo amarillo es el doble de la masa del cuerpo verde. Veremos lo que sucede cuando el cuerpo de mayor masa alcanza al cuerpo de menor masa. La figura 24 muestra las condiciones con las que se efectuará la colisión.



Figura 24. Ventana que muestra masas diferentes en los cuerpos, las velocidades en la misma dirección y coeficiente de restitución igual a cero.

Al finalizar la simulación, veremos que la velocidad de los cuerpos es la misma debido a que están unidos. La velocidad que alcanzan es de 8.33 m/s, que al multiplicarlo por la masa de ambos cuerpos sería igual a 25 kg m/s, que es la cantidad de movimiento final del sistema. Esta cantidad de movimiento coincide con la suma de las cantidades de movimiento de ambos cuerpos antes de la colisión. De esta forma se comprueba también que la cantidad de movimiento se conserva a pesar de que es una colisión perfectamente inelástica. No sucede lo mismo con la energía cinética antes y después de la colisión. En este caso la energía cinética inicial es diferente de la final. La energía cinética final es menor por el hecho de que los cuerpos quedan unidos después de la colisión. La energía cinética se pierde al unirse los cuerpos en la colisión. En una colisión inelástica, siempre hay pérdidas de energía cinética debido a que se deforman los cuerpos. Observe la figura 25.

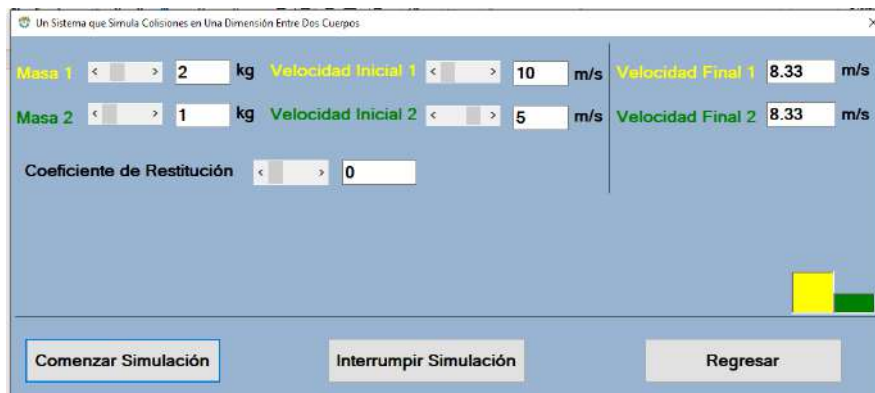


Figura 25. Ventana que muestra el resultado de la colisión cuando la masa que impacta es mayor, se mueven en la misma dirección con velocidades diferentes y es una colisión inelástica.

Como siguiente caso, mostraremos lo que sucede si las masas de los cuerpos son diferentes, se mueven en la misma dirección y la colisión es perfectamente inelástica. Supongamos que la masa del cuerpo amarillo es la mitad de la masa del cuerpo verde. Veremos ahora lo que sucede cuando el cuerpo de menor masa alcanza al cuerpo de mayor masa. La figura 26 muestra las condiciones con las que se efectuará la colisión.



Figura 26. Ventana que muestra el cuerpo que impacta con menor masa, las velocidades en la misma dirección y coeficiente de restitución igual a cero.

Al finalizar la simulación, veremos que la velocidad de los cuerpos es la misma debido a que quedan unidos. La velocidad que alcanzan es de 6.67 m/s, que al multiplicarlo por la masa de ambos cuerpos sería igual a 20 kg m/s, que es la cantidad de movimiento final del sistema. Esta cantidad de movimiento coincide con la suma de las cantidades de movimiento de ambos cuerpos antes de la colisión. De esta forma se comprueba también que la cantidad de movimiento se conserva a pesar de que es una colisión perfectamente inelástica. No sucede lo mismo con la energía cinética antes y después de la colisión. En este caso la energía cinética inicial es diferente de la final. La energía cinética final es menor por el hecho de que los cuerpos quedan unidos después de la colisión. La energía cinética se pierde al unirse los cuerpos en la colisión. En una colisión inelástica, siempre hay pérdidas de energía cinética debido a que se deforman los cuerpos.

También es conveniente comentar que no es lo mismo que un cuerpo de masa mayor impacte a un cuerpo de masa menor en comparación con el cuerpo de masa menor que impacta al cuerpo de masa mayor. En el primer caso la velocidad de los cuerpos unidos es mayor que en el segundo caso. Observe la figura 27.



Figura 27. Ventana que muestra el resultado de la colisión cuando la masa que impacta es menor, se mueven en la misma dirección con velocidades diferentes y es una colisión inelástica.

Como siguiente caso, mostraremos lo que sucede si las masas de los cuerpos son iguales, uno de los cuerpos se encuentra en reposo y la colisión es perfectamente inelástica. Veremos ahora lo que

sucede cuando uno de los cuerpos pega con el otro. La figura 28 muestra las condiciones con las que se efectuará la colisión.

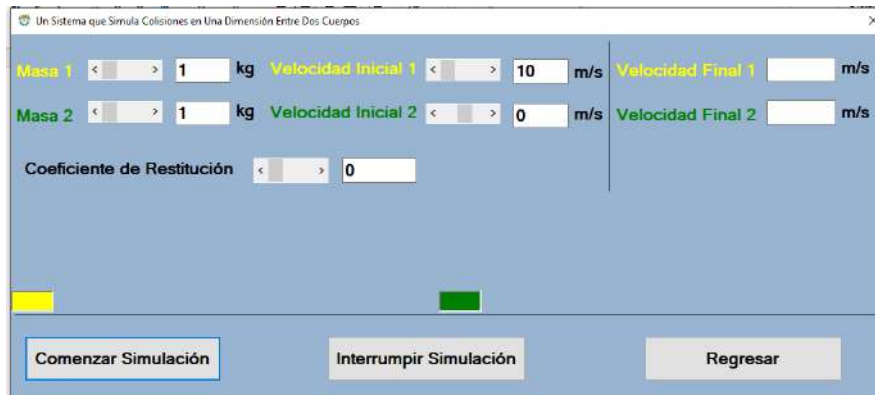


Figura 28. Ventana que muestra dos cuerpos de igual masa, con uno de ellos en reposo y coeficiente de restitución igual a cero.

Al finalizar la simulación, veremos que la velocidad de los cuerpos es la misma debido a que están unidos. La velocidad que alcanzan es de 5.0 m/s, que al multiplicarlo por la masa de ambos cuerpos sería igual a 10 kg m/s, que es la cantidad de movimiento final del sistema. Esta cantidad de movimiento coincide con la suma de las cantidades de movimiento de ambos cuerpos antes de la colisión. De esta forma se comprueba también que la cantidad de movimiento se conserva a pesar de que es una colisión perfectamente inelástica. No sucede lo mismo con la energía cinética antes y después de la colisión. En este caso la energía cinética inicial es diferente de la final. La energía cinética final es menor por el hecho de que los cuerpos quedan unidos después de la colisión. La energía cinética se pierde al unirse los cuerpos en la colisión. En una colisión inelástica, siempre hay pérdidas de energía cinética debido a que se deforman los cuerpos. Observe la figura 29.



Figura 29. Ventana que muestra el resultado de la colisión cuando ambas masas son iguales, uno de los cuerpos está en reposo y es una colisión inelástica.

Como siguiente caso, mostraremos lo que sucede si la masa del cuerpo que impacta es el doble de la masa del otro que se encuentra en reposo y la colisión es perfectamente inelástica. Veremos ahora lo que sucede cuando uno de los cuerpos pega con el otro. La figura 30 muestra las condiciones con las que se efectuará la colisión.

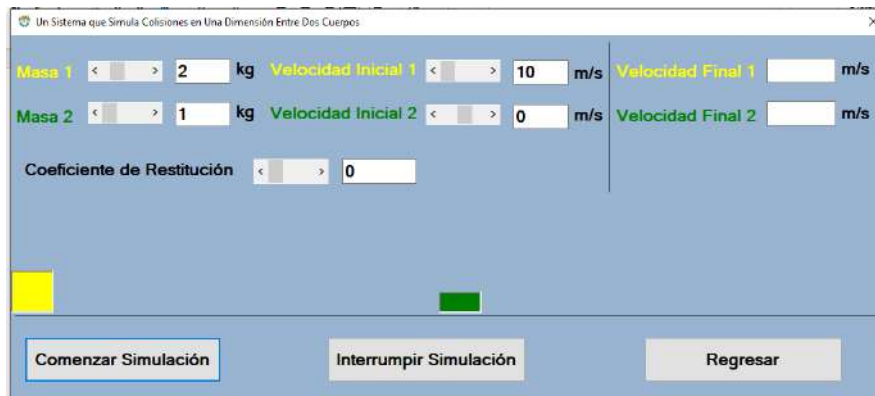


Figura 30. Ventana que muestra un cuerpo con el doble de masa que el otro y en reposo con coeficiente de restitución igual a cero.

Al finalizar la simulación, veremos que la velocidad de los cuerpos es la misma debido a que están unidos. La velocidad que alcanzan es de 6.67 m/s, que al multiplicarlo por la masa de ambos cuerpos sería igual a 20 kg m/s, que es la cantidad de movimiento final del sistema. Esta cantidad de movimiento coincide con la suma de las cantidades de movimiento de ambos cuerpos antes de la colisión. De esta forma se comprueba también que la cantidad de movimiento se conserva a pesar de que es una colisión perfectamente inelástica. No sucede lo mismo con la energía cinética antes y después de la colisión. En este caso la energía cinética inicial es diferente de la final. La energía cinética final es menor por el hecho de que los cuerpos quedan unidos después de la colisión. La energía cinética se pierde al unirse los cuerpos en la colisión. En una colisión inelástica, siempre hay pérdidas de energía cinética debido a que se deforman los cuerpos. Observe la figura 31.

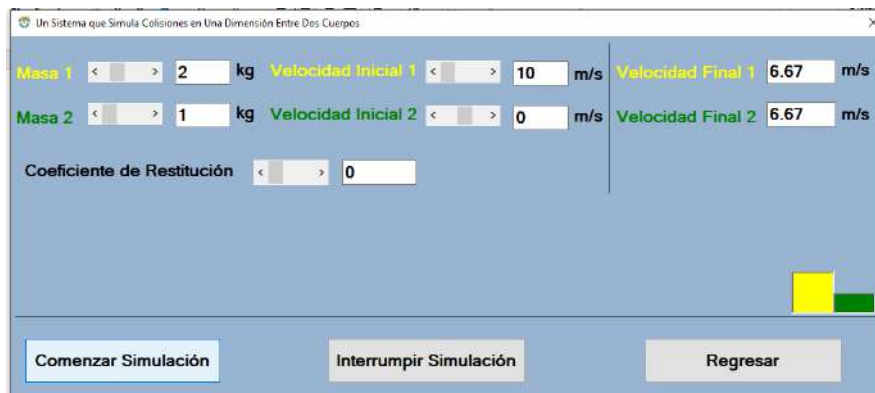


Figura 31. Ventana que muestra el resultado de la colisión cuando una masa es el doble de la otra la cual está en reposo y es una colisión inelástica.

Como siguiente caso, mostraremos lo que sucede si las masas de los cuerpos son iguales, se mueven con iguales velocidades, pero en sentidos opuestos y la colisión es perfectamente inelástica. Veremos ahora lo que sucede cuando los cuerpos colisionan. La figura 32 muestra las condiciones con las que se efectuará la colisión.

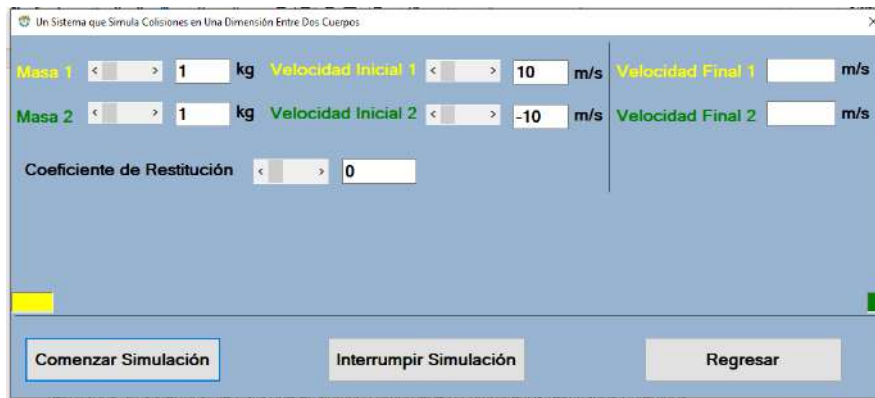


Figura 32. Ventana que muestra dos cuerpos con igual masa que se mueven con iguales velocidades, pero en sentidos contrarios y coeficiente de restitución igual a cero.

Al finalizar la simulación, veremos que los cuerpos se encuentran en reposo por la conservación de la cantidad de movimiento. Al inicio la suma de la cantidad de movimiento de los cuerpos es igual a cero, esto hace que, al quedar los cuerpos unidos, su velocidad sea igual a cero después de la colisión. No podría ser una velocidad diferente de cero porque al multiplicarla por la suma de las masas sería una cantidad diferente de cero, violando la ley de conservación de la cantidad de movimiento. Esta cantidad de movimiento coincide con la suma de las cantidades de movimiento de ambos cuerpos antes de la colisión. De esta forma se comprueba también que la cantidad de movimiento se conserva a pesar de que es una colisión perfectamente inelástica. No sucede lo mismo con la energía cinética antes y después de la colisión. En este caso la energía cinética inicial es diferente de la final. La energía cinética final es menor por el hecho de que los cuerpos quedan unidos después de la colisión. La energía cinética se pierde al unirse los cuerpos en la colisión. En una colisión inelástica, siempre hay pérdidas de energía cinética debido a que se deforman los cuerpos. Observe la figura 33.

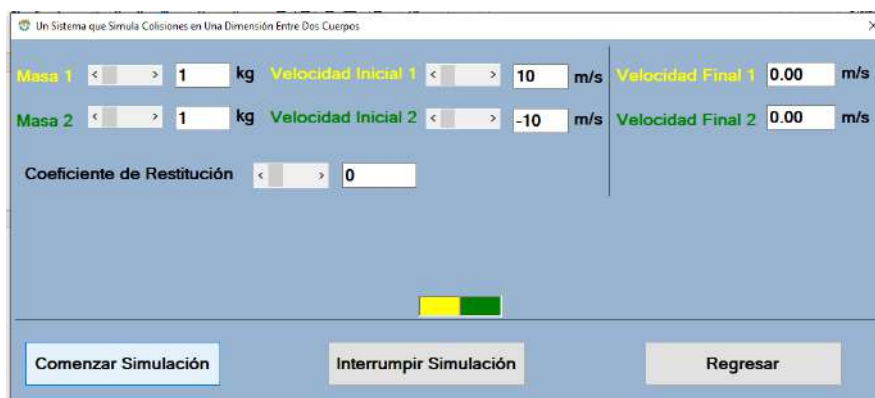


Figura 33. Ventana que muestra el resultado de la colisión cuando las masas de los cuerpos son iguales, se mueven en direcciones contrarias con la misma velocidad y es una colisión inelástica. Como siguiente caso, mostraremos lo que sucede si las masas de los cuerpos son iguales, se mueven en direcciones contrarias con diferentes velocidades y la colisión es perfectamente inelástica. Veremos ahora lo que sucede cuando los cuerpos colisionan. La figura 34 muestra las

condiciones con las que se efectuará la colisión.

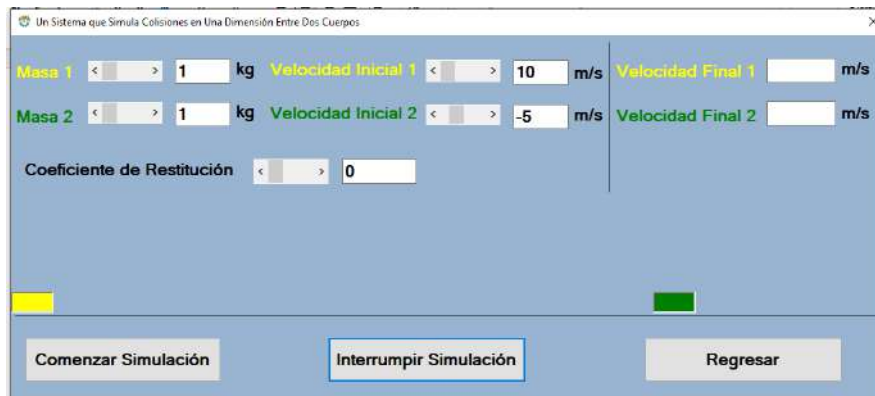


Figura 34. Ventana que muestra dos cuerpos con igual masa que se mueven en direcciones contrarias, con diferente velocidad y coeficiente de restitución igual a cero.

Al finalizar la simulación, veremos que los cuerpos se mueven con igual velocidad por estar unidos. La velocidad con la que se mueven es de 2.50 m/s en la misma dirección con la que se movía el cuerpo de mayor masa antes de la colisión. La cantidad de movimiento es igual a 5.0 kg m/s, que es la cantidad de movimiento final del sistema. Esta cantidad de movimiento coincide con la suma de las cantidades de movimiento de ambos cuerpos antes de la colisión. De esta forma se comprueba también que la cantidad de movimiento se conserva a pesar de que es una colisión perfectamente inelástica. No sucede lo mismo con la energía cinética antes y después de la colisión. En este caso la energía cinética inicial es diferente de la final. La energía cinética final es menor por el hecho de que los cuerpos quedan unidos después de la colisión. La energía cinética se pierde al unirse los cuerpos en la colisión. En una colisión inelástica, siempre hay pérdidas de energía cinética debido a que se deforman los cuerpos. Observe la figura 35.

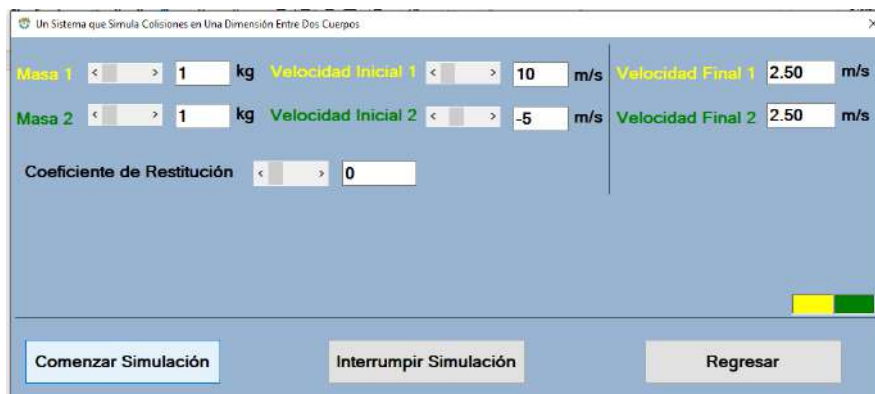


Figura 35. Ventana que muestra el resultado de la colisión cuando las masas de los cuerpos son iguales, se mueven en direcciones contrarias con diferente velocidad y es una colisión inelástica. Como siguiente caso, mostraremos lo que sucede si las masas de los cuerpos son diferentes, se mueven en direcciones contrarias con diferentes velocidades y la colisión es perfectamente inelástica. Veremos ahora lo que sucede cuando los cuerpos colisionan. La figura 36 muestra las condiciones con las que se efectuará la colisión.



Figura 36. Ventana que muestra dos cuerpos con diferente masa que se mueven en direcciones contrarias, con diferente velocidad y coeficiente de restitución igual a cero.

Al finalizar la simulación, veremos que los cuerpos se mueven con igual velocidad por estar unidos. La velocidad con la que se mueven es de 6.25 m/s en la misma dirección con la que se movía el cuerpo de mayor masa antes de la colisión. La cantidad de movimiento es igual a 25.0 kg m/s, que es la cantidad de movimiento final del sistema. Esta cantidad de movimiento coincide con la suma de las cantidades de movimiento de ambos cuerpos antes de la colisión. De esta forma se comprueba también que la cantidad de movimiento se conserva a pesar de que es una colisión perfectamente inelástica. No sucede lo mismo con la energía cinética antes y después de la colisión. En este caso la energía cinética inicial es diferente de la final. La energía cinética final es menor por el hecho de que los cuerpos quedan unidos después de la colisión. La energía cinética se pierde al unirse los cuerpos en la colisión. En una colisión inelástica, siempre hay pérdidas de energía cinética debido a que se deforman los cuerpos. Observe la figura 37.



Figura 37. Ventana que muestra el resultado de la colisión cuando las masas de los cuerpos son diferentes, se mueven en direcciones contrarias con diferente velocidad y es una colisión inelástica.

Como siguiente caso, mostraremos lo que sucedería si el cuerpo de menor masa se mueve con mayor velocidad que el cuerpo de mayor masa y la colisión es perfectamente inelástica. Veremos ahora lo que sucede cuando los cuerpos colisionan. La figura 38 muestra las condiciones con las que se efectuará la colisión.



Figura 38. Ventana que muestra dos cuerpos con diferente masa que se mueven en direcciones contrarias, con diferente velocidad y coeficiente de restitución igual a cero.

Al finalizar la simulación, veremos que los cuerpos se mueven con igual velocidad por estar unidos. Sin embargo, los cuerpos se moverán en la dirección con la que se movía el cuerpo de mayor masa a pesar de moverse con menor velocidad. La velocidad con la que se moverán es de -1.25 m/s. La cantidad de movimiento es igual a -5.0 kg m/s, que es la cantidad de movimiento final del sistema. Esta cantidad de movimiento coincide con la suma de las cantidades de movimiento de ambos cuerpos antes de la colisión. De esta forma se comprueba también que la cantidad de movimiento se conserva a pesar de que es una colisión perfectamente inelástica. No sucede lo mismo con la energía cinética antes y después de la colisión. En este caso la energía cinética inicial es diferente de la final. La energía cinética final es menor por el hecho de que los cuerpos quedan unidos después de la colisión. La energía cinética se pierde al unirse los cuerpos en la colisión. En una colisión inelástica, siempre hay pérdidas de energía cinética debido a que se deforman los cuerpos. Observe la figura 39.

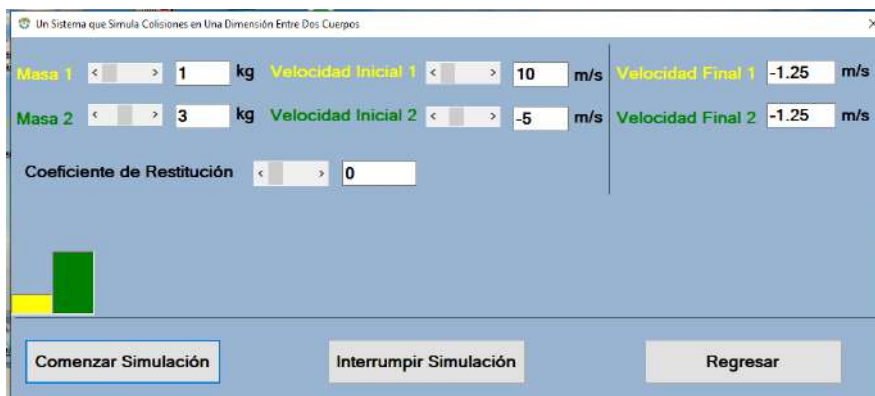


Figura 39. Ventana que muestra el resultado de la colisión cuando las masas de los cuerpos son iguales, se mueven en la misma dirección con diferente velocidad y es una colisión inelástica.

3. Conclusiones

- El sistema sirve para comprobar que la cantidad de movimiento se conserva, independientemente de que sea una colisión elástica o inelástica.
- Aunque el sistema no muestra que la energía cinética se conserva en una colisión elástica y no se conserva en una colisión inelástica, el usuario puede comprobarlo haciendo uso de la ecuación que calcula la energía cinética.
- El sistema sólo muestra simulaciones de colisiones en una dimensión entre dos cuerpos, pero los resultados se pueden generalizar a colisiones entre más cuerpos.
- El sistema puede mostrar que en una colisión elástica los cuerpos nunca van a quedar en reposo simultáneamente. Uno puede quedar en reposo, pero no ambos.
- El sistema puede mostrar que en una colisión inelástica es posible que los cuerpos queden en reposo. Este resultado dependerá de las masas y de las velocidades de los cuerpos antes de la colisión. Es muy común que en los accidentes de tránsito los autos queden unidos. Dependiendo de las masas de los autos y de la posición que queden, se podrá conocer la velocidad con la que se movían los autos antes de la colisión.
- Con el sistema se pueden hacer muchas combinaciones entre las masas, las velocidades y el coeficiente de restitución. Con ello el usuario podrá observar cómo influyen cada una de estas variables en el resultado de la colisión. Dependiendo de los valores de las masas de los cuerpos, sus velocidades y del coeficiente de restitución, los cuerpos se quedarán en reposo, o uno de ellos se quedará en reposo y el otro iniciará un movimiento o continuará moviéndose en la misma o diferente dirección o se moverán ambos en la misma o diferente dirección.

4. Bibliografía

- Beltrán V. y Braun E. (1975) Principios de Física. México, D. F.: Trillas.
- Bueche, F. J. (1990) Física General. México, D. F.: McGRAW-HILL.
- Ceballos F. J. (1997) Enciclopedia de Visual Basic 4. México, D. F.: Alfaomega Grupo Editor.
- Hewitt, P. (1995) Física Conceptual. México, D.F.: Addison-Wesley Iberoamericana.
- Resnick, R. y Halliday, D. (1980) Física. Vol. I. México, D.F.: CECSA.
- Serway, R.A. (1985) Física. México, D.F.: Interamericana.
- Tipler, P. A. (1995) Física. México, D.F.: Reverté.
- Wooton, W.; Beckenbach, E. y Fleming F. (1978) Geometría Analítica Moderna. México, D.F.: Publicaciones Cultural.