



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA CHAPINGO
DPTO. DE PREPARATORIA AGRÍCOLA
ÁREA DE FÍSICA

“FÍSICA TEÓRICO-PRÁCTICA”

Guillermo Becerra Córdova

ISBN: 978-607-00-9572-6



Marzo del 2017

PRÓLOGO

En diversas ocasiones se ha argüido como argumento central que la publicación de trabajos realizados son traducciones de textos generados en el extranjero y que no responden a las necesidades de los cursos que se imparten en nuestro país.

El texto que ahora se presenta pretende responder a ese relativo vacío de materiales que vengan a apoyar los cursos que se imparten en el nivel medio superior en nuestro país.

El texto tiene una estructura tal que resulta sencillo su manejo. Señala inicialmente cuál es el nombre de la práctica, los objetivos a cubrir con la realización de cada experimento, posteriormente se da una introducción teórica de tal forma que no sea necesario consultar más bibliografía al respecto. Después se menciona el material necesario para desarrollar la práctica, así como el desarrollo de cada una de ellas. Con los datos obtenidos en el experimento, se menciona el tratamiento que se debe hacer con ellos. En esta sección se explica cada uno de los pasos que se tienen que seguir para obtener los resultados que se plantearon en los objetivos. En cada propuesta de práctica se presentan las conclusiones a las que se llegan, ya que nos indican si se lograron los objetivos planteados. Finalmente, se incluye también una sección llamada verificación y tiene por objetivo que el lector conteste algunas preguntas relacionadas con la práctica. La verificación tiene por objetivo reafirmar los conceptos que se manejan en cada experimento.

PRESENTACIÓN

El presente trabajo ha sido producto de los cursos de física que se imparten en los bachilleratos nacionales, ya que tienen como base los planes y programas de estos cursos. La mayoría de los cursos de física de Bachillerato abarcan los mismos temas, unos con mayor profundidad que otros, pero finalmente son los mismos temas.

Al analizar la bibliografía referida a los temas contenidos en los cursos de física del bachillerato, vimos la posibilidad de elaborar un texto con un enfoque algo diferente. Tal enfoque tiene como objetivo analizar un determinado tema desde un punto de vista Teórico-Práctico. Es decir se plantea una descripción teórica y junto con ella un desarrollo experimental que tiene como objetivo corroborar los conceptos y resultados que se mencionan en la parte teórica.

En consecuencia, los temas que se tratan en esta obra se escogieron con la idea de que siempre vaya acompañado de un diseño experimental. No existe un tema que carezca de tal diseño, ya que no cumpliría el objetivo que persigue este trabajo.

Debemos mencionar que en cada actividad práctica se sugiere el material y la forma de utilizarlo, así como también la manera de obtener y procesar los datos que surjan en cada una de estas actividades.

A pesar de que en la mayoría de las prácticas se utiliza material muy sencillo y fácil de conseguir, las conclusiones a las que se llegan en cada tema son muy satisfactorias ya que existe una gran semejanza entre los conceptos teóricos y los resultados

experimentales. Esta es otra razón por la que se decidió elaborar el texto.

Cada tema lleva incluido un cuestionario que ayudará al alumno a lograr un conocimiento más objetivo. Este cuestionario incluye preguntas referentes a la parte teórica como a la experimental.

El libro utiliza técnicas de análisis de resultados experimentales a fin de que el alumno establezca el modelo matemático que rige cada fenómeno que es analizado. Todo ello con el fin de fundamental de obtener los resultados que comprueben lo que en la respectiva parte teórica se menciona.

ÍNDICE

1.	¿Tienen resistencia los conductores?	6
2.	Leyes de Kircchoff	13
3.	¿Cuánto tarda una pelota en dejar de botar?	27
4.	Máquina de Atwood	35
5.	La energía y el momento de inercia	42
6.	Velocidad de descarga	49
7.	Ley de Boyle	58
8.	Temperatura	65
9.	Ley de Gay Lussac	80
10.	Determinación experimental del valor del campo magnético de la Tierra	91
11.	Medición indirecta de la Distancia Focal de una Lente Convergente	102
12.	Ley de Charles	109
13.	Calor específico	121
14.	Ley de enfriamiento de Newton	130
15.	Ley de Snell	143
16.	ANEXO	158
17.	BIBLIOGRAFÍA	161

1. ¿TIENEN RESISTENCIA LOS CONDUCTORES?

1.1. OBJETIVO:

- Establecer la relación entre la longitud y el área de un conductor con su resistencia eléctrica.
- Encontrar experimentalmente el valor de la resistividad de nicromel (nicrom).

1.2. INTRODUCCIÓN:

Todo conductor metálico se opone a que pasen por él las cargas eléctricas. Esta oposición se debe a que las cargas en movimiento chocan con otras partículas del conductor. Al chocar, las cargas en movimiento ceden energía, la cual aparece como calor.

De acuerdo con la ley de Ohm, la resistencia eléctrica es la relación de la diferencia de potencial a la corriente, para un conductor, a una temperatura dada.

La resistencia de un conductor metálico depende de su longitud. Al duplicar la longitud de un alambre, la intensidad de la corriente, para una diferencia de potencial dada, se reduce a la mitad, indicando que la resistencia fue duplicada. Es decir, al duplicar la longitud se duplica la diferencia de potencial necesaria para producir una corriente dada en el alambre.

Esto está de acuerdo con la idea de que las cargas en movimiento chocan con otras partículas del conductor y al duplicar su longitud, debe duplicarse el número de choques que una carga hace al moverse a lo largo del conductor. En consecuencia, la resistencia de un conductor es directamente proporcional a su longitud.

La resistencia de un conductor depende también del área de la sección transversal. Supongamos primero que un conductor de gran

resistencia se conecta entre las terminales de una pila y que después un segundo alambre igual se conecta en paralelo con el primero. Entonces pasarán corrientes iguales por los dos alambres y la corriente total se duplicará. En consecuencia, la resistencia de los dos conductores juntos es la mitad de la de uno solo, ya que el área de los dos conductores es el doble que la de uno solo. En general, la resistencia de un conductor es inversamente proporcional al área de su sección transversal.

Podemos resumir en una sola ecuación la forma como depende la resistencia R a una temperatura dada, de la longitud, del área de la sección transversal y de las propiedades eléctricas del material:

$$R = \rho \frac{l}{A} \quad 1.1$$

Donde ρ es la resistividad del material del conductor. La resistividad es característica del material y no de un espécimen particular del material. Un conductor dado puede tener cualquier número de resistencias, dependiendo de cómo se le aplique la diferencia de potencial y la resistividad solo depende del material a una temperatura dada. Si la temperatura del material cambia, su resistividad variará.

1.3. MATERIAL:

- Pedazos de madera de 1.5 y 2.0 centímetros de arista y 50 centímetros de largo.
- 7 metros de alambre micronel (nicrom) de 0.014 pulgadas de diámetro.
- 7 metros de alambre micronel (nicrom) de 0.040 pulgadas de diámetro.
- Un multímetro.

- Flexo metro.

1.4. DESARROLLO:

La figura 1.1 muestra los dos alambres de nicromel (nicrom) de diferente diámetro enrollados en los pedazos de madera que tienen aproximadamente 1.5 y 2.0 cm. en cada arista, por lo que cada vuelta es de 7.0 cm. La longitud de los alambres es de 7.0 metros y se han enrollado en un material como la madera para que estén aisladas las espiras del alambre.

Con el multímetro se midieron las resistencias de los alambres en función de sus longitudes. La idea de utilizar dos alambres de diferentes diámetros es observar cómo cambia también la resistencia en función del área de su sección transversal. Como los alambres están hechos de igual material se espera que su resistividad sea la misma independientemente de su área y de su longitud. El diámetro de los alambres es de 0.014 y 0.040 pulgadas, por lo que sus áreas son 9.931×10^{-8} y $8.107 \times 10^{-7} \text{ m}^2$, respectivamente.

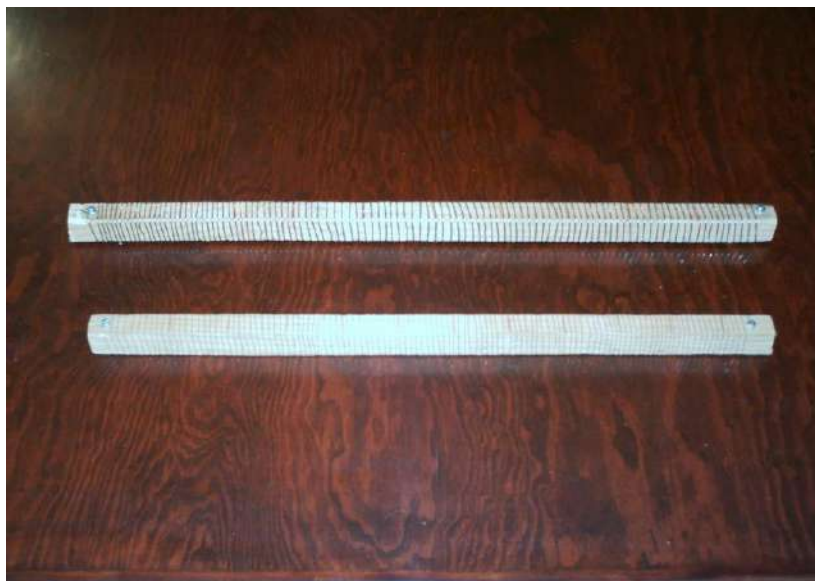


Figura 1.1 Alambre de micromel enrollado.

La resistencias se midieron a cada 10 vueltas de alambre, lo que equivale a 0.7 metros de longitud. Los datos de las resistencias para cada alambre en función de la longitud se muestran en la tabla 1.1.

	$A_1(\text{m}^2)$	$A_2(\text{m}^2)$
$l(\text{m})$	$R_1(\Omega)$	$R_2(\Omega)$
0,7	7,5	1,1
1,4	14,8	2
2,1	22,1	3
2,8	29,3	3,9
3,5	36,4	4,9
4,2	43,6	5,9
4,9	50,8	6,9
5,6	58	7,9
6,3	65,1	8,9
7	72,2	9,8

Tabla 1.1 Resistencia en función de la longitud

Como se observa en la tabla la longitud está expresada en metros y la resistencia en ohms. Las gráficas para este conjunto de datos se muestran en la figura 2. En la figura se muestra que ambas gráficas se comportan como una línea recta que corta al eje de las ordenadas cerca del origen.

Ajustando los datos por medio de una hoja de cálculo como Excel, se obtiene el siguiente par de ecuaciones que representan el comportamiento de la resistencia en función de la longitud para cada uno de los alambres:

$$R_1 = (10.265 \Omega / m) L + 0.46 \Omega \quad 1.2$$

y

$$R_2 = (1.395 \, \Omega / m) L + 0.06 \, \Omega \quad 1.3$$

Observe que en ambas ecuaciones el valor de la ordenada al origen es cercano a cero. Teóricamente estos resultados deberían ser iguales a cero ya que, para una longitud cero, la resistencia también sería nula.

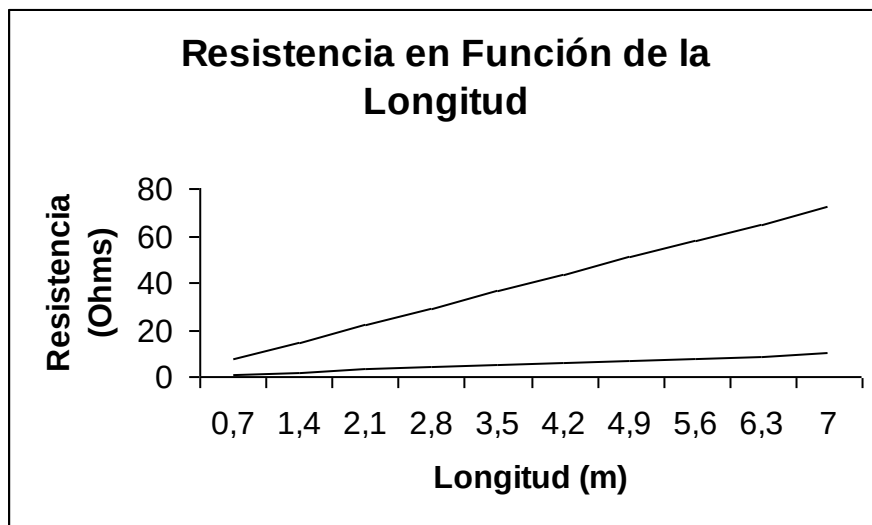


Figura 1.2 Gráfica de la resistencia en función de la longitud.

Al comparar las ecuaciones 2 y 3 con la ecuación 1, concluimos que:

$$m_1 = 10.265 \, \Omega / m = \frac{\rho}{A_1} \quad 1.4$$

y

$$m_2 = 1.395 \, \Omega / m = \frac{\rho}{A_2} \quad 1.5$$

Donde m_1 y m_2 son las pendientes de las rectas, por lo que las resistividades son iguales a:

$$\rho = (10.265 \, \Omega / m) A_1 \quad 1.6$$

y

$$\rho = (1.395 \, \Omega / m) A_2 \quad 1.7$$

Sustituyendo los valores de las áreas en las ecuaciones 6 y 7, obtenemos:

$$\rho = (10.265 \, \Omega/m) \times 9.931 \times 10^{-8} \, m^2 = 1.019 \times 10^{-6} \, \Omega m \quad 1.8$$

y

$$\rho = (1.395 \, \Omega/m) \times 8.107 \times 10^{-7} \, m^2 = 1.131 \times 10^{-6} \, \Omega m \quad 1.9$$

En la literatura la resistividad del nicromel (nicrom) se reporta como $1.0 \times 10^{-6} \, \Omega m$. Comparando ambos resultados, observamos que las resistividades son muy similares. Para el primer resultado, existe una diferencia de cerca del 1.9% y para el segundo se tiene una diferencia del 13.1%.

1.5. CONCLUSIONES:

- Con este método se puede obtener la resistividad del nicromel (nicrom).
- El nicromel (nicrom) es un material cuya resistividad es muy grande comparada con la resistividad de algunos conductores más comunes como el cobre, la plata, etc. Por ello es posible efectuar mediciones directamente de la resistencia en función de la longitud con multímetros que no requieren de una escala muy pequeña.
- Los resultados obtenidos son muy semejantes al valor de la resistividad que existe en la literatura.
- El experimento realizado no requiere de material muy costoso, por lo que puede implementarse en muchas escuelas cuyo presupuesto no es muy elevado.

1.6. VERIFICACION:

- ¿De qué depende la resistividad?
- ¿De qué depende la resistencia eléctrica?

- ¿Cuáles son las unidades de la resistencia eléctrica y de la resistividad?
- ¿Qué diferencia existe entre la resistividad y la resistencia eléctrica?
- ¿Puede haber dos conductores con iguales resistencias y diferente material?
- ¿Puede haber dos conductores con igual resistividad y diferente material?
- ¿Qué forma tiene la gráfica de la resistencia de un conductor en función de su longitud?
- ¿Qué forma tendrá la gráfica de la resistencia de un conductor en función de su área?
- ¿Puede existir un método diferente para medir la resistencia de un conductor?
- ¿Con este método se puede obtener la resistividad de conductores de cobre o de plata?

2. LEYES DE KIRCHHOFF

2.1. OBJETIVO:

- Comprobar experimentalmente las Leyes de Kirchhoff.

2.2. INTRODUCCIÓN:

La teoría de los circuitos eléctricos comenzó con el invento de la batería eléctrica. Este aparato permitió producir corriente eléctrica, en oposición a la electricidad estática, producida en descargas por máquinas eléctricas anteriores como la botella de Leyden y el electróforo.

Si reflexionamos sobre el empleo que día a día le damos a la electricidad notaremos que generalmente no utilizamos cargas estáticas sino corrientes eléctricas, o sea, cargas que fluyen a través de los conductores. La electricidad que empleamos en las casas, en las fábricas, en los semáforos, etc., llega por medio de unos cables de conducción, desde un lugar lejano en el que se genera la corriente eléctrica. Casi todos los aparatos domésticos funcionan porque circula corriente eléctrica. Y no sólo es importante la corriente eléctrica para la industria y para tener más comodidades caseras, sino también para nuestro propio cuerpo; por ejemplo, los estímulos que se transmiten a través de nuestro sistema nervioso son corrientes eléctricas. Cuando un médico analiza un electrocardiograma o un electroencefalograma, lo que hace es estudiar las corrientes eléctricas del corazón o del cerebro.

La corriente eléctrica es de enorme importancia, principalmente por sus diversos efectos, ya que puede producir luz, calor, movimiento, disociaciones químicas, etc.

Los aparatos eléctricos y electrónicos de uso industrial y doméstico, están formados por un conjunto de partes conectadas entre sí por medio de conductores. Este arreglo de piezas y conductores forma un circuito eléctrico. Al pasar la corriente a través del circuito, hace funcionar el aparato. Todas esas pequeñas piezas (resistencias, condensadores, transformadores, transistores, etc.) se denominan, en general, elementos del circuito.

En resumen, un circuito es un arreglo de elementos conectados entre sí por medio de conductores, por el cual circula una corriente eléctrica. Para que la corriente circule, los elementos del circuito deben estar todos conectados uno a otro, en cuyo caso se habla de un circuito cerrado. Al desconectarse uno de los elementos, el circuito en serie se abre y la corriente deja de circular por él.

El propósito primario de un circuito eléctrico consiste en mover o transferir cargas a lo largo de trayectorias específicas. El movimiento de cargas constituye una corriente eléctrica, denotada por las letras i ó I . La unidad básica de corriente es el ampere (A), llamada así por André Marie Ampère. Un Ampère es un Coulomb por segundo en el Sistema Internacional.

En la teoría de los circuitos eléctricos se acostumbra entender que la corriente es el movimiento de cargas positivas. Ahora sabemos que en los conductores metálicos la corriente es el movimiento de electrones que han sido atraídos fuera de las órbitas de los átomos del metal. Así que debemos distinguir la corriente convencional (el movimiento de cargas positivas), como se usa en la teoría de redes eléctricas y la corriente electrónica.

El elemento de los circuitos más simple y con mayor uso es el resistor. Todos los conductores eléctricos ostentan propiedades que

son características de un resistor. Cuando fluyen corrientes por los conductores, los electrones que constituyen la corriente, entran en colisión con la red de los átomos del conductor. Esto impide el movimiento de los electrones. Mientras mayor sea el número de colisiones, mayor será la resistencia del conductor. Los materiales que se usan comúnmente en la fabricación de resistores incluyen aleaciones metálicas y compuestos de carbono.

La ley de Ohm postula que el voltaje a través de un resistor es directamente proporcional a la corriente que pasa por el resistor. La constante de proporcionalidad es I el valor de la resistencia del resistor en Ohms. El símbolo de circuitos del resistor se muestra en la figura siguiente.

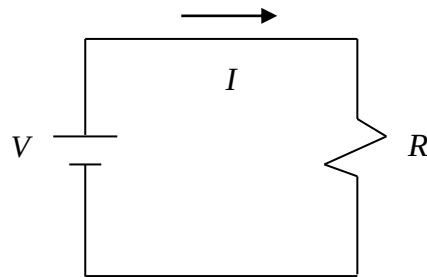


Figura 2.1 Circuito eléctrico.

Para la corriente y el voltaje mostrados, la ley de Ohm es:

$$V = R I \quad 2.1$$

Hasta ahora se ha considerado la ley de Ohm y la forma como puede usarse para encontrar la corriente y el voltaje. Sin embargo la ley de Ohm por sí sola no puede usarse para analizar aún el más simple circuito. Debemos tener además dos leyes postuladas por el físico alemán Gustav Kirchhoff. Las dos leyes se conocen formalmente como la ley de corrientes de Kirchhoff y la ley de voltajes de Kirchhoff. Estas dos leyes, junto con las características en las terminales de los diferentes elementos de un circuito,

permiten métodos sistemáticos de solución de cualquier red eléctrica.

Un circuito consta de dos o más elementos conectados mediante conductores perfectos. Los conductores perfectos son alambres de resistencia cero los cuales permiten a la corriente fluir con libertad, sin acumular carga ni energía. En este caso, puede considerarse la energía acumulada o concentrada por completo dentro de cada elemento del circuito.

Un punto de conexión de dos o más elementos del circuito se denomina nodo. La figura 2.2 muestra un ejemplo de un circuito con tres nodos. El nodo 1 consiste en la conexión entera en la parte superior del circuito. Debe notarse que *a* y *b* están conectados por un conductor perfecto y pueden considerarse eléctricamente como un solo punto. Un comentario similar se aplica al nodo 2. El nodo 3 se requiere para la interconexión de la fuente de voltaje independiente y el resistor.

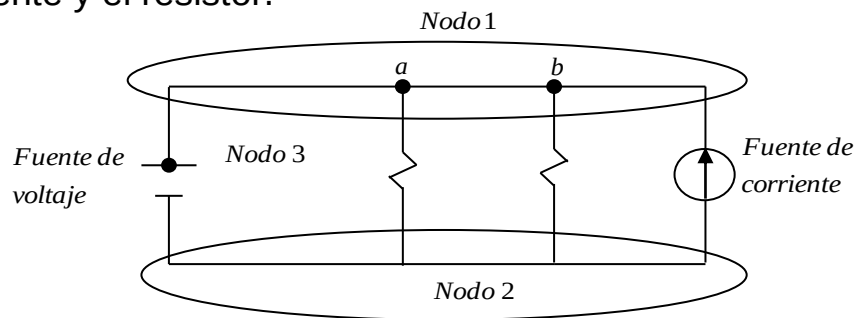


Figura 2.2 Nodos en un circuito.

Con estos conceptos, estamos preparados para exponer las dos importantes Leyes de Kirchhoff.

Regla de los nodos.

- 1 La suma algebraica de las corrientes que entran por cualquier nodo es igual a cero.

2 Regla de las mallas. La suma algebraica de los voltajes alrededor de cualquier trayectoria cerrada es igual a cero.

En una resistencia, la corriente convencional siempre fluye del potencial más alto al potencial más bajo. Cuando uno sigue el camino de la corriente a través de una resistencia, el cambio de potencial es negativo, ya que hay una caída de potencial. La terminal positiva de una fuente de fuerza electromotriz pura siempre es la terminal de potencial más alto, independientemente de la dirección de la corriente que pasa a través de la fuente de fuerza electromotriz.

El conjunto de ecuaciones obtenidas al aplicar las Leyes de Kirchhoff a un circuito cerrado serán independientes siempre y cuando en cada circuito cerrado nuevo la ecuación contenga un cambio de voltaje no incluido en la ecuación anterior.

Apliquemos las leyes de Kirchhoff al circuito mostrado en la figura 2.3. Este circuito no se puede reducir más porque no contiene conexiones de resistencias en serie y en paralelo.

Por lo tanto, aplicaremos directamente las Leyes de Kirchhoff. Las corrientes en cada resistencia han sido asignadas con flechas. No es necesario poner un cuidado especial en la dirección de la corriente, ya que los valores que resulten negativos de la corriente, indican que es contraria la dirección asignada.

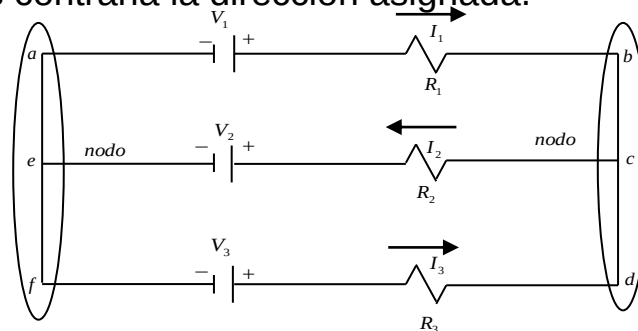


Figura 2.3 Circuito con tres fuentes y tres resistencias.

Si empleamos la regla de los nodos al punto c, obtenemos:

$$I_1 - I_2 + I_3 = 0 \quad 2.2$$

Esta relación nos indica que la suma de las corrientes que entran a un nodo, es igual a la corriente que sale de él. Esta es una forma alterna de enunciar la regla de los nodos. Por convención, toda corriente que entra a un nodo es positiva y la que sales es negativa. Ahora aplicaremos la regla de las mallas al circuito cerrado *abcfa*, siguiendo la dirección del movimiento de las manecillas del reloj, obteniendo:

$$-R_1 I_1 - R_2 I_2 + V_1 - V_2 = 0 \quad 2.3$$

Observe que al primer y al segundo término de esta ecuación le precede el signo negativo, ya que en una resistencia la corriente fluye del potencial más alto al potencial más bajo y sigue el camino de la dirección marcada por la flecha, produciéndose una caída de potencial. También observe que a la diferencia de potencial V_2 le antecede un signo negativo, debido a que no coincide la dirección en que se recorre la malla y la dirección del aumento de potencial. De manera equivalente, aplicando la regla de las mallas al circuito cerrado *fcdef*, obtenemos:

$$R_2 I_2 + R_3 I_3 + V_2 - V_3 = 0 \quad 2.4$$

Observe que los dos primeros términos le anteceden un signo positivo, debido a que la dirección de la corriente que fluye en la resistencia no coincide con el sentido en que se recorre la malla, por lo que hay una subida de potencial.

Colocando en el lado izquierdo de las igualdades los términos que contienen las corrientes y en el lado derecho los términos independientes, se llega al siguiente sistema de ecuaciones.

$$\begin{aligned}
I_1 - I_2 + I_3 &= 0 \\
R_1 I_1 + R_2 I_2 &= V_1 - V_2 \\
R_2 I_2 + R_3 I_3 &= V_3 - V_2
\end{aligned}
\tag{2.5}$$

Que representa un conjunto de 3 ecuaciones con 3 incógnitas, las cuales corresponden a las corrientes que circulan en cada una de las resistencias del circuito.

Por otra parte, si aplicamos la regla de las mallas de Kirchhoff al circuito *abcdefa*, y utilizando las ecuaciones 2.2 y 2.3 se llega al sistema equivalente de ecuaciones simultáneas, en lugar de la ecuación 2.4:

$$\begin{aligned}
I_1 - I_2 + I_3 &= 0 \\
R_1 I_1 + R_2 I_2 &= V_1 - V_2 \\
R_1 I_1 - R_3 I_3 &= V_1 - V_3
\end{aligned}
\tag{2.6}$$

De igual forma, aplicando la regla de las mallas de Kirchhoff a la malla *abcdefa*, y utilizando las ecuaciones 2.2 y 2.4 se llega a otro sistema equivalente de ecuaciones simultáneas diferentes, en lugar de la ecuación 2.3:

$$\begin{aligned}
I_1 - I_2 + I_3 &= 0 \\
R_2 I_2 + R_3 I_3 &= V_3 - V_2 \\
R_1 I_1 - R_3 I_3 &= V_1 - V_3
\end{aligned}
\tag{2.7}$$

Resolviendo el sistema se llega a los siguientes resultados:

$$I_1 = \frac{R_2(V_1 - V_3) + R_3(V_1 - V_2)}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} \tag{2.8}$$

$$I_2 = \frac{R_1(V_3 - V_2) + R_3(V_1 - V_2)}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} \tag{2.9}$$

$$I_3 = \frac{R_1(V_3 - V_2) + R_2(V_3 - V_1)}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} \tag{2.10}$$

Que son las corrientes que circulan en las resistencias R_1 , R_2 y R_3 , respectivamente y representan las soluciones de cualquiera de las

ecuaciones simultáneas planteadas. Observe que en los sistemas de ecuaciones, se incluye la ecuación 2.2, que es la ecuación obtenida al emplear la regla de los nodos. Si esta relación no se incluyera, es decir, si solo se utilizaran las ecuaciones obtenidas a través de la regla de las mallas, el sistema de ecuaciones resultante no tendría solución, ya que en cada circuito cerrado nuevo, la ecuación no contendrá un cambio de voltaje no incluido en la ecuación anterior. Este sistema de ecuaciones es:

$$\begin{aligned} R_1 I_1 + R_2 I_2 &= V_1 - V_2 \\ R_2 I_2 + R_3 I_3 &= V_3 - V_2 \\ R_1 I_1 - R_3 I_3 &= V_1 - V_3 \end{aligned} \quad 2.11$$

Equivalentemente, se puede afirmar que este conjunto de ecuaciones no tiene solución porque la primera de ellas puede ser obtenida a partir de la suma de la segunda y la tercera; o la tercera puede ser obtenida de la resta de la segunda menos la primera, etc., por lo que solo sería un conjunto de dos ecuaciones independientes con tres incógnitas; requiriendo una tercera ecuación independiente para que el sistema tenga solución. De aquí surge la necesidad de incluir la ecuación obtenida al utilizar la regla de los nodos.

2.3. MATERIAL:

2 Multímetros.

3 Eliminadores con voltaje variable.

1 Tableta de pruebas.

Caimanes.

Resistencias de 47, 98 y 147 Ohms.

2.4. DESARROLLO:

La figura 2.4 muestra el circuito utilizado para comprobar las Leyes de Kirchhoff, que es equivalente al circuito de la figura 2.3. En cada rama se tienen tres resistencias de 47, 98 y 147 ohms que pueden ser conectadas en paralelo de una en una, de dos en dos o de tres en tres. De igual forma, está conectado en serie con las resistencias un eliminador que funciona como fuente de fuerza electromotriz, el cual puede variar su voltaje y su polaridad. Los voltajes de los eliminadores son de 4.4, 7.2, 9.8, 12.5, 15.3, 18.3, 25.6 volts, aproximadamente. Con ello se pretende generar diferentes combinaciones de resistencias y voltajes.

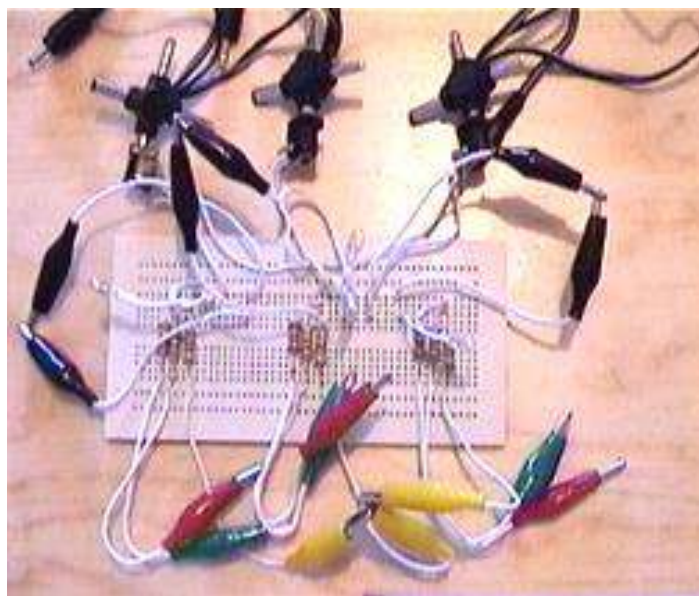


Figura 2.4 Circuito para comprobar las leyes de Kirchhoff.

También se han conectado focos en serie con las resistencias y el eliminador, que sirven para observar la intensidad de la luz emitida al circular la corriente a través de cada elemento del circuito. Para medir las corrientes, se han colocado caimanos conectados en serie con el amperímetro. De igual forma, se unió a cada resistencia un

caimán que sirve para cerrar al circuito para lograr diferentes combinaciones.

Sustituyendo los valores de las resistencias y de las caídas de potencial en las ecuaciones 2.8, 2.9 y 2.10 se obtienen las corrientes que circulan en cada elemento del sistema. Estos resultados pueden ser comprobados midiendo directamente la corriente y la caída de potencial por medio de un multímetro conectado apropiadamente a cada resistencia. Debemos aclarar que las diferencias de potencial deben ser positivas si las fuentes de fuerza electromotriz o eliminadores se conectan tal y como se muestran en la figura 2.3, y negativas en caso contrario.

A manera de ejemplo, la tabla 2.1 muestra en cada columna los valores de los voltajes V_1 , V_2 y V_3 y de las resistencias R_1 , R_2 y R_3 . De igual forma, se muestran las intensidades de las corrientes obtenidas experimental ($I_1 E$, $I_2 E$ y $I_3 E$) y teóricamente ($I_1 T$, $I_2 T$ e $I_3 T$). El primer caso corresponde a los datos de la segunda fila de la tabla, donde los voltajes aplicados al circuito son aproximadamente iguales, con la diferencia de que la polaridad de uno de ellos está invertida respecto de las polaridades restantes. La diferencia de polaridades hace posible que las corrientes en las mallas sean diferentes de cero. En particular, en la segunda resistencia circula el doble de corriente que en las resistencias restantes. Se puede observar que la suma algebraica de las corrientes es aproximadamente igual a cero, comprobándose con ello que se cumple la Primera Ley de Kirchhoff. Observe en la tabla que la mayoría de los errores no pasan del 5%, mostrando una correlación entre los resultados teóricos y los experimentales. Los dos siguientes ejemplos son similares al primero, con la diferencia de

que uno de los voltajes difiere de los demás. Finalmente, el último ejemplo corresponde a un circuito en la que coinciden las polaridades y sólo difieren muy poco los voltajes de las fuentes. Las corrientes en este caso son muy inferiores a las de los casos anteriores, debido a que los voltajes son similares. En caso de que las diferencias de potencial fuesen iguales y tuviesen la misma polaridad, no circularían corrientes en los elementos del circuito. Esto puede ser comprobado teóricamente, a través de las ecuaciones 2.8, 2.9 y 2.10, observando que todas las restas de los voltajes son iguales a cero. Cabe mencionar que la resistencia en cada rama es igual a la suma de las resistencias del elemento resistivo y la resistencia del foco. La resistencia del foco depende de la corriente aplicada, por lo que no permanece constante. La resistencia es calculada por medio de la diferencia de potencial y de la corriente que circula a través de él.

$V_1(V)$	$V_2(V)$	$V_3(V)$	$R_1(\Omega)$	$R_2(\Omega)$	$R_3(\Omega)$	$I_1E(A)$	$I_2E(A)$	$I_3E(A)$	$I_1T(A)$	$I_2T(A)$	$I_3T(A)$	$E_1(\%)$	$E_2(\%)$	$E_3(\%)$
8.47	-8.21	8.46	196.3	283.5	181.1	0.0217	0.0444	0.0226	0.0212	0.0442	0.0229	2.35	0.45	1.31
12.12	-11.8	12.23	209.2	323.8	202.8	0.0273	0.0558	0.0285	0.0274	0.0562	0.0288	0.36	0.71	1.04
12.25	-6.71	12.28	193.6	299.7	187.2	0.0236	0.0482	0.0246	0.0235	0.0481	0.0245	0.42	0.20	0.41
20.3	25.1	20.5	100.4	189.1	83.06	0.0105	0.0207	0.0104	0.0101	0.0200	0.0099	4.15	3.5	5.1

Tabla 2.1.

La tabla muestra en cada columna los valores de los Voltajes (V_1 , V_2 y V_3) en Volts; de las Resistencias (R_1 , R_2 y R_3) en Ohms; de las corrientes experimentales (I_1E , I_2E e I_3E) y de las teóricas (I_1T , I_2T e I_3T) en Amperes. Los símbolos E_1 , E_2 y E_3 , representan los errores porcentuales entre las corrientes teóricas y experimentales.

2.5 CONCLUSIONES:

- Con el circuito es posible comprobar las leyes de Kirchhoff, ya que concuerdan los resultados teóricos con los experimentales.

- Teóricamente se muestra que son equivalentes los conjuntos de ecuaciones simultáneas obtenidas a partir de la aplicación de las Leyes de Kirchhoff.
- Los eliminadores pueden variar sus voltajes y sus polaridades, al igual que es posible conectar diferentes resistencias. Con ello se logran obtener diferentes combinaciones de voltajes y resistencias en el circuito.
- Debido a su aplicación en la teoría de circuitos, creemos que es significativo en el estudiante emplear sistemas de ecuaciones simultáneas.

2.6 VERIFICACION:

- ¿Cómo se define la corriente?
- ¿Cómo se define la diferencia de potencial?
- ¿Cómo se define la resistencia eléctrica?
- ¿Cuál es la ley de Ohm?
- ¿Qué es una malla? ¿Qué es un nodo?
- ¿Cuáles son las leyes de Kirchhoff?
- ¿En qué dirección circula la corriente convencional?
- ¿Cómo se define el Ampere?
- ¿Qué condición se requiere para que el conjunto de ecuaciones obtenidas al aplicar las leyes de Kirchhoff sean independientes?
- ¿Qué aparatos se utilizaron para crear diferencias de potencial?
- ¿Qué se utilizó como elementos resistivos?
- ¿Cuál es la corriente en cada uno de los elementos resistivos si la diferencia de potencial en cada eliminador es la misma y tiene la misma polaridad?

- ¿Cuál es la corriente en cada uno de los elementos resistivos si la diferencia de potencial en cada eliminador es la misma y uno tiene diferente polaridad que los dos restantes?
- ¿Por qué se utilizaron focos en el experimento?
- ¿Es constante la resistencia interna de los focos? Si no es constante, ¿Cómo se puede medir?
- ¿Qué interpretación se debe dar si resulta negativa la corriente eléctrica que circula por uno de los elementos resistivos?

3 ¿CUANTO TARDA UNA PELOTA EN DEJAR DE BOTAR?

3.1 OBJETIVOS:

- Deducir la expresión que calcula el tiempo que tarda en dejar de botar una pelota al ser soltada desde una cierta altura, para un coeficiente de restitución dado.
- Medir experimentalmente el tiempo que tarda una pelota con cierto coeficiente de restitución y compararlo con el resultado teórico.

3.2 INTRODUCCIÓN:

De muchos es conocido que el tiempo que tarda un objeto en caer desde una cierta altura, es un problema que ha sido resuelto desde hace mucho tiempo. De hecho, este tipo de movimientos está clasificado dentro de lo que se conoce como **Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado**, en donde el cuerpo se mueve en línea recta y con aceleración constante, es decir, la velocidad cambia uniformemente para iguales intervalos de tiempo.

En el caso de cuerpos que se muevan bajo la acción de la gravedad de la tierra, el valor de la aceleración es de $a = g = 9.81 \text{ m/s}^2$. En consecuencia, el tiempo que tarda en llegar al suelo un objeto que se ha soltado desde una cierta altura, es igual a:

$$t = v / g \quad 3.1$$

Donde v es la magnitud de la velocidad del objeto justo antes de llegar el suelo; g es la magnitud de la aceleración de la gravedad y t es el tiempo que tarda el objeto en llegar al suelo.

Si el objeto es una pelota con un coeficiente de restitución e entre ella y el piso, y además la colisión es unidimensional, entonces la magnitud de la velocidad con la que rebotaría sería igual a:

$$v_1 = e v_0 \quad 3.2$$

Donde v_0 es la velocidad del objeto antes del rebote y v_1 es la magnitud de la velocidad del cuerpo después del rebote. Por lo tanto, el tiempo que tardaría el cuerpo en llegar de nuevo al piso sería de:

$$t_1 = 2 v_1 / g = 2 e v_0 / g \quad 3.3$$

Para el tercer movimiento, se tendría que el tiempo que tardaría en llegar de nuevo al suelo es de:

$$t_2 = 2 v_2 / g = 2 e v_1 / g = 2 e^2 v_0 / g \quad 3.4$$

En consecuencia, el tiempo que tardaría la pelota en dejar de botar sería a la suma infinita de los tiempos que tarda en cada rebote, es decir:

$$t_{total} = t + t_1 + t_2 + \dots \quad 3.5$$

$$t_{total} = v_0 / g + 2 e v_0 / g + 2 e^2 v_0 / g + 2 e^3 v_0 / g + \dots \quad 3.6$$

Factorizando

$$t_{total} = \frac{2v_0}{g} (1 + e + e^2 + e^3 + \dots) - \frac{v_0}{g} \quad 3.7$$

La suma que se encuentra entre paréntesis es una serie infinita convergente para $e < 1$ y está identificada con la siguiente igualdad:

$$1 + e + e^2 + e^3 + \dots = \sum_{i=0}^{\infty} e^i = \frac{1}{1 - e} \quad 3.8$$

Por lo que la ecuación 3.7 toma la forma siguiente:

$$t_{total} = \frac{2v_0}{g} \left[\frac{1}{1-e} \right] - \frac{v_0}{g} \quad 3.9$$

Como generalmente es difícil conocer la velocidad v_0 con la que llega la pelota al suelo en el primer rebote, creemos conveniente expresar la ecuación anterior en función de la altura a la que se deja caer el cuerpo, es decir:

$$t_{total} = 2 \left(\frac{2h}{g} \right)^{1/2} \left[\frac{1}{1-e} \right] - \left(\frac{2h}{g} \right)^{1/2} \quad 3.10$$

Donde:

$$v_0 = (2gh)^{1/2} \quad 3.11$$

Donde h es la altura a la que se suelta la pelota. Para calcular experimentalmente el coeficiente de restitución, se deja caer la pelota desde una altura determinada y se mide la altura a la que llega después del primer bote. Con este par de datos se calcula el coeficiente de restitución con solo sustituir en la siguiente ecuación:

$$e = \frac{v_1}{v_0} = \left[\frac{y_1}{y_0} \right]^{1/2} \quad 3.12$$

Donde v_0 es la velocidad con la que llega la pelota al suelo y v_1 es la velocidad de la pelota después del rebote; y_0 es la altura desde la que es soltada la pelota y y_1 es la altura a la que llega la pelota después del rebote con el suelo.

Con las ecuaciones 3.10 y 3.12 es posible calcular teóricamente el tiempo que tarda una pelota en dejar de botar al ser soltada desde una altura h .

En esta deducción estamos suponiendo que el coeficiente de restitución es independiente de la velocidad con la que se lleva a

cabo la colisión entre la pelota y el suelo. Sin embargo esta hipótesis no es del todo verdadera, ya que se ha notado que el coeficiente de restitución varía en función de la altura desde la cual es soltada. Este trabajo no tiene por objetivo deducir esta dependencia.

En la ecuación 3.10 observamos que si el coeficiente de restitución es igual a cero, la pelota no rebotaría, quedando pegada al suelo. En este caso el tiempo total se simplificaría a:

$$t_{total} = \left(\frac{2h_0}{g} \right)^{1/2} \quad 3.13$$

Por otra parte, si el coeficiente de restitución es igual a 1, al sustituir en la ecuación 7 se observa que el tiempo total tendrá un valor infinito, es decir:

$$t_{total} = \left[\frac{2v_0}{g} (1 + 1 + 1^2 + 1^3 + \dots) - \frac{v_0}{g} \right] = \infty \quad 3.14$$

Que corresponde al tiempo que tarda una pelota que siempre rebota a la misma altura.

3.3. MATERIAL:

- 1 Pelota de ping pong.
- 1 Pelota de tenis.
- 1 Pelota de hule.
- 1 Cronómetro.

3.4. DESARROLLO:

Se utilizaron pelotas de diferente material, midiendo su respectivo coeficiente de restitución y el tiempo que tarda cada una en dejar de botar.

La primera pelota que utilizamos fue una de ping pong, dando los siguientes resultados:

$$e = \left(\frac{y_1}{y_0} \right)^{1/2} = \left(\frac{0.7 \text{ m}}{1 \text{ m}} \right)^{1/2} = 0.836$$

Con este dato calculamos el tiempo total que tarda la pelota en dejar de botar, utilizando para ello la ecuación 3.10:

$$t_{total} = 5.06 \text{ s}$$

Con $h = 1 \text{ m}$.

Realizamos 10 veces el experimento para medir el tiempo total de los rebotes, dando los siguientes resultados:

$t_1 = 9.5 \text{ s}$	$t_2 = 9.7 \text{ s}$
$t_3 = 9.7 \text{ s}$	$t_4 = 10.1 \text{ s}$
$t_5 = 9.5 \text{ s}$	$t_6 = 10 \text{ s}$
$t_7 = 9.6 \text{ s}$	$t_8 = 9.8 \text{ s}$
$t_9 = 9.6 \text{ s}$	$t_{10} = 9.8 \text{ s}$

Tabla 3.1 Tiempos en que tarda la pelota en dejar de botar.

El tiempo promedio es de 9.73 s. que comparado con el obtenido teóricamente, vemos que hay una diferencia de 92.29 %. Esta discrepancia se puede explicar argumentando que el coeficiente de restitución varía dependiendo de la altura a la que cae la pelota. Así, vemos que disminuye el coeficiente a medida que la altura aumenta y es mayor si la pelota bota desde una altura muy pequeña.

Para una pelota de tenis, se obtuvieron los siguientes resultados:

$$e = \left(\frac{y_1}{y_0} \right)^{1/2} = \left(\frac{0.7 \text{ m}}{1 \text{ m}} \right)^{1/2} = 0.836$$

Con este dato calculamos el tiempo total que tarda la pelota en dejar de botar, utilizando para ello la ecuación 3.10:

$$t_{total} = 5.06 \text{ s}$$

Efectuando 10 veces el experimento, se llegó a los siguientes resultados:

$t_1 = 6.4 \text{ s}$	$t_2 = 6.4 \text{ s}$
$t_3 = 6.3 \text{ s}$	$t_4 = 6.4 \text{ s}$
$t_5 = 6.9 \text{ s}$	$t_6 = 6.5 \text{ s}$
$t_7 = 6.6 \text{ s}$	$t_8 = 6.6 \text{ s}$
$t_9 = 6.4 \text{ s}$	$t_{10} = 6.5 \text{ s}$

Tabla 3.2 Tiempos que tarda la pelota en dejar de botar.

Cuyo promedio es 6.49 s. que comparado con el teórico, se observa que hay diferencia del 28.26%. En este caso vemos que el coeficiente de restitución de la pelota de tenis varía menos que el de la pelota de ping pong.

Para el último experimento utilizamos una pelota de hule cuyo coeficiente de restitución es:

$$e = \left(\frac{y_1}{y_0} \right)^{1/2} = \left(\frac{0.83 \text{ m}}{1 \text{ m}} \right)^{1/2} = 0.911$$

Calculando el tiempo que tarda la pelota en dejar de botar, se obtiene:

$$t_{total} = 9.7 \text{ s}$$

Con $h = 1 \text{ m}$.

Midiendo ese tiempo experimentalmente en 10 ensayos, tenemos los siguientes resultados:

$t_1 = 12.3 \text{ s}$	$t_2 = 12.6 \text{ s}$
$t_3 = 12.3 \text{ s}$	$t_4 = 12.5 \text{ s}$

$t_5 = 12.5 \text{ s}$	$t_6 = 12.6 \text{ s}$
$t_7 = 12.4 \text{ s}$	$t_8 = 12.3 \text{ s}$
$t_1 = 12.6 \text{ s}$	$t_1 = 12.4 \text{ s}$

Tabla 3.3 Tiempos en que tarda la pelota en dejar de botar.

Cuyo tiempo promedio es de 12.45 s. que comparado con el resultado teórico, se observa que hay una diferencia del 28.35%.

3.5. CONCLUSIONES:

- Los resultados nos indican que, en general, el coeficiente de restitución para muchos materiales no es constante, depende de la velocidad con la que se lleva a cabo la colisión, que a su vez en este caso depende de la altura a la que se suelta.
- Debido a que el coeficiente de restitución no es constante, los resultados teóricos y los experimentales no son similares.
- Este método se puede emplear para verificar si una pelota tiene un coeficiente de restitución constante.

3.6. VERIFICACIÓN:

- ¿Cuáles son las características del movimiento rectilíneo uniformemente variado?
- Dados la velocidad con la que choca un objeto y la aceleración de la gravedad, ¿cómo se calcula el tiempo que tarda en caer un objeto?
- ¿Qué es el coeficiente de restitución?
- ¿Qué unidades tiene el coeficiente de restitución?
- ¿Entre qué valores se puede encontrar el coeficiente de restitución?
- ¿Cómo se puede encontrar experimentalmente el coeficiente de restitución?

- Si el coeficiente de restitución de una pelota es 1, ¿cuánto tardaría en dejar de botar?
- ¿Es constante el coeficiente de restitución? ¿De qué depende?
- ¿Pueden existir coeficientes de restitución mayores a 1?
- ¿A qué se debe que los resultados teóricos con los experimentales no sean similares?
- ¿Qué pelota varía menos su coeficiente de restitución? ¿En cuál varía más?

4 MAQUINA DE ATWOOD

4.1. OBJETIVOS:

- Aplicar la Segunda Ley de Newton a una Máquina de Atwood.
- Deducir las ecuaciones para la tensión en la cuerda y la aceleración con la que se moverán los bloques en una Máquina de Atwood.
- Obtener experimentalmente la aceleración con la que se moverán los bloques en una máquina de Atwood y compararlos con los resultados teóricos.

4.2. INTRODUCCIÓN:

Las leyes de Newton forman parte esencial de los conceptos básicos de la Dinámica, que es la ciencia que se encarga de establecer las causas del movimiento de los cuerpos. La fuerza representa la interacción del medio y el objeto en estudio, identificándose como la causa que origina el movimiento de los cuerpos.

Newton estableció que en ausencia de fuerzas un cuerpo no alterará su estado, es decir, si está en reposo, permanecerá en reposo. Aunque escape a nuestro sentido común, lo mismo se puede afirmar de un cuerpo que se mueva con velocidad constante y describiendo una trayectoria rectilínea; éste permanecerá así mientras no haya una fuerza que altere su estado.

Para un cuerpo que haya sido afectado por una fuerza, ese estado se romperá apareciendo con ello un cambio de rapidez o un cambio en la trayectoria del movimiento del cuerpo si originalmente se desplazaba con movimiento rectilíneo uniforme, o pueden aparecer ambos efectos simultáneamente. Un cambio experimentado en la

rapidez de un cuerpo en un determinado intervalo de tiempo, es conocido como aceleración tangencial. De manera equivalente, un cambio en la dirección del movimiento del cuerpo causa una aceleración conocida como aceleración centrípeta. Así, una fuerza que actúe en un cuerpo es capaz de ocasionar en él una aceleración que es proporcional a dicha fuerza.

Sin embargo, la aceleración que experimente un cuerpo no solo dependerá de la fuerza que se le aplica, sino también de la cantidad de masa que contenga; entendiéndose a la masa como una medida cuantitativa de la inercia, siendo ésta una propiedad que tienen los cuerpos de presentar resistencia para cambiar su estado. Así, para una fuerza dada, un objeto de menor masa se acelerará más que un objeto de mayor masa.

En conclusión, la segunda ley de Newton puede ser expresada matemáticamente por medio de una simple ecuación:

$$F = m a \quad 4.1$$

Donde F es la suma vectorial de todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo, m es la masa de dicho cuerpo y a es su aceleración.

La segunda ley de Newton establece que la suma vectorial de todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo es igual al producto de la masa del cuerpo por la aceleración que experimente. En consecuencia, para identificar las fuerzas que actúan sobre un cuerpo, se dibuja un diagrama por separado del cuerpo aislado, mostrando un marco de referencia y todas las fuerzas que actúan sobre dicho cuerpo. Este diagrama se le conoce como Diagrama de Cuerpo Libre.

Este método es utilizado para calcular la tensión en la cuerda y la aceleración que experimentarán dos objetos de diferente masa que estén atados a la cuerda que pasa por una polea sin fricción y masa despreciable. Dicho dispositivo se conoce como Máquina de Atwood. La figura 4.1 muestra un dispositivo similar a la Máquina de Atwood.

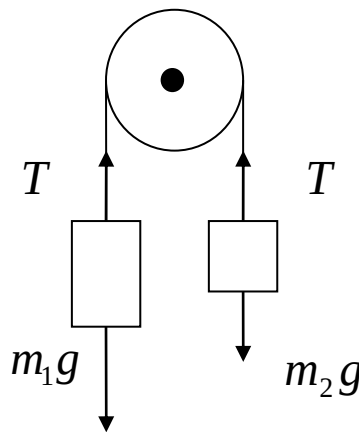


Figura 4.1 Esquema de la máquina de Atwood.

En este ejemplo se antepondrá un signo positivo a la aceleración si el cuerpo se desplaza hacia arriba y un signo negativo en caso contrario. Las fuerzas que actúan sobre m_1 y m_2 se muestran en la figura 4.1 en la cual T representa la tensión en los extremos de la cuerda.

La ecuación de las fuerzas para m_1 es:

$$T - m_1g = -m_1a \quad 4.2$$

Y para m_2 se tiene:

$$T - m_2g = m_2a \quad 4.3$$

Con m_1 mayor a m_2 .

Estas ecuaciones nos indican que la tensión es menor que el peso del cuerpo de masa m_1 y que la tensión es mayor que el peso del

cuerpo de masa m_2 ; en consecuencia, el bloque de masa m_1 caerá y el bloque de masa m_2 , subirá.

Combinando ambas ecuaciones, tenemos:

$$a = \frac{(m_1 - m_2)g}{m_1 + m_2} \quad 4.4$$

y

$$T = \frac{2m_1 m_2 g}{m_1 + m_2} \quad 4.5$$

Estos resultados son válidos si la masa de la polea es despreciable. Para el caso en que esta condición no se cumpla, encontraríamos que la tensión en cada extremo de la cuerda sería diferente.

Como la aceleración con la que se mueven las pesas es constante, se puede utilizar la ecuación del movimiento rectilíneo uniformemente variado, en la que se relaciona la distancia recorrida por un cuerpo, el tiempo que emplea para recorrerlo y la aceleración con la que se mueve, es decir:

$$d = \frac{a t^2}{2} \quad 4.6$$

Por lo que la aceleración se puede expresar como:

$$a = \frac{2 d}{t^2} \quad 4.7$$

Es decir, la aceleración con la que se mueve un objeto se puede calcular sustituyendo en esta ecuación la distancia que recorre y el tiempo que emplea en recorrerlo. En consecuencia, las ecuaciones 4 y 7 son equivalentes; ambas calculan la aceleración por métodos distintos.

4.3. MATERIAL:

- 1 Polea.

- Pesas de 50, 100 y 200 grs.
- Cronómetro.
- Regla.

4.4. DESARROLLO:

- Se armó el dispositivo como se muestra en la figura 4.2. Observe que la polea tiene un balero en el centro para evitar la fricción.

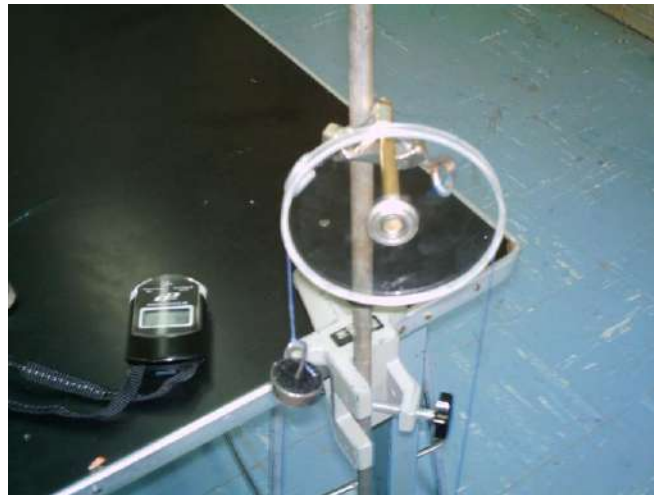


Figura 4.2 Dispositivo correspondiente a la máquina de Atwood.

- Se colocaron pesas de diferentes masas y se midió el tiempo que tardan en recorrer cierta distancia. Para cada caso se midió el tiempo cinco veces. Se consideró el tiempo promedio como el valor más probable. La tabla 1 muestra los valores de las pesas que se colocaron, los tiempos medidos, el tiempo promedio y las aceleraciones calculadas por los dos métodos. En la tabla se muestran las aceleraciones que se obtuvieron utilizando las ecuaciones 4.4 y 4.7.

$d(m)$	$m_1(kg)$	$m_2(kg)$	$t_1(s)$	$t_2(s)$	$t_3(s)$	$t_4(s)$	$t_5(s)$	$\bar{t}$	$a = \frac{2d}{t^2}$	$a = \frac{(m_1 - m_2)g}{m_1 + m_2}$	%
1	0.15	0.10	1,13	1,13	1,14	1,09	1,16	1,13	1,57	1,96	20,09
1	0.20	0.15	1,36	1,38	1,38	1,34	1,42	1,38	1,06	1,40	24,55
1	0.25	0.20	1,47	1,5	1,51	1,49	1,49	1,49	0,90	1,09	17,49

1	0.25	0.15	1,05	1,06	1,03	1,01	1,08	1,05	1,83	2,45	25,39
---	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	-------

Tabla 4.1 Cálculo de las aceleraciones de las pesas por los dos métodos.

- Observe en la tabla que las aceleraciones difieren en un porcentaje considerable. Generalmente la aceleración obtenida por medio de la distancia y el tiempo, es menor que la obtenida por el otro método, ya que seguramente juega un papel importante la masa de la polea y la fricción que existe al girar la polea, a pesar de tener el balero. Posiblemente esto sea la causa de que los porcentajes de incertidumbre sean muy grandes.

4.5. CONCLUSIONES:

- Creemos que la masa de la polea y la fricción que existe al girar, son factores determinantes en los resultados experimentales.
- Para comprobarlo es necesario reducir al máximo la fricción y considerar la masa de la polea.

4.6. VERIFICACIÓN:

- Enuncie las Leyes de Newton.
- ¿Qué produce la fuerza que influya en un cuerpo?
- ¿Qué es la aceleración tangencial y la aceleración centrípeta?
- ¿Qué relación existe entre la masa y la inercia?
- ¿A qué se le conoce como diagrama de Cuerpo Libre?
- ¿Qué unidades tienes la aceleración y la tensión?
- ¿Por qué serían las tensiones diferentes si la masa de la polea no fuese despreciable?
- ¿Por qué las ecuaciones 4.4 y 4.7 son equivalentes?
- ¿Por qué los resultados obtenidos, no concuerdan?

5 LA ENERGÍA Y EL MOMENTO DE INERCIA

5.1. OBJETIVO:

- Encontrar teórica y experimentalmente el Momento de Inercia de un disco.

5.2. INTRODUCCIÓN:

Si un objeto que puede girar sin fricción alrededor de un eje presenta gran dificultad para hacerlo girar, se dice que su momento de inercia alrededor del eje es grande. El momento de inercia es la resistencia que presenta un cuerpo a girar. El Momento de Inercia no solo dependerá de la masa que contenga un cuerpo, sino también de la forma de como ésta se distribuya y de la posición del eje en el cual gire. La Máquina de Atwood puede ser empleada para conocer el momento de inercia de un disco de masa M y radio R . Observe la Figura 5.1.

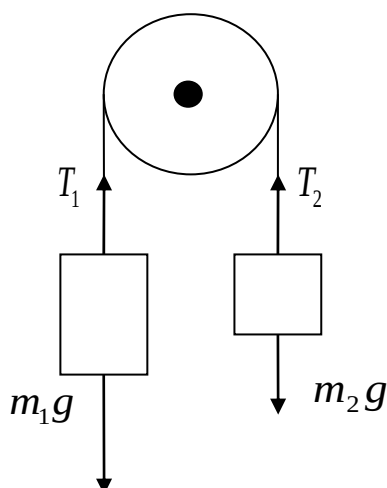


Figura 5.1 Esquema de una máquina de Atwood con masa de la polea no despreciable.

Debido a que generalmente la masa de la polea no es posible despreciarla, cuando se trate de girar por efecto de una torca dada, aparecerá en ella una resistencia que se opondrá al movimiento

rotacional. A esto se le conoce como Momento de Inercia o Momento Rotacional. El Momento de Inercia para un disco de masa M está dado por la siguiente relación:

$$I = \frac{M R^2}{2} \quad 5.1$$

Para obtener experimentalmente el momento de inercia de un disco, requerimos hacer un análisis de energía al sistema. La energía potencial del sistema es igual a la resta de las energías potenciales de cada masa de los cuerpos que penden de la cuerda, es decir:

$$E_p = (m_1 - m_2) h g \quad 5.2$$

La energía cinética del sistema es consecuencia de la transformación de la energía cinética de traslación de las masas, más la energía cinética de rotación del disco, por lo tanto, la energía cinética del disco y de los bloques en la máquina de Atwood está dada por:

$$E_c = \frac{(m_1 + m_2)v^2}{2} + \frac{I w^2}{2} \quad 5.3$$

Siendo w la velocidad angular del disco.

Como el sistema se encuentra inmerso en un campo conservativo, toda la energía potencial se transformará en energía cinética, en consecuencia:

$$g (m_1 - m_2) h = \frac{(m_1 + m_2)v^2}{2} + \frac{I w^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2)v^2}{2} + \frac{I v^2}{2R^2} \quad 5.4$$

Donde $w = v/R$.

Al ser el movimiento de las masas con aceleración constante, es posible expresar la velocidad como $v = 2h/t$ y la ecuación anterior queda de la siguiente forma:

$$g (m_1 - m_2) h = \left[\frac{(m_1 + m_2)}{2} + \frac{I}{2R^2} \right] \left(\frac{4h^2}{t^2} \right) \quad 5.5$$

O sea:

$$g(m_1 - m_2) = \left[(m_1 + m_2) + \frac{I}{R^2} \right] \left(\frac{2h}{t^2} \right) \quad 5.6$$

Expresando h en función de t^2 , se obtiene la siguiente expresión:

$$h = \frac{gR^2(m_1 - m_2)}{R^2(m_1 + m_2) + I} \left[\frac{t^2}{2} \right] \quad 5.7$$

En base a esta ecuación se puede afirmar que la altura h depende linealmente de t^2 , por lo que la aceleración con la que se moverán las masas será igual a:

$$a = \frac{gR^2(m_1 - m_2)}{R^2(m_1 + m_2) + I} \quad 5.8$$

Ya que:

$$h = a \frac{t^2}{2} \quad 5.9$$

Por lo que el valor del momento de inercia del disco se puede calcular con solo despejar I de la ecuación anterior, es decir:

$$I = R^2 \left[\frac{g(m_1 - m_2)}{a} - (m_1 + m_2) \right] \quad 5.10$$

En consecuencia, la ecuación 1 y la ecuación 10 deben ser equivalentes.

5.3. MATERIAL:

- 1 Disco de triplay de 19 milímetros de espesor y 50 cm. de diámetro.
- 1 Balero.
- 1 Pesa de 0.288 Kg.
- 1 Pesa de 0.15 Kg.
- 1 Cronómetro.
- 1 Flexo metro.

- 1 Balanza.

5.4. DESARROLLO:

- Con la Balanza se midió la masa del disco y con el flexo metro se verificó el radio del mismo. Se encontró que la masa del disco es $M = 2.320 \text{ kg}$. y se corroboró que el diámetro del disco es $d = 0.5 \text{ m}$.
- Se armó el dispositivo como se muestra en la figura 2. Observe que en el centro del disco se colocó un balero para reducir la fricción entre el disco y el eje de rotación.
- Se amarraron a la cuerda las dos pesas y se colocó sobre la polea.
- Dejamos caer la pesa de 0.288 Kg . desde un punto fijo que se hallara lo más alto posible y se midió el tiempo que tarda en recorrer 1 m . Repetimos este proceso cincuenta veces para mayor certidumbre en los datos. Se consideró el tiempo promedio como el valor más probable.



Figura 5.2 Disco de madera.

- La tabla muestra los datos correspondientes al tiempo que tardan las pesas en recorrer 1 m de distancia.

1,53 s	1,66 s	1,6 s	1,67 s	1,67 s
1,69 s	1,51 s	1,7 s	1,53 s	1,68 s
1,53 s	1,71 s	1,61 s	1,59 s	1,6 s
1,52 s	1,7 s	1,57 s	1,54 s	1,62 s
1,62 s	1,58 s	1,54 s	1,63 s	1,62 s
1,64 s	1,76 s	1,55 s	1,63 s	1,6 s
1,6 s	1,53 s	1,6 s	1,57 s	1,6 s
1,72 s	1,53 s	1,55 s	1,6 s	1,68 s
1,57 s	1,57 s	1,62 s	1,6 s	1,55 s
1,53 s	1,64 s	1,71 s	1,61 s	1,57 s

Tabla 5.1 Medición de 50 veces el tiempo de caída.

Cuyo tiempo promedio es:

$$\bar{t} = 1.607 \text{ s}$$

Con este dato obtuvimos la aceleración con la que se mueven las pesas, por lo que sustituyendo en la siguiente ecuación, obtenemos:

$$a = \frac{2d}{t^2} = \frac{2(1\text{ m})}{1.607^2} = 0.774 \text{ m/s}^2$$

Que al sustituirla en la ecuación 10 se tiene que el momento de inercia del disco es igual a:

$$I = (0.25 \text{ m})^2 \left[\frac{(9.8 \text{ m/s}^2)(0.288 \text{ kg} - 0.15 \text{ kg})}{0.774 \text{ m/s}^2} - (0.288 \text{ kg} + 0.15 \text{ kg}) \right] = 8.18 \cdot 10^{-2} \text{ kg m}^2$$

El momento de inercia del disco también se puede calcular utilizando la ecuación 1 al sustituir el valor de su masa y de su radio:

$$I = \frac{M R^2}{2} = \frac{(2.320 \text{ Kg.})(0.25 \text{ m})^2}{2} = 7.25 \cdot 10^{-2} \text{ kg m}^2$$

Comparando ambos resultados, observamos que los momentos de inercia son muy similares. Solo existe una diferencia del 12.82 % entre el valor teórico y el experimental.

5.5. CONCLUSIONES:

- Se encontró que los momentos de inercia hallados teórica y experimentalmente son similares, por lo que se concluye que con este método es posible encontrar experimentalmente el momento de inercia de un disco.
- Este método se puede generalizar para conocer el momento de inercia de otros cuerpos que puedan rotar en un eje de simetría.

5.6. VERIFICACIÓN:

- Enuncie el Principio de Conservación de la Energía y el Momento de Inercia.
- ¿De qué depende el Momento de Inercia de un cuerpo?
- ¿Cuál es la ecuación que calcula el momento de inercia de un disco de masa M y Radio R ?
- ¿Qué es una torca?
- ¿Cómo se define la Energía Potencial y de que depende?
- ¿Cómo se define la Energía Cinética y de qué depende?
- ¿Por qué la energía potencial se convierte íntegramente en energía cinética de traslación y de rotación?
- En el experimento, ¿por qué se considera que no hay fricción entre el disco y el eje de rotación?
- ¿Por qué son equivalentes las ecuaciones 5.1 y 5.10?

6 VELOCIDAD DE DESCARGA

6.1. OBJETIVOS:

- Deducir el teorema de Torricelli a partir de la ecuación de Bernoulli.
- Aplicar el teorema de Torricelli para encontrar la velocidad de descarga de un líquido el cual sale por un orificio situado a una determinada profundidad.

6.2. INTRODUCCION:

Cuando un fluido que llena un tubo se mueve a lo largo de este tubo con velocidad promedio v , el flujo o descarga Q se define como:

$$Q = vA \quad 6.1$$

Donde A es el área de la sección transversal del tubo y v es la velocidad promedio del fluido en el tubo.

Supongamos que un fluido llena un tubo y fluye a través de él. Además, suponga que el área de la sección transversal del tubo en un punto es A_1 y A_2 en otro punto. Si el fluido no puede cruzar las paredes del tubo y no hay ni “fuentes” ni “sumideros” donde el flujo fuese creado o destruido en el interior del tubo, la masa que cruza cada sección del tubo por unidad de tiempo debe ser siempre la misma. En particular el flujo en el punto 1 debe ser igual al flujo en el punto 2 en el tubo mostrado en la figura 1. En otras palabras:

$$v_1 A_1 = v_2 A_2 \quad 6.2$$

Donde v_1 y v_2 son las velocidades promedio del fluido en A_1 y A_2 , respectivamente. Esta ecuación es conocida como *Ecuación de Continuidad*.

En un fluido hay tres tipos de energía: la energía cinética debida al movimiento, la energía potencial debida a la presión y la energía potencial gravitacional debida a la elevación.

La energía cinética debida al movimiento, está expresada en la forma siguiente:

$$E_c = \rho v^2 / 2 \quad 6.3$$

La energía potencial debida a la presión, se expresa matemáticamente:

$$E_p = p \quad 6.4$$

Donde p representa la presión a la que está sujeto el líquido.

La energía potencial gravitacional, se expresa por medio de la siguiente ecuación:

$$E_g = \rho g h \quad 6.5$$

La energía total de un fluido está dada por la suma de estas tres energías:

$$E_{total} = \rho v^2 / 2 + \rho g h + p \quad 6.6$$

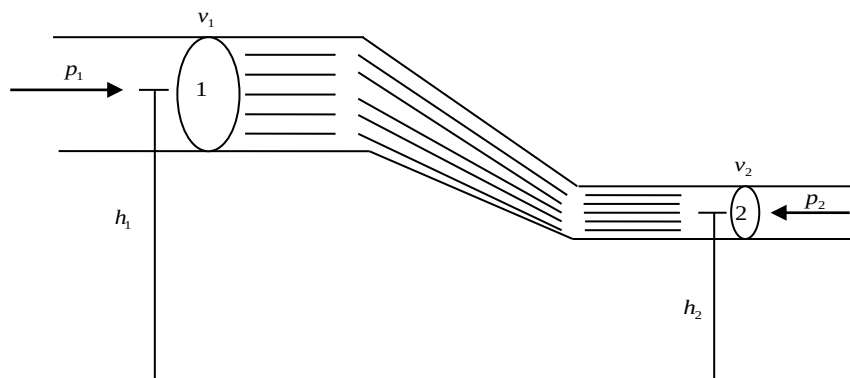


Figura 6.1 Energías del fluido en dos puntos.

Daniel Bernoulli estableció que en un fluido ideal, al que ni se añade ni se resta energía, la suma de estas formas de energía permanece constante:

$$\rho v^2 / 2 + \rho g h + p = \text{Const} \quad 6.7$$

Es decir, en dos puntos distintos de un fluido la energía total de un fluido permanece constante. La figura 6.1 muestra dos puntos diferentes de un fluido. En cada punto de la figura se pueden tener diferentes energías cinéticas, gravitacionales y de presión, pero la suma de todas ellas debe permanecer constante. En otras palabras, la energía cinética, la energía potencial debida a la presión y la energía potencial gravitacional debida a la elevación pueden cambiar de un punto a otro, pero su suma debe permanecer constante. Por consiguiente:

$$1/2 \rho v_1^2 / 2 + \rho g h_1 + p_1 = 1/2 \rho v_2^2 + \rho g h_2 + p_2 \quad 6.8$$

Esta ecuación es conocida como principio de Bernoulli. El principio de Bernoulli es consecuencia del principio de conservación de la energía. El principio de Bernoulli es válido si la rapidez del fluido no es demasiado grande. Si la rapidez del flujo es muy grande, el flujo puede volverse turbulento y describir trayectorias curvilíneas variables conocidas como remolinos. En tal caso el principio de Bernoulli no es válido. En el movimiento de los fluidos existen fuerzas análogas a las de fricción que reducen la energía de las partículas. Estas fuerzas son la causa del fenómeno llamado viscosidad y están presentes en la inmensa mayoría de los líquidos. Pueden ser reducidas prácticamente a cero solo en el caso del He a temperaturas extraordinariamente bajas. En el flujo de cualquier otro fluido, aunque sea estacionario, las pérdidas de energía causadas por la viscosidad obligan a que la ecuación de Bernoulli no sea exacta. Sin embargo, esa ecuación se puede usar en la forma dada si las pérdidas de energía causadas por la viscosidad

son pequeñas comparadas con las demás energías y esto ocurre en una considerable cantidad de problemas cotidianos donde la velocidad del fluido no es muy pequeña.

En la figura 6.2 se muestra un recipiente con agua que descarga por un orificio pequeño a una profundidad h de la superficie libre del líquido. Deseamos calcular la velocidad de salida por el orificio.

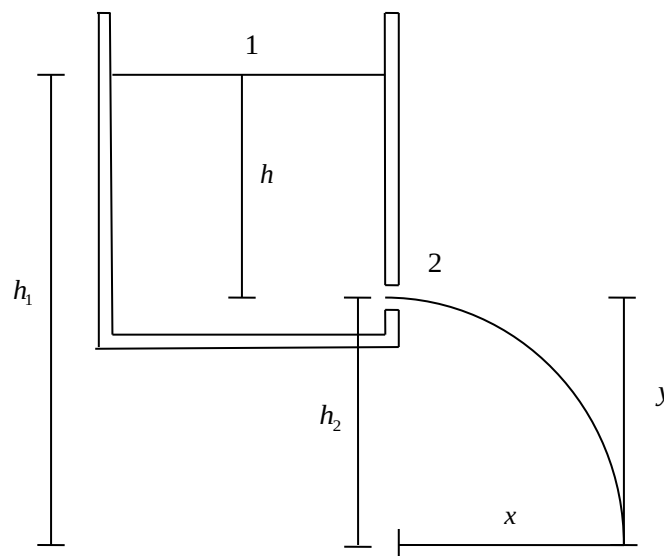


Figura 6.2 Descarga de un fluido a través de un orificio.

Aplicaremos la ecuación de Bernoulli a los puntos 1 y 2 en la figura 6.2, tomando arbitrariamente un plano horizontal como plano de referencia. En el punto 1 la presión que actúa sobre la superficie del líquido es la presión atmosférica., por lo que $p_1 = p_{atmosférica}$. La energía potencial gravitacional del fluido en el punto 1 es igual al producto de la densidad por la gravedad por la altura a la que se encuentra el fluido en ese punto. En el punto 2, la presión que actúa sobre el líquido que sale por el orificio es igual a la presión atmosférica, por lo que $p_2 = p_{atmosférica}$. La energía potencial gravitacional del fluido en el punto 2 es igual al producto de la

densidad por la gravedad por la altura a la que se encuentra. Sustituyendo estos valores en la ecuación de Bernoulli, tenemos:

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 + p_{atmosférica} = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 + p_{atmosférica} \quad 6.9$$

Es decir:

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 \quad 6.10$$

Si v_1 es la velocidad de la superficie del líquido, A_1 es el área de la superficie del líquido, v_2 es la velocidad del líquido con la que sale del orificio y A_2 es el área del orificio, entonces:

$$v_1 = \frac{A_2}{A_1} v_2 \quad 6.11$$

Y sustituyendo la ecuación 11 en la ecuación 10, obtenemos:

$$\frac{\rho A_2^2}{2 A_1^2} v_2^2 + \rho g h_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 \quad 6.12$$

Finalmente, despejando v_2 , llegamos al siguiente resultado:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2 g h}{1 - \frac{A_2^2}{A_1^2}}} \quad 6.13$$

Con $h = h_1 - h_2$.

Esta ecuación corresponde a la velocidad con la que sale un líquido a través de un orificio que se encuentra a una profundidad h . Observe que el resultado depende del área del recipiente y del orificio, pero no depende de la densidad del líquido.

Si suponemos que el área del orificio es muy pequeña comparada con el área de la superficie, entonces:

$$\frac{A_2^2}{A_1^2} \approx 0 \quad 6.14$$

Por lo que la ecuación 13 se simplifica a:

$$v = \sqrt{2 g h}$$

6.15

Donde $v = v_2$.

La ecuación 15 es conocida como el Teorema de Torricelli, la cual indica la dependencia de la velocidad con la que sale un líquido por un orificio y la profundidad h a la que se encuentra.

6.3. MATERIAL:

1 Recipiente de 5 l de capacidad con agua.

1 Cinta métrica.

6.4. DESARROLLO:

- Para realizar el experimento, se utilizó un botellón de agua de 5 litros, como el mostrado en la figura 6.3.
- Practicamos un orificio cerca de la parte más baja del botellón.
- Hicimos marcas en el botellón a cada 5 cm. del orificio.
- Llenamos de agua el botellón y lo colocamos a una altura determinada del suelo.
- Descargamos el líquido por el orificio en cada marca y medimos la distancia horizontal que alcanzaba.



Figura 6.3 Descarga de un líquido a través de un orificio.

- Con estos datos calculamos la velocidad con la que sale el líquido del orificio, utilizando la siguiente ecuación relacionada con el tiro parabólico:

$$v = x \sqrt{\frac{g}{2y}} \quad 6.16$$

Donde x es la distancia horizontal que recorre el líquido desde el orificio del recipiente y el punto donde golpea el chorro con el piso; y es la altura a la que se encuentra el orificio. Observe la figura 6.3. Esta ecuación solo es válida si el chorro de agua sale horizontalmente del orificio.

- La tabla 6.1 muestra las distancias recorridas y las velocidades con las que sale el líquido por el orificio para cada profundidad, calculadas con diferentes métodos.

$h(m)$	$x(m)$	$y(m)$	$v = x \sqrt{\frac{g}{2y}} (m/s)$	$v = \sqrt{2 g h} (m/s)$	% Error
0.25	0.66	0.48	2.11	2.21	4.7
0.20	0.58	0.48	1.85	1.97	6.5
0.15	0.51	0.48	1.62	1.71	5.5
0.10	0.42	0.48	1.34	1.4	7.5
0.05	0.28	0.48	0.89	0.98	10.2

Tabla 6.1 Velocidades del chorro de agua calculadas por los dos métodos.

Observe en la tabla que los valores de las velocidades calculadas por medio de la teoría del tiro parabólico y del Teorema de Torricelli, son muy similares. Esto comprueba la validez del teorema.

6.5. CONCLUSIONES:

- Se encontró que las velocidades de descarga calculados por los dos métodos son muy similares ya que los porcentajes de error, a excepción de un dato, no exceden del 10 %.
- Estos resultados muestran la validez de la ecuación de Torricelli.

6.6. VERIFICACION:

- Diga cuales son los tres tipos de energía a las que está sujeto un líquido. ¿Cómo se expresan cada una de ellas?
- ¿Cuál es la energía total de un fluido?
- ¿Qué estableció Daniel Bernoulli?
- Enuncie el Principio de Bernoulli.
- ¿De qué es consecuencia el Principio de Bernoulli?
- ¿Cuándo es válido el Principio de Bernoulli y cuando no?
- Enuncie el Teorema de Torricelli.
- ¿Qué suposiciones se han hecho para deducir la ecuación de Torricelli a partir de la ecuación de Bernoulli?
- ¿De qué depende el Teorema de Torricelli?
- Obtenga la ecuación 16 a partir de las ecuaciones del Tiro Parabólico.
- ¿El experimento se podrá hacer con algún otro tipo de líquido como el aceite o la miel?
- ¿Qué sucederá si el área de la superficie del líquido fuese igual al área del orificio?

7 LEY DE BOYLE

7.1. OBJETIVO:

- Comprobar experimentalmente la Ley de Boyle.

7.2. INTRODUCCIÓN:

Cuando ocurre un proceso en el cual la temperatura de un sistema se mantiene constante, se dice que tenemos un proceso isotérmico. Robert Boyle fue la primera persona la cual estudió este tipo de procesos. En 1660 observó que si mantenemos constante la masa y la temperatura de un gas, al provocar variaciones en la presión que se ejerce en éste, forzosamente provocaremos variaciones en su volumen. Haciendo mediciones cuidadosas de la presión y el volumen en cada estado del gas, esto es midiendo $P_1, P_2, P_3, etc.$ y sus volúmenes correspondientes $V_1, V_2, V_3, etc.$, verificó que:

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 = P_3 V_3 = \dots = const$$

“Si mantenemos constante la temperatura de una cierta cantidad de masa gaseosa, el volumen del gas será inversamente proporcional a la presión ejercida sobre él”

Los valores de la presión y del volumen pueden trazarse en un gráfico y obtener curvas similares a las de la figura 7.1.

7.3. MATERIAL:

1 Baumanómetro

1 Jeringa de 25 ml.

5 cm de manguera transparente.

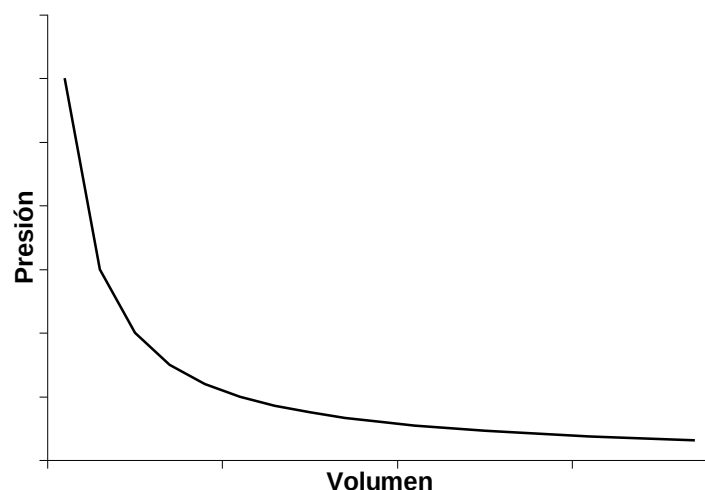


Figura 7.1 Gráfica de la presión en función del volumen, para un proceso isotérmico.

7.4. DESARROLLO:

Arme el dispositivo como se muestra en la figura 2.



Figura 7.2 Jeringa conectada a un Baumanómetro.

El objetivo de la práctica es verificar que el volumen de un gas es inversamente proporcional a la presión, cuando la temperatura del gas permanece constante. Para ello, comprimimos la jeringa para ejercer diferentes presiones en el aire que se encuentra encerrado dentro de ella. Para diferentes volúmenes de aire, registramos la presión a la que se encuentra. La tabla siguiente se muestra las diferentes presiones sobre el gas para cada volumen.

Volumen (ml)	Presión (mm Hg)
18	30,0
17	54,0
16	82,0
15	120,0
14	154,0
13	196,0
12	248,0
11	300,0

Tabla 7.1 Datos de presión en el gas en función de su volumen. Con esta tabla 7.1 se elaboró una gráfica en la que se relaciona el volumen de un gas con su presión. La figura 7.2 muestra esta gráfica.

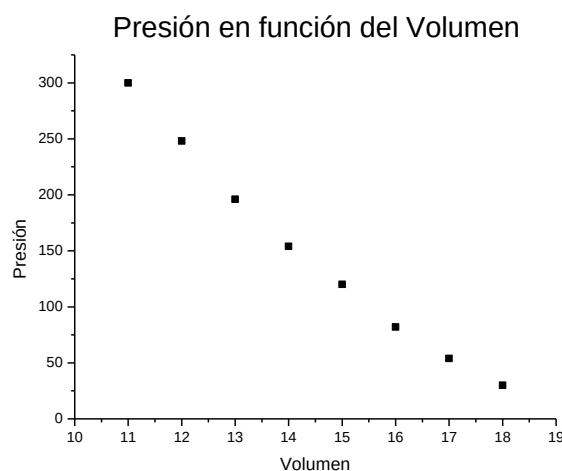


Figura 7.2 Gráfica de presión en un gas en función de su volumen. Observe que la gráfica nos indica que la presión es inversamente proporcional al volumen ocupado por el gas. La gráfica establece que a mayor volumen, menor presión y a menor volumen, mayor presión. En consecuencia, esta gráfica es de tipo hipérbolica.

Para establecer la relación entre el volumen del gas con la presión, calculamos el inverso del volumen del gas para cada valor. Esto se le conoce como cambio de variable. La tabla 7.2 muestra los datos correspondientes con el cambio de variable.

Volumen ⁻¹ (ml ⁻¹)	Presión (mm Hg)
0,056	30,0
0,059	54,0
0,063	82,0
0,067	120,0
0,071	154,0
0,077	196,0
0,083	248,0
0,091	300,0

Tabla 7.2 Datos de presión en un gas en función del inverso de su volumen.

Con esta tabla se elaboró una gráfica en la que se relaciona el inverso del volumen y su respectiva presión. La gráfica 7.3 muestra esta relación. Observamos que los datos para esta gráfica se comportan como una línea recta. Utilizando el método de mínimos cuadrados encontramos la ecuación de la recta para este conjunto de datos. Este método puede ser aplicado a través de una hoja de cálculo.

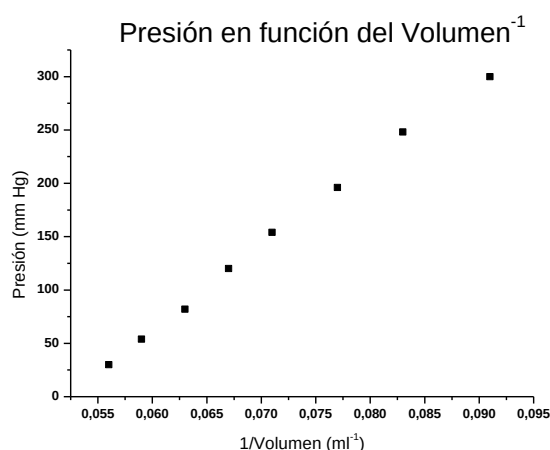


Figura 7.3 Datos de la presión en función del inverso del volumen.

$$P = \frac{7723.53 \text{ ml} * \text{mm Hg}}{V} - 398.58 \text{ mm Hg}$$

El término independiente -398.58 mm Hg corresponde a la presión atmosférica menos la presión debida a la fricción entre el émbolo y las paredes de la jeringa. En el caso hipotético de que no existiese fricción, este término solamente correspondería con la presión atmosférica que influye sobre el gas y que no fue considerada. En consecuencia, la presión en el gas es igual a la presión que se ejerce al oprimir la jeringa, menos la presión debida a la fricción, más la presión atmosférica del lugar donde se realice el experimento.

Reordenando términos en la ecuación 1 vemos que el producto de la presión total sobre el gas multiplicado por su respectivo volumen, es igual a $7723.53 \text{ ml} * \text{mm Hg}$. Es decir:

$$(P + 398.58 \text{ mm Hg}) V = 7723.53 \text{ ml} * \text{mm Hg} \quad 7.1$$

Aplicando esta relación a los datos de la tabla 1, se comprueba esta afirmación:

Volumen (ml)	Presión (mm Hg)	$(P + 398.58 \text{ mm Hg}) V = 7723.53 \text{ ml} * \text{mm Hg}$
--------------	-----------------	--

18	30,0	7714,34
17	54,0	7693,77
16	82,0	7689,19
15	120,0	7778,62
14	154,0	7736,04
13	196,0	7729,47
12	248,0	7758,90
11	300,0	7684,32

Tabla 7.3 Producto de la presión en el gas por su volumen.

De aquí concluimos que el producto de la presión ejercida sobre un gas por su volumen, permanece aproximadamente constante.

$$P V = \text{const} \quad 7.2$$

Esta expresión nos indica que para dos estados diferentes de un mismo gas, los productos del volumen por su presión, son constantes:

$$P_1 V_1 = \text{const} \quad \text{y} \quad P_2 V_2 = \text{const}$$

Por lo tanto:

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \quad 7.3$$

La cual corresponde a la relación matemática para la Ley de Boyle.

Esta ley nos dice que:

“El producto del volumen de un gas por la presión a la que está sujeto, es constante”

7.5. CONCLUSIONES:

- Con estos resultados concluimos que se cumple la ley de Boyle.

7.6. VERIFICACIÓN:

- ¿Qué tipo de curva se obtiene al trazar la gráfica con los datos de la presión y del volumen de un gas?
- ¿Para qué se hace un cambio de variable?
- ¿Qué tipo de gráfica se obtuvo al trazar los datos del inverso del volumen de un gas con su respectiva presión?
- ¿Cuál es su ecuación?
- ¿En realidad permanece constante el producto del volumen de un gas con su presión?
- Suponga que se desea aumentar indefinidamente sobre el aire. ¿Existe alguna razón para que la relación presión - volumen que ha descubierto, no se cumpla a muy altas presiones?

8. TEMPERATURA

8.1. OBJETIVOS:

- Construir un termómetro de aceite.
- Deducir la ecuación que relaciona una escala arbitraria y la escala centígrada.
- Conocer las características particulares de algunos termómetros.

8.2. INTRODUCCIÓN:

Cuando tocamos un objeto más caliente que nuestro cuerpo, se tiende a absorber energía y por ello experimentamos la sensación de que está más caliente. Por el contrario, al tocar un objeto menos caliente que nuestro cuerpo tendemos a ceder energía, por lo que decimos que está más frío. Así, la dirección de transferencia de energía es siempre de la sustancia más caliente a la sustancia más fría. Por ejemplo, cuando nos bañamos con agua caliente, nuestro cuerpo está recibiendo calor del agua y por eso la sentimos así; si el agua se enfriara por debajo de la temperatura corporal, la sentiríamos menos caliente y si bajara más, la sentiríamos fría. Más aún sucede esto cuando se empieza a vaporarse el agua que nos moja, ya que por experiencia, la vaporización disminuye la temperatura del líquido. Por eso experimentamos mucho frío cuando circula aire por nuestro cuerpo al salir mojados de una alberca. El viento vaporiza el agua, provocando la disminución de su temperatura. La cantidad de calor que ceda o que absorba el cuerpo humano va a depender de la diferencia de temperatura que haya con la sustancia que se encuentre en contacto con nosotros y de qué tan rápido una sustancia conduzca el calor. Una persona

que tenga calentura o su temperatura elevada, va a experimentar frío debido a que la diferencia de temperaturas entre el ambiente y la persona es mayor en comparación con una persona con temperatura normal. En este caso, existe un mayor flujo de calor. Así, la sensación de calor o de frío que experimente alguien, al estar en contacto con una sustancia, dependerá de qué tan rápido la sustancia conduzca el calor y de la diferencia de temperaturas que exista entre ella y la persona. Por ejemplo, si tocamos un metal y un pedazo de tela que se encuentren a la misma temperatura, sentiremos que el metal estará más frío que la tela, debido a que el metal conduce más rápido el calor. De igual forma, al tocar dos metales que se encuentren a diferente temperatura, nos daremos cuenta que sentiremos más caliente uno de ellos, ya que a mayor diferencia de temperatura el calor se transmitirá más rápido. Sin embargo, la sensación de calor o de frío va a depender también de cada persona. Por ejemplo, el clima de la Ciudad de México es frío para un habitante de la costa como la de Acapulco, pero para una persona que viva en el norte de América, el clima de esta ciudad será bastante agradable. Cada persona experimentará diferente sensación al estar en contacto con diversas sustancias. Incluso una misma persona puede experimentar diferentes sensaciones al estar en contacto con una misma sustancia. Por ejemplo, suponga que una persona sumerge una de sus manos en agua caliente y la otra la sumerge en agua fría. Al sacar sus manos y al colocarlas en agua tibia, la mano que se encontraba sumergida en agua caliente sentirá fría el agua tibia y la otra mano la sentirá caliente. En este caso, lo que perciba una mano es diferente de lo que perciba la otra. En consecuencia, no podemos guiarnos por lo que afirme una persona

para saber si una sustancia está fría o caliente. De hecho, el grado de lo caliente o lo frío que pueda estar una sustancia no está bien definido. El calor es energía que se transmite de un cuerpo a otro debido a una diferencia de temperaturas y al estar en contacto térmico; es energía en tránsito. Es erróneo pensar que la materia contiene calor. La materia contiene energía en sus diversas formas, pero no contiene calor. Una vez que se ha efectuado la transferencia, la energía deja de ser calor, se convierte en energía interna. Así, el calor sólo se transmitirá cuando existan estas dos condiciones. Si no hay diferencia de temperaturas o no están en contacto térmico, no habrá flujo de calor. Entendiéndose al contacto térmico como la posibilidad de transferencia de energía por medios no mecánicos. Para referirnos a una sustancia que se encuentra más caliente que otra, más bien se debe utilizar la palabra temperatura. El concepto de temperatura concuerda con la idea cotidiana de que la temperatura es una medida de lo caliente o frío que esté un sistema, una sustancia o un cuerpo. La temperatura es un número asociado arbitrariamente a un cuerpo que nos traduce cuantitativamente el estado de caliente o frío de una sustancia. Sin embargo, un cuerpo no contiene mayor calor, más bien se debe decir que tiene mayor temperatura. La temperatura es una variable que no depende de la masa que contenga una sustancia. Es una propiedad de todos los grandes sistemas termodinámicos. Por ejemplo, dos sustancias con diferente masa pueden tener la misma temperatura o dos sistemas con igual masa pueden tener diferentes temperaturas. La masa de un cuerpo permanece constante al cambiar su temperatura. La temperatura es una propiedad que nos permite establecer cuándo dos o más sistemas se encuentran en

equilibrio térmico entre sí. Si un sistema se encuentra en equilibrio térmico con otro, se dice que tienen la misma temperatura. Se entiende por equilibrio térmico cuando dos cuerpos no cambian sus variables al ponerlos en contacto térmico. Si no están en equilibrio térmico, al ponerlos en contacto térmico, sus variables termodinámicas cambiarán. La temperatura es una propiedad de todos los sistemas termodinámicos, tal que la igualdad de las temperaturas es una condición necesaria y suficiente para que exista equilibrio térmico. Así, la temperatura es una variable que sólo depende de las otras variables del sistema. De igual forma, se puede interpretar a la temperatura como un parámetro que me indica si dos cuerpos pueden transferir calor al estar en contacto térmico. Si la temperatura de ambas sustancias es diferente, entonces habrá transmisión de calor y no habrá transferencia de calor, si las temperaturas son iguales.

El termómetro es un instrumento que sirve para medir la temperatura. Una persona, o en general, cualquier ser viviente es un termómetro poco confiable ya que, además de no ser objetivo, no registra con precisión los pequeños cambios de temperatura que puede sufrir una sustancia o el medio donde se encuentra inmerso. Es necesario construir un instrumento que pueda registrar todo tipo de cambios de temperatura y no dependa de la naturaleza del material con que esté construido. Como cualquier magnitud que varía con la temperatura es una propiedad termométrica, pueden existir muchas propiedades físicas mensurables que varían al variar la temperatura de un cuerpo. Entre ellas está el volumen de un líquido, la longitud de una varilla, la resistencia eléctrica de un alambre, la presión de un gas manteniendo el volumen constante, el

volumen de un gas manteniendo la presión constante o el color del filamento de una lámpara. Cualquiera de estas propiedades puede usarse en la construcción de un termómetro, debido a que la temperatura es un parámetro que asignamos a un estado particular en que se halla alguna de las variables que describen a un sistema. Como la masa de un cuerpo permanece constante, la masa no puede ser utilizada para medir la temperatura. Un termómetro que está construido por un líquido como el alcohol o el mercurio, se le asocia un número arbitrario para un volumen particular del mismo y, a su vez, a cada estado se le asociará un valor diferente de tal forma que a diferentes volúmenes, se tengan diferentes valores de temperatura. De manera equivalente, para un termómetro de gas el cual se encuentra confinado en un recipiente hermético, la presión será la variable que se utilice para medir la temperatura. Así, para cada presión, se le asociará un número diferente, asociando diferentes valores para diferentes presiones. Otro ejemplo es la resistencia eléctrica, cuya magnitud varía con la temperatura. Así, se pueden asociar valores diferentes a cada valor de la resistencia. Existen bastantes casos en que una sustancia presenta alguna variable a la que se le pueda etiquetar un número.

Para que una sustancia pueda ser empleada como sustancia termométrica es necesario que no existan dos temperaturas diferentes para un mismo estado. La sustancia que no cumpla este requisito, no podrá ser utilizada como sustancia termométrica. El agua es un buen ejemplo, ya que en el intervalo de 0 a 8 grados centígrados, existen al menos un par de temperaturas en las cuales el volumen del líquido es el mismo. Para un volumen dentro de este intervalo, no podríamos saber cuál de las dos temperaturas

debemos asociarle. Fuera de este intervalo, el agua no presenta esta peculiaridad.

Es recomendable buscar que una sustancia mida el mayor intervalo de temperatura posible. Mientras más grande sea ese intervalo, mejor será la sustancia termométrica. Para un líquido, el intervalo depende esencialmente de los puntos de fusión y de ebullición.

También se recomienda un líquido con el mayor coeficiente de dilatación cúbico posible, ya que si no es aceptablemente grande, los cambios muy pequeños de temperatura no se registrarían fácilmente.

Un termómetro debe contener poca masa, ya que al ponerlo en contacto térmico con una sustancia, éste absorbe calor. La cantidad de calor que absorba una sustancia depende de la masa que contenga. La cantidad de calor que absorba es proporcional a la masa. Así, a mayor masa, mayor cantidad de calor absorberá para alcanzar cierta temperatura. Es por ello que no conviene medir la temperatura de una sustancia con un termómetro que tenga una masa mayor que la sustancia a la cual se quiere medir la temperatura. Al ceder calor la sustancia a la que se quiere medir su temperatura, ésta bajará por el hecho de medirla. Así, mientras más pequeña sea la masa de un termómetro, menos afectará la temperatura de la sustancia a que se le quiere medir.

Como se comentó anteriormente, se dice que un sistema se encuentra en equilibrio térmico cuando no se observa ningún cambio en ninguna magnitud asociada al sistema termodinámico. La termodinámica se interesa por los sistemas que están en equilibrio o, por lo menos, muy próximos al equilibrio. Si es posible que dos sistemas puedan intercambiar energía térmica, es decir,

calor, alcanzarán un estado de equilibrio común, por lo que tendrán la misma temperatura. Un termómetro es un sistema fácilmente transportable, que puede llegar muy rápidamente al equilibrio térmico con cualquier otro sistema con el que se ponga en contacto, y que está provisto de cierta escala sobre la que se desplaza un índice cuando se altera el estado térmico del termómetro. Supongamos que un termómetro se pone en contacto con un sistema A, y después se pone en contacto con otro sistema B aislado de A. Si el índice del termómetro no se altera al poner en contacto térmico al termómetro con los dos sistemas, se dice que sus temperaturas son iguales. Este principio se le conoce como ley cero de la termodinámica y nos indica que si dos sistemas se encuentran en equilibrio térmico con un tercer sistema, entonces todos se encontrarán en equilibrio térmico. Es decir, tienen la misma temperatura. La ley cero nos explica por qué es posible saber si dos sistemas tienen la misma temperatura sin estar en contacto térmico. No existe un criterio específico en la elección de la escala para un termómetro. Sin embargo, se han tomado algunos fenómenos en que sus temperaturas son fácilmente reproducibles en cualquier momento, por ejemplo: el punto de fusión y de ebullición del agua. En la escala centígrada se le asignó el valor de 0 grados al punto de fusión del agua y 100 al punto de ebullición de la misma. En la escala Fahrenheit los puntos fijos fueron determinados por el punto de fusión de una mezcla de Cloruro de Sodio (NaCl), Amonio y el hielo fundente y la temperatura de 37.7° de un cuerpo humano particular, los cuales se les atribuyó el valor de 0 °F y 100 °F, respectivamente. Los valores asignados son completamente arbitrarios. Eso implica que fue posible asignar cualquier valor a los

puntos de fusión y de ebullición del agua. Por comodidad se le asignaron los valores que ya conocemos. Eligiendo cualquier fenómeno reproducible, puede inventar su propia escala para algún termómetro que construya.

Un método muy simple para deducir la ecuación que relacione dos escalas de temperatura consiste en graficar sobre el plano cartesiano las escalas que se quieren relacionar. En el eje horizontal sitúe una de las escalas y en el vertical, la otra. Una línea recta dibujada en este plano es la línea que relaciona ambas escalas. Para trazarla, sólo es necesario conocer dos puntos sobre esa línea. Esos puntos corresponden dos temperaturas diferentes expresadas en las diferentes escalas. Por ejemplo 0°C corresponden a 32°F y 100°C a 212°F o 0°C equivalen a 273.16°K y 100°C a 373.16°K . Ubicando esos dos puntos en el plano se puede trazar la recta que relaciona ambas escalas.

Para deducir la ecuación que transforma una escala en otra a partir de la recta trazada, sólo es necesario establecer la proporción que existe entre los lados verticales y horizontales de la gráfica mostrada en la figura 8.1.

$$\frac{212^{\circ}\text{F} - y^{\circ}\text{F}}{100^{\circ}\text{C} - x^{\circ}\text{C}} = \frac{212^{\circ}\text{F} - 32^{\circ}\text{F}}{100^{\circ}\text{C} - 0^{\circ}\text{C}} = 1.8^{\circ}\text{F}/^{\circ}\text{C}$$

Despejando $y^{\circ}\text{F}$, se tiene:

$$y^{\circ}\text{F} = (1.8^{\circ}\text{F}/^{\circ}\text{C})(x^{\circ}\text{C}) + 32^{\circ}\text{F}$$

También se puede utilizar otra proporción para obtener el mismo resultado, es decir:

$$\frac{y^{\circ}\text{F} - 32^{\circ}\text{F}}{x^{\circ}\text{C} - 0^{\circ}\text{C}} = \frac{212^{\circ}\text{F} - 32^{\circ}\text{F}}{100^{\circ}\text{C} - 0^{\circ}\text{C}} = 1.8^{\circ}\text{F}/^{\circ}\text{C}$$

Despejando $y^{\circ}\text{F}$, se tiene:

$$y^{\circ}F = (1.8^{\circ}F/^{\circ}C)(x^{\circ}C) + 32^{\circ}F$$

Gráfica de grados Fahrenheit en función de grados Centígrados

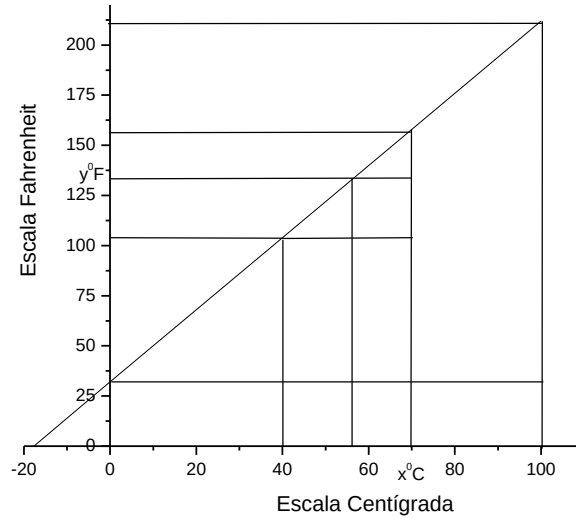


Figura 8.1 Escala Fahrenheit en función de la escala Centígrada.

De esta forma, al conocer la temperatura expresada en grados centígrados, podemos conocer la correspondiente temperatura en grados Fahrenheit por medio de la expresión anterior. Si queremos hacer la transformación inversa, es decir, de Fahrenheit a centígrados, solo tendremos que despejar la incógnita buscada.

El método gráfico tiene una aplicación más amplia. Por ejemplo suponga que solo tenga la gráfica y que desconoce por completo la ecuación que transforma una escala en otra. Si nos preguntasen cuál es la temperatura de un cuerpo expresada en la otra escala, ¿qué se debe hacer para contestar? La respuesta en principio es muy fácil ya que simplemente debemos ubicar en nuestra gráfica y en el eje correspondiente la temperatura que nos proporcionan como dato y a partir de ese punto trazar una línea recta perpendicular al eje donde nos encontramos. La línea así trazada cortará la recta y a partir de ese cruce dibujaremos otra línea

perpendicular a la primera hasta cruzar el eje restante. La posición de ese punto nos proporcionará la temperatura expresada en la otra escala. En la figura se muestra que la temperatura de 40°C corresponden a 104°F ; para 70°C corresponden a 158°F .

Como podemos observar, el método gráfico es una alternativa que podemos emplear para el caso en que no se tenga la ecuación correspondiente o para comprobar que el resultado obtenido por el método gráfico concuerda con el método analítico.

8.2.1 TIPOS DE TERMÓMETROS

Termómetro Metálico: Es un hecho experimental que las dimensiones de un cuerpo generalmente aumentan al aumentar su temperatura. En este caso se aprovecha la dilatación de dos varillas metálicas para medir la temperatura, por lo que la variable termométrica está relacionada con el cambio de longitud de las dos varillas que componen el termómetro. El calentamiento hace que una espiral bimetalica se curve, moviendo la aguja que señala el valor de la temperatura. La figura 8.2 muestra un termómetro metálico, cuyos rangos de temperatura van de -30 a 50 grados centígrados.



Figura 8.2 Termómetro Metálico.

Termómetro Clínico: instrumento que sirve para medir la temperatura corporal que comprende divisiones de décimas de

grado entre 32°C a 42°C, normalmente se usa para tomar la temperatura corporal de los enfermos. Se entiende por termómetro clínico, el instrumento construido por un tubo capilar denominado vástago, cerrado en uno de sus extremos y comunicado el otro con el depósito de mercurio llamado bulbo, ambos de vidrio. El termómetro clínico está constituido de un tubo de vidrio capilar, transparente, que tiene una franja de vidrio de cualquier color que sirve para distinguir la columna de mercurio, utilizando la refracción prismática que le imparte su propia forma. El cambio de posición que experimenta el menisco de la columna de mercurio (índice del termómetro) cuando este se dilata a través del tubo capilar, se mide por medio de una escala grabada sobre el vástago. Está elaborado en vidrio borosilicato neutro. Tiene la forma de un prisma triangular delgado y alargado cuyas aristas son redondeadas. Una de ellas funciona como vidrio de aumento. En el lado adyacente a esta arista lleva impresa la escala de temperatura. La superficie de lado opuesto a las aristas mencionadas está pigmentada con un color que permita un contraste con el de la escala y con nivel de mercurio del vástago. El líquido que se utiliza como sustancia termométrica es mercurio que es un metal líquido y de color plata, de número atómico 80. Debido al estrechamiento en la base del tubo capilar, la columna de Hg (Mercurio) no puede regresar al depósito. Por ello, este termómetro sigue indicando la temperatura de una persona, aunque ya no esté en contacto con ella. La variable utilizada para medir la temperatura es la longitud de la columna de mercurio. La figura 8.3 muestra un termómetro clínico usado para medir la temperatura de las personas.



Figura 8.3 Termómetro clínico.

8.3. MATERIAL:

- 1 Soporte Universal.
- 1 Tubo de ensayo.
- 1 Vaso de precipitados de 1 000 ml.
- 1 Rejilla de asbesto.
- 1 Mechero.
- 1 Tubo de vidrio de 40 cm.
- 1 Tapón de hule monohoradado para el tubo de ensayo.
- 1 Pinza para tubo de ensayo.
- 1 Termómetro.
- Aceite comestible.
- Hielo.

8.4. DESARROLLO:

- a). Introduzca el tubo de vidrio en el tapón de hule monohoradado hasta que penetre unos 5 cm de longitud.
- b). Agregue el aceite al tubo de ensayo de tal forma que al cerrarlo con el tapón, el nivel de aceite suba hasta unos 5 cm o más dentro del tubo. Coloque en el mismo tubo de vidrio una tira de cartulina que se utilizará para marcar los niveles que tomará el aceite a diferentes temperaturas. Puede pegar esta tira con cinta adhesiva.

El dispositivo que ha armado es muy similar a un termómetro ya que el tubo de ensayo servirá como bulbo, el tubo de vidrio como capilar y la cartulina para graduarlo. La siguiente figura muestra la forma como se ha armado el dispositivo.

Se ha tomado en este experimento la temperatura de fusión del hielo y la de ebullición del agua para graduar nuestro termómetro. En este caso, simplemente suméjalo en el vaso de precipitados conteniendo una mezcla de hielo y agua. Espere unos minutos para que todo el conjunto se halle a la misma temperatura. Marque en la cartulina el nivel de aceite, registrando con

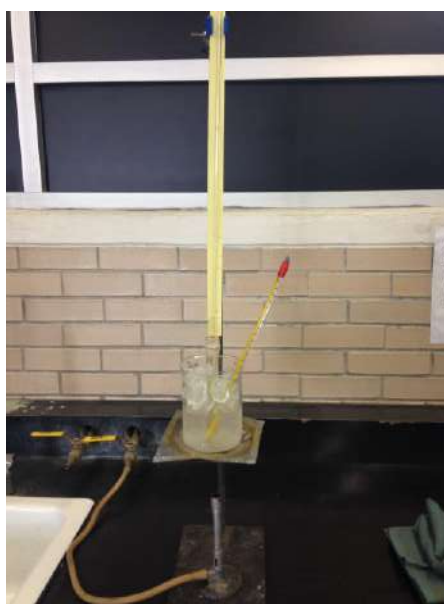


Figura 8.4 Termómetro de aceite.

ello la temperatura que indica el termómetro de mercurio que también debe estar sumergido en la mezcla de agua con hielo.

c). Con el mechero, caliente el agua con hielo contenida en el vaso hasta que hierva. Marque en la cartulina el nuevo nivel del aceite que adquiere y registre también la temperatura que mida el termómetro de mercurio.

d). En donde se hizo la primera marca le corresponde la temperatura de fusión del hielo. Asígnele un valor arbitrario, el que Usted quiera. Haga lo mismo, ahora para la marca superior. Debe tener en cuenta que debe asignar un valor diferente al asignado al punto de fusión del agua.

e). Divida en intervalos iguales la distancia que existe entre una marca y la otra. Esto se hace con el fin de graduar nuestro termómetro. Se trata de asociar diferentes valores a cada volumen que tome el aceite para diferentes temperaturas.

f). Haga una gráfica de la escala de temperatura inventada por Usted y la escala centígrada.

8.5. CONCLUSIONES:

- Los valores que se puedan asignar al punto de fusión y de ebullición del agua, son arbitrarios.
- El aceite no es una buena sustancia termométrica ya que es un líquido orgánico y puede perder sus propiedades con el tiempo.
- El termómetro que se construyó, no es muy preciso ya que la escala que se dibujó dista de ser muy precisa.

8.6. VERIFICACIÓN:

- Establezca el concepto de temperatura.
- ¿Qué requisitos debe cumplir un líquido para que pueda utilizarse como sustancia termométrica?
- ¿Influye en algo la dilatación que sufre el vidrio de los tubos del termómetro que construyó?
- ¿Cuál es la expresión que relaciona la escala inventada por Usted y la centígrada?

- Cuando el nivel de aceite se halle a la mitad de las marcas, ¿a qué temperatura en grados centígrados corresponde?
- ¿Qué temperatura marcará el termómetro de aceite cuando la temperatura sea de 70 grados centígrados?
- ¿De qué propiedades adolece el termómetro de aceite que construyó?

9 LEY DE GAY LUSSAC

9.1. OBJETIVOS:

- Deducir la ecuación que relaciona el volumen de un gas con su temperatura, para un proceso a presión constante.
- Obtener el coeficiente de dilatación volumétrica de los gases ideales.

9.2. INTRODUCCIÓN:

Cuando ocurre un proceso en el cual la presión se mantiene constante, se dice que es un proceso isobárico. Para conocer cómo se relaciona el volumen de un gas con su temperatura en un proceso isobárico, imaginemos lo siguiente: supongamos que se tiene una cierta masa de gas A encerrado en un recipiente que contenga un émbolo que se deslice libremente. Suponga también que el gas se halla sujeto a una presión P_0 y ocupando un volumen V_0 a una temperatura de 0°C . Observe la figura 1.

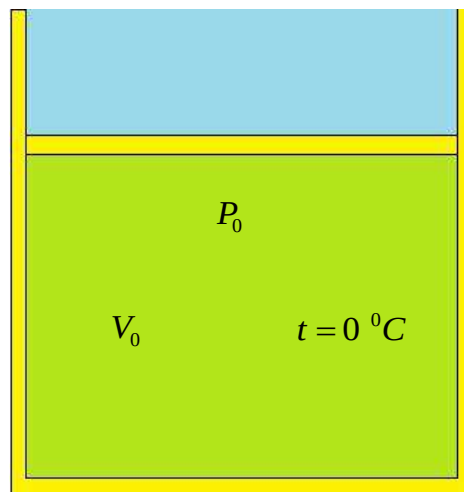


Figura 9.1 Recipiente que encierra un gas.

Al variar la temperatura del gas y midiendo su volumen para cada valor de la temperatura, encontramos que:

“El volumen de un gas varía linealmente con la temperatura para un proceso isobárico”

Esto implica que la gráfica resultante del volumen de un gas en función de su temperatura para un proceso isobárico es una línea recta.

Un hecho más interesante se presenta cuando realizamos este experimento, bajo las mismas condiciones iniciales de presión, volumen y temperatura, pero ahora con un gas diferente, digamos B. Lo importante es que al graficar el volumen del nuevo gas con su respectiva temperatura, observamos que la recta resultante es idéntica a la del gas anterior. De este análisis se puede concluir que:

“Todos los gases se dilatan de igual manera, independientemente de su naturaleza”

La afirmación anterior se puede enunciar en forma equivalente diciendo que todos los gases poseen el mismo coeficiente de dilatación volumétrica, cuyo valor es igual a:
 $\gamma = 1/273.16 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} = 3.66 * 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}.$

Además, si los experimentos anteriores se hubiesen realizado con un volumen V_0' diferente al que ocupaban los gases anteriores bajo la misma presión y temperatura, obtendríamos de nuevo una recta, con diferente inclinación. Esto da pauta para pensar que la inclinación de una recta depende del volumen que tenga un gas para una presión y temperatura determinada. La figura siguiente muestra cómo depende la inclinación de una recta del volumen que tenga un gas para una presión y temperatura determinada.

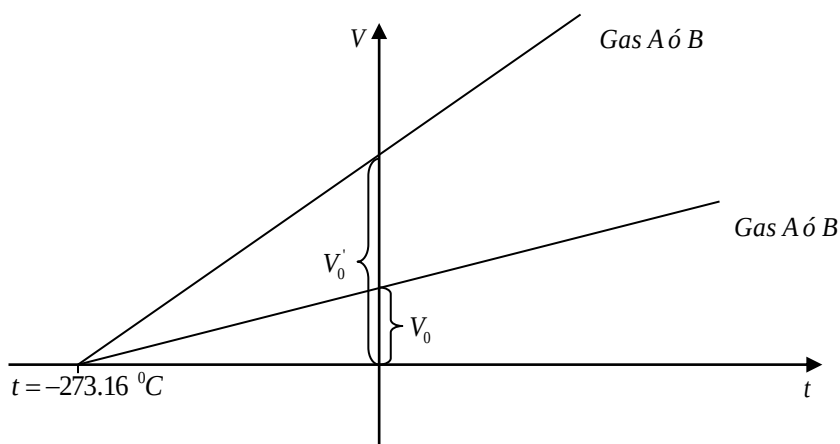


Figura 9.2. Volumen de un gas en función de su temperatura centígrada.

Como se puede observar, las rectas trazadas en la figura 2, se cruzan en un punto que se haya sobre el eje horizontal aproximadamente a la temperatura de $t = -273.16^{\circ}C$. Para esa temperatura se dice que el volumen que ocupa el gas es igual a cero. Este fenómeno es imposible que se lleve a cabo ya que cualquier gas a temperaturas muy bajas se convierte en líquido y los líquidos son incompresibles. Sin embargo, no debemos dejar de mencionar que para todos los gases, al variar su volumen con la temperatura en un proceso isobárico, la gráfica resultante será una recta que cruce el eje horizontal justo en la temperatura antes señalada. A la temperatura de $t = -273.16^{\circ}C$ se le conoce como cero absoluto.

Para describir completamente una recta, como las que se han utilizado, es necesario y suficiente conocer un par de puntos de esa recta. Por ejemplo, en la figura 2, en la recta con menos inclinación se ubican dos puntos cuyas coordenadas son fácilmente identificables. El primero de ellos es ubicado en el punto donde la recta cruza el eje horizontal y el segundo es el que se ubica en el

cruce con el eje vertical. El primer punto tiene como coordenadas $(0, V_0)$, que físicamente representa el volumen del gas a cero grados centígrados y el segundo punto tiene como coordenadas $(-273.16^\circ\text{C}, 0)$, expresando que el volumen del gas a esa temperatura es igual a cero.

De esta manera, al conocer las coordenadas de los puntos antes señalados, podemos deducir una ecuación que relaciona el volumen de un gas en función de su temperatura, para un proceso isobárico. La pendiente y la ordenada al origen de una recta, están expresadas por medio de las siguientes ecuaciones:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{y} \quad m = \frac{y_1 x_2 - y_2 x_1}{x_2 - x_1}$$

Considerando que el eje de las ordenadas corresponde al volumen y que el eje de las abscisas corresponde a la temperatura y sustituyendo las coordenadas de los puntos de la recta, obtenemos los valores de la pendiente y de la ordenada al origen.

$$m = \frac{V_0 - 0}{0 - (-273.16^\circ\text{C})} = \frac{V_0}{273.16^\circ\text{C}} = \gamma V_0$$

Y

$$b = \frac{0 \cdot 0 - V_0 \cdot (-273.16^\circ\text{C})}{0 - (-273.16^\circ\text{C})} = V_0$$

Por lo que la ecuación que relaciona el volumen de un gas con su temperatura, para un proceso isobárico es igual a:

$$V = \gamma V_0 t + V_0 \tag{9.1}$$

Note que el coeficiente que multiplica a la temperatura corresponde al producto del volumen V_0 por el coeficiente de dilatación volumétrica γ , que a su vez este producto representa la pendiente o

inclinación de la recta. Así, la pendiente depende directamente de los dos factores antes señalados. Para mayor V_0 se tendrá una mayor pendiente de la recta.

Note también que V_0 es el término independiente y a su vez geométricamente es la longitud que hay entre el origen y el cruce de la recta con el eje vertical.

Como a la temperatura de $t = -273.16\text{ }^{\circ}\text{C}$ el volumen del gas es igual a cero, se ha conformado una nueva escala de temperatura dada por la siguiente ecuación:

$$T = t + 273.16\text{ }^{\circ}\text{C} \quad 9.2$$

Así, la nueva escala es igual a la suma de la temperatura centígrada más 273.16. Esta escala comúnmente se conoce como escala absoluta o escala Kelvin.

Al sustituir la escala anterior en la ecuación que relaciona el volumen de un gas con su temperatura, para un proceso isobárico, obtenemos el siguiente resultado:

$$V = \gamma V_0 T \quad 9.3$$

Como V_0 y γ son términos constantes, el cociente del volumen entre su temperatura absoluta, también será constante. En consecuencia, el cociente de dos volúmenes entre sus respectivas temperaturas absolutas, también será constante. Es decir:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \quad 9.4$$

A esta ecuación se le conoce como ley de Gay-Lussac.

9.3. MATERIAL:

1 Soporte Universal.

1 Tela de asbesto.

1 Pinza para tubo de ensaye.
1 Anillo de Fierro.
1 Vaso de precipitados de un litro de capacidad.
1 Tubo de vidrio de 30 cm. de largo.
1 Termómetro.
1 Jeringa.
1 Mechero de Bunsen.
1 Regla de 30 cm. de largo.
Hielo.
Mercurio.

9.4. DESARROLLO:

a).- Para lograr los objetivos que nos hemos propuesto, es necesario construir un recipiente que contenga el gas y que además conste de una pared que se desplace libremente para cambios de temperatura que experimente el gas.

Es precisamente el tubo de vidrio y una pequeña cantidad de mercurio el material que se requiere para armar el dispositivo planeado. Para ello coloque una gota de mercurio en el tubo, el cual debe hallarse horizontalmente para que no se vacíe por ninguno de los extremos. Ubique la gota del líquido aproximadamente a 20 cm de uno de los extremos y con el mechero séllelo perfectamente. Así hemos logrado encerrar una pequeña cantidad de aire en el tubo, por medio de la gota del líquido que, como se puede apreciar, se desliza libremente. La figura 9.3 muestra la forma como ha quedado el tubo con el mercurio.



Figura 9.3 Tubo de vidrio encerrando aire por medio de una gota de mercurio.

b):- Se ha señalado varias veces que lo que deseamos encontrar es la relación entre el volumen de un gas y su temperatura, para un proceso en el cual la presión permanece constante. Sin embargo esta práctica en vez de calcular el volumen del gas sólo mediremos la longitud de la columna del tubo que lo almacena, ya que tiene una sección transversal constante y si existe un cambio en el volumen, éste será proporcional únicamente a la longitud del tubo. Con esta aclaración ahora lo que relacionaremos, sin pérdida de generalidad, será la longitud de la columna de aire con su respectiva temperatura.

c).- La práctica se ha diseñado para obtener únicamente tres pares de datos, los que hemos considerado suficientes. Para la medición del primer par de datos, tome un vaso de precipitados y llénelo de una mezcla de agua con hielo. Sumerja en la mezcla el termómetro junto con el tubo que contiene el aire y espere alrededor de 3 minutos para garantizar que el aire que se encuentra encerrado y el termómetro se hallan a la misma temperatura. Marque el punto donde se encuentra la parte más baja de la gota de mercurio.

Saque el tubo y mida la longitud que existe entre la marca y el extremo cerrado del tubo. De igual forma mida la temperatura de la mezcla de agua con hielo por medio del termómetro.

d).- Para el segundo par de datos, simplemente añada agua de la llave al otro vaso de precipitados y efectúe los mismos pasos del proceso anterior.

e).- Para el último par de datos, agregue agua y póngala a hervir. Lleve a cabo los mismos pasos de los párrafos anteriores.

f).- La siguiente tabla muestra los valores de la longitud de la columna de aire en función de la temperatura.

Temperatura ($^{\circ}\text{C}$)	Longitud de la columna de aire (cm)
2	9.7
20	10.5
95	13.2

Tabla 9.1 Longitud de la columna de aire en función de la temperatura.

La siguiente figura muestra la gráfica de los datos del experimento.

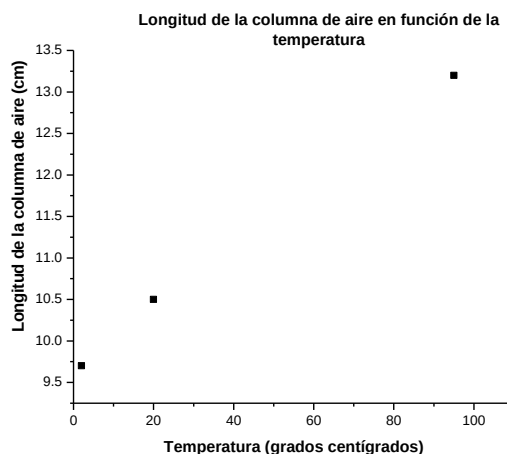


Figura 9.3. Gráfica de la longitud de la columna de aire en función de la temperatura.

Como se puede observar en la figura, los datos conforman aproximadamente una línea recta. En consecuencia, al aplicar el método de mínimos cuadrados, la ecuación que se ajusta a estos datos es la siguiente:

$$h = 0.03716 \text{ cm/}^{\circ}\text{C} * t + 9.68426 \text{ cm} \quad 9.5$$

La figura siguiente muestra la gráfica de la recta que se ajusta a estos datos.

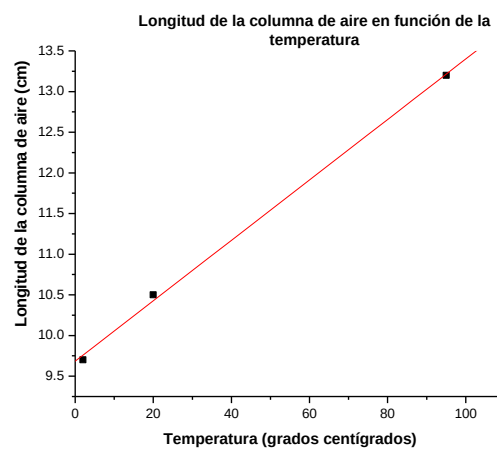


Figura 9.4. Gráfica de la recta que se ajusta a los datos de la longitud de la columna de aire en función de la temperatura.

Para ver si nuestro experimento concuerda con lo que se ha mencionado anteriormente, debemos calcular la temperatura del aire cuando teóricamente su volumen es igual a cero. Para ello hacemos que el valor de la longitud de la columna de aire sea igual a cero en la ecuación 9.5 y con ello despejar la temperatura, es decir:

$$t = -\frac{9.68426 \text{ cm}}{0.03716 \text{ cm/}^{\circ}\text{C}} = -260.61 \text{ }^{\circ}\text{C} \quad 9.6$$

Vemos que este resultado se aproxima mucho al cero absoluto. Al calcular el porcentaje de error entre el resultado experimental y el teórico, se tiene:

$$\% \text{ Error} = \left| \frac{-273.16 \text{ }^{\circ}\text{C} - (-260.61 \text{ }^{\circ}\text{C})}{-273.16 \text{ }^{\circ}\text{C}} \right| * 100 \% = 4.59 \%$$

9.5. CONCLUSIONES:

- Vemos que se puede construir fácilmente un recipiente que contenga aire y que una de sus paredes se deslice libremente para diferentes temperaturas. El uso del mercurio y un tubo de vidrio hizo posible construir este recipiente.
- Los datos obtenidos en el experimento conforman una línea recta. Esto nos indica que la relación entre la longitud de la columna de aire y su temperatura es lineal. A mayor temperatura, mayor longitud de la columna de aire y, a su vez, mayor volumen.
- No solo los datos son lineales, sino que además la temperatura a la que el volumen del gas es cero, es muy similar a la del cero absoluto. Esto nos indica que los datos del experimento concuerdan con la teoría.

9.6. VERIFICACIÓN:

- 1.- En el experimento, ¿por qué podemos afirmar que la presión sobre el aire encerrado se mantiene constante?
- 2.- En la mezcla de agua con hielo, ¿cómo puede estar seguro que el aire encerrado está a la misma temperatura que la mezcla?
- 3.- Al prolongar la recta, ¿a qué temperatura corta el eje horizontal?
- 4.- Si la recta corta el eje horizontal cerca del cero absoluto, podríamos decir que el experimento se llevó a cabo correctamente. Si no es así, ¿a qué cree que se deba?
- 5.- ¿Cuáles fueron los valores de la pendiente, de la ordenada al origen y del coeficiente de dilatación volumétrica?

6.- ¿Cuál es la ecuación que relaciona la altura de la columna de aire con su temperatura?

7.- El valor del coeficiente de dilatación volumétrica obtenido, ¿concuerda con el valor visto en la parte teórica?

10. DETERMINACIÓN EXPERIMENTAL DEL VALOR DEL CAMPO MAGNÉTICO DE LA TIERRA

10.1 Objetivo

- El objetivo del presente trabajo es determinar la componente horizontal del campo magnético de la Tierra. Para esto usamos el hecho de que la aguja imantada de una brújula interactúa con campos magnéticos.

10.2 Introducción

Los primeros fenómenos magnéticos observados son aquellos relacionados con los imanes naturales. Se cuenta que cerca de una ciudad llamada Magnesia se encontraron piedras que tenían la propiedad de atraer al hierro. El mineral es la magnetita y el fenómeno recibió el nombre de magnetismo. La propiedad de atraer a ciertos metales es más acentuada en unas partes del imán que en otras. Thales de Mileto hablaba de la existencia de la piedra imán pero para explicar sus propiedades le atribuyó un “alma” que le permitía atraer cierto tipo de materia.

Los chinos descubrieron hacia 121 A.C. que una barra de hierro que estuviese en contacto con un trozo de este mineral adquiría sus propiedades y las conservaba una vez separada del mismo. Además si se trataba de una aguja y se suspendía de forma que pudiese girar libremente, esta se orientaba de forma que señalaba la dirección N-S. Por esta razón los polos magnéticos reciben los nombres Norte y Sur atendiendo a la forma en que se orientan. El polo norte del imán señala el norte geográfico. Este fue el uso que se dio a los imanes hasta principios del siglo XIX.

Se puede establecer una serie de propiedades generales de los imanes:

- La capacidad de atracción es mayor en los polos.
- Los polos se llaman norte y sur por la forma en que se orienta un imán dentro del campo magnético terrestre.
- Los polos de un imán no pueden aislarse.
- Los polos del mismo polo se repelen y los de distinto polo se atraen.
- Las líneas de fuerza que se crean entre los polos son cerrados y van de norte a sur hacia fuera del imán y de sur a norte dentro del mismo.

Oersted observa que una aguja imantada se orienta perpendicularmente a un hilo que era recorrido por una corriente eléctrica. Esto implica que las cargas eléctricas en movimiento generan un campo magnético.

Se atribuye la existencia de campos magnéticos al movimiento de cargas eléctricas. Concretamente al movimiento de electrones tanto en su traslación como en su spin. Las cargas en movimiento no solamente ejercen entre sí interacciones de tipo electrostático sino que las ejercen de tipo magnético puesto que son ellas las que crean un campo al moverse.

Este campo magnético creado puede actuar sobre otra carga en movimiento además de que ésta experimente la acción de un campo electrostático debido a la presencia de la primera carga. Estos pequeños dipolos magnéticos que se orientan en forma aleatoria en el espacio debido al desorden térmico y se anulan los efectos que pueden ejercer entre sí los pequeños dipolos. Sin

embargo en algunas ocasiones los imanes se alinean entre sí y se refuerzan unos a otros creando un campo magnético en la sustancia. En este caso decimos que la sustancia se ha magnetizado.

Todas las sustancias se comportan de una determinada manera cuando se encuentran en el seno de un campo magnético. Este comportamiento se puede clasificar en:

- Diamagnéticas.
- Paramagnéticas.
- Ferromagnéticas.

Las sustancias diamagnéticas presentan una repulsión ante los polos magnéticos. Se produce ésta por una orientación de los dipolos magnéticos de la sustancia respecto al campo magnético exterior por lo que actúa en contra de él ejerciendo un efecto debilitador del campo magnético exterior en su interior.

El diamagnetismo se asoció con la circulación de los electrones en orbitales doblemente ocupados dado que la contribución al dipolo debido al spin se cancela puesto que, según el principio de exclusión de Pauli ambos electrones tendrán spines opuestos. Son sustancias diamagnéticas el bismuto, gases nobles, sal común, cobre, oro, silicio, germanio, grafito, azufre, etc.

Sustancias paramagnéticas. En el seno de un campo magnético externo orientan parcialmente sus dipolos reforzándolo ligeramente. Éstas son atraídas débilmente por un imán pero no se imantan. Ejemplo son el aire, aluminio, titanio, etc.

Sustancias ferromagnéticas. Para explicar su comportamiento se introduce la teoría de los dominios. Se consideran dominios zonas dentro de estas sustancias en las que todos los dipolos están

debidamente orientados. Estos dominios sin embargo, están orientados al azar debido al efecto térmico. No obstante cuando actúa un campo magnético exterior, todos se alinean con él reforzándolo lo que hace que estas sustancias sean fuertemente atraídas por un imán. Algunas de ellas orientan sus dominios con gran facilidad pero esta orientación se pierde también fácilmente, otras tienen una inercia mayor a la hora de orientar sus dominios y sin embargo conservan esta orientación durante un tiempo mucho mayor lo que hace que puedan usarse para fabricar imanes.

La existencia de un campo magnético se puede poner de manifiesto por la atracción del mismo sobre sustancias ferromagnéticas. Sin embargo también se puede decir que existe un campo magnético en una zona del espacio si toda carga en movimiento dentro de la misma experimenta la acción de una fuerza distinta de la fuerza electrostática y de la fuerza gravitatoria si tuviese masa.

El vector inducción magnética es igual a la fuerza que el campo ejerce sobre la unidad de carga eléctrica que se mueve con una velocidad perpendicular al campo magnético. La unidad de la inducción magnética en el Sistema Internacional es el Tesla ($T=N*s/C*m$). Tesla es la inducción magnética que ejerce una fuerza de un newton sobre una carga de un culombio que se mueve perpendicularmente a las líneas del campo magnético con una velocidad de un metro por segundo. El Gauss es un múltiplo de la Tesla ($1G=10^{-4} T$).

El campo magnético en el centro de una bobina plana circular de N vueltas por la que circula una corriente i es igual a:

$$B(i) = \frac{\mu_0 N i}{2 r} \quad 10.1$$

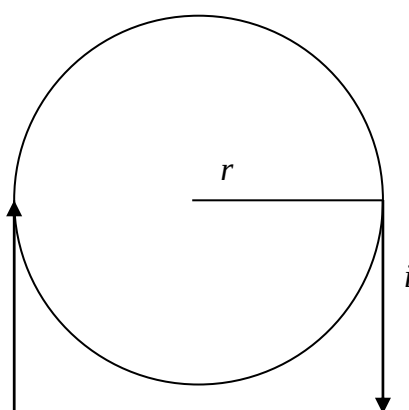


Figura 10.1 Bobina circular plana.

De esta forma el campo magnético en el centro de una bobina circular plana es proporcional al número de vueltas y a la corriente que circula por la bobina. A mayor número de vueltas y mayor corriente, mayor es la intensidad del campo magnético en el centro de la bobina. Equivalentemente, la intensidad del campo magnético es inversamente proporcional al radio de la bobina. A mayor radio, menor intensidad del campo magnético.

Para lograr nuestro objetivo interactuamos una brújula con el campo magnético resultante de la superposición del campo magnético terrestre y el campo magnético $B(i)$ generado por la corriente que circula por una bobina de alambre magneto. En este caso hacemos que $B(i)$ sea perpendicular a B_t , por lo que el campo magnético B_R resulta de la combinación de ambos como se indica en la figura 10.2. La aguja de una brújula se orientará en la dirección del campo resultante.

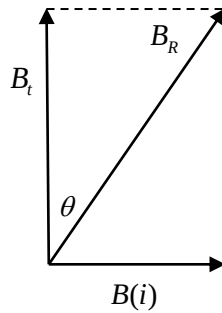


Figura 10.2 Campo resultante de la combinación de $B(i)$ y B_t .

De la figura concluimos que:

$$\tan(\theta) = \frac{B(i)}{B_t} \quad 10.2$$

Por lo que:

$$B(i) = B_t \tan(\theta) \quad 10.3$$

Sustituyendo la ecuación 1 en la ecuación 3, concluimos que:

$$\frac{\mu_0 N i}{2 r} = B_t \tan(\theta) \quad 10.4$$

Por lo que al graficar $B(i)$ en función de $\tan(\theta)$, vemos que es una línea recta cuya pendiente es igual a B_t , es decir, la pendiente de la recta es igual al valor del campo magnético de la Tierra.

10.3 MATERIAL:

- Alambre magneto 0.5 mm de diámetro aproximadamente para hacer una bobina de 100 vueltas de 19 centímetros de diámetro.
- Una brújula.
- Un multímetro.
- 10 resistencias de 46 ohms $\pm 5 \%$.
- Un eliminador de 1.5 volts.
- Bote de pintura para enrollar el alambre.
- Perfocel.
- Tableta de pruebas.

- Un conector.
- Un Transportador.

El material se armó como se muestra en la figura:



Figura 10.3 Equipo utilizado para la medición del campo magnético de la tierra.

10.4DESARROLLO:

- Se debe colocar el equipo de tal manera que la dirección de la brújula coincida con el plano de la bobina.
- Con el potenciómetro variar la corriente en la bobina para que la aguja se desvíe.
- Medir la corriente y el ángulo que forma la aguja de la brújula con la línea que une el Norte con el Sur.
- Repetir el paso anterior para distintos valores de la corriente.
- Los datos del experimento se muestran en la tabla 10.1.

θ	I	$\tan(\theta)$	$B(i)$
10	0.0088	0.176327	5.82021E-06
15	0.0127	0.267949	8.39962E-06
22	0.0181	0.404026	1.19711E-05

30	0.0234	0.57735	1.54765E-05
40	0.033	0.839099	2.18258E-05
50	0.0476	1.191752	3.1482E-05
60	0.0724	1.732047	4.78844E-05
75	0.136	3.732034	8.99487E-05
80	0.2559	5.671243	0.000169249

Tabla 10.1 Tabla correspondiente a los datos del experimento.

La siguiente figura muestra la gráfica de la corriente en función del ángulo.

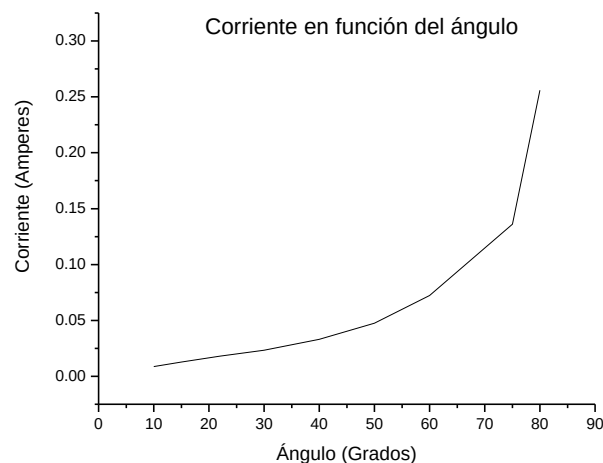


Figura 10.4 Gráfica de la corriente en función del ángulo.

Como la gráfica no corresponde a una línea recta, hacemos el cambio de variable en el que $B(i)$ dependa de $\tan(\theta)$. La siguiente figura muestra esta dependencia.

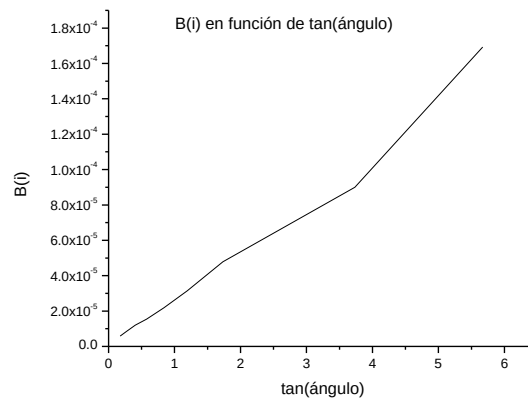


Figura 10.5 Gráfica de $B(i)$ en función de $\tan(\theta)$.

Por lo que vemos que la gráfica se aproxima a una línea recta. La siguiente gráfica muestra la línea recta que más se aproxima a los datos.

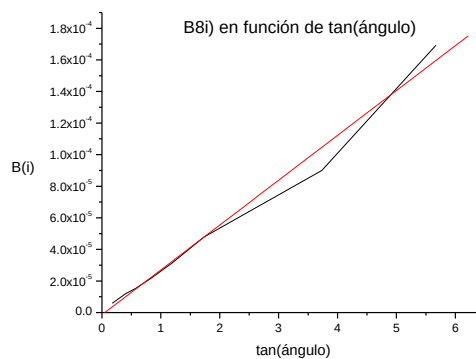


Figura 10.6 Gráfica que muestra la línea que más se aproxima a los datos.

Ajustando, obtenemos la ecuación de la recta:

$$B(i) = -1.3625 \cdot 10^{-6} T + 2.8393 \cdot 10^{-5} T \cdot \tan(\theta)$$

Por lo que el valor del campo magnético terrestre es igual a:

$$B_t = 2.8393 \cdot 10^{-5} T = 0.28393 \text{ Gauss}$$

Comparado con el registrado en la literatura:

$$B_t = 0.264 \text{ Gauss}$$

El porcentaje de error es:

$$\%Error = \frac{|0.264 - 0.28393|}{0.28393} * 100\% = \frac{0.01993}{0.28393} * 100\% = 7.01\%$$

10.5 CONCLUSIONES:

- Se puede realizar el experimento variando el número de vueltas de la bobina, del radio de la bobina, del calibre del alambre, de los valores de las resistencias y del voltaje aplicado.
- El resultado obtenido se encuentra dentro de los límites considerados como válidos.
- El resultado del valor del campo magnético de la Tierra debe ser independiente del método que se elija para obtenerlo. De esta forma, se debe obtener aproximadamente el mismo valor del campo magnético de la tierra por cualquier otro método.
- El experimento puede ser utilizado para los cursos de Física del Nivel Medio Superior.
- El experimento sirve para apoyar la labor docente.

10.6 VERIFICACIÓN:

- ¿Cuáles son las principales propiedades de los imanes?
- ¿Cuáles son las sustancias paramagnéticas, diamagnéticas y las ferromagnéticas?
- ¿Cuáles son las unidades de la Tesla y del Gauss?
- ¿Por qué la pendiente de la recta corresponde al valor del campo magnético de la Tierra?
- ¿Por qué se puede hacer el experimento variando el número de vueltas de la bobina, del radio de la bobina, del calibre del alambre, de los valores de las resistencias o el voltaje aplicado?
- ¿Se podrá utilizar una bobina diferente a la que se utilizó en el experimento?

11. MEDICIÓN INDIRECTA DE LA DISTANCIA FOCAL DE UNALENTE CONVERGENTE

11.1.OBJETIVO:

- Encontrar experimentalmente la distancia focal de una lente divergente.

11.2.INTRODUCCIÓN:

El microscopio o el proyector de cine, la cámara fotográfica y los telescopios son solamente algunos de los instrumentos ópticos que utiliza el hombre. La construcción y el desarrollo de estos aparatos resultan de la aplicación de las leyes de la reflexión y refracción al diseño de espejos, primas y lentes que son sus elementos constituyentes.

En esta sección nos limitaremos a estudiar las características más importantes relacionadas con las lentes delgadas. Se puede entender la forma particular en que funcionan las lentes suponiendo que una lente está constituida por un gran número de porciones de prismas triangulares. Si dichos prismas están distribuidos de una manera adecuada refractarán los rayos paralelos incidentes de modo que converjan en un solo punto o que diverjan de él. Si la distribución de los primas es más ancha en el centro, concentrará la luz. Observe la figura 11.1.

La mayor desviación de la luz ocurre en los prismas más exteriores, pues son aquellos para los que es mayor el ángulo entre las dos superficies refractantes. En el centro no hay desviación ya que sus caras son paralelas y el rayo emerge en la dirección original.

Por supuesto, las lentes reales no están hechas de prismas, sino de piezas

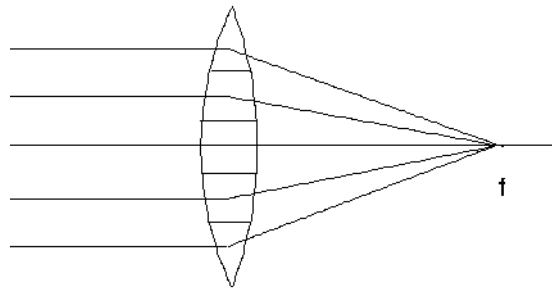


Figura 11.1 Lente convergente.

sólidas de vidrio cuyas superficies se pulen para darles una forma generalmente esférica. Las lentes son medios transparentes limitados por caras curvas que comúnmente son esféricas.

Las lentes convergentes o positivas son más gruesas en su centro que en la periferia. Un haz de luz de rayos paralelos que incida sobre una lente positiva convergerá en un punto llamado foco real. Las lentes divergentes o negativas son más delgadas en su centro que en su periferia. Un haz de luz de rayos paralelos que incida sobre una lente negativa divergirá de un punto llamado foco virtual.

El foco principal de una lente delgada con caras esféricas es el punto donde los rayos paralelos y próximos al eje principal son enfocados; el foco es real para una lente convergente y virtual para una divergente. La distancia focal f es la distancia que hay del foco principal a la lente; existen dos puntos focales para cada lente.

Para cualquier tipo de lente, se cumple la siguiente ecuación:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \quad 11.1$$

Donde p es la distancia objeto medida desde la lente; q es la distancia imagen medida desde la lente y f es la distancia focal medida desde la lente. p es positiva para un objeto real y negativa

para un objeto virtual; q es positiva para una imagen real y negativa para una imagen virtual y f es positiva para una lente convergente y negativa para una divergente.

Las lentes convergentes forman imágenes invertidas y reales de objetos que se localizan fuera del foco principal. Cuando el objeto se localiza entre el foco principal y la lente, la imagen es virtual y derecha. Las lentes divergentes sólo producen imágenes virtuales y derechas, y más pequeñas que el objeto. Una imagen real de un objeto real siempre está del lado opuesto de la lente del que se encuentra el objeto y una imagen virtual está del mismo lado. Por lo tanto si un objeto real se encuentra a la izquierda de una lente, una distancia positiva q de la imagen significa que se trata de una imagen real que está a la derecha de la lente, mientras que una distancia negativa q de la imagen denota una imagen virtual del lado izquierdo de la lente.

11.3. MATERIAL:

- Una lupa.
- Dos flexómetros.
- Una vela.

11.4. DESARROLLO:

- Encender la vela y colocarla a 60 centímetros de la lupa.
- Medir la distancia de la lupa hasta el lugar donde se encuentre la imagen de la vela formada por la lupa.
- Repetir el procedimiento anterior acercando la vela cada 5 centímetros a la lupa hasta que la imagen no se llegue a formar.

La tabla siguiente muestra los datos de la posición de la imagen en función de la posición del objeto.

p (cm)	q (cm)
25	65
30	45
35	37
40	32
45	31
50	30
55	28
60	26

Tabla 11.1 Distancia imagen en función de la distancia objeto.
La siguiente figura muestra la gráfica de los datos de la distancia imagen en función de la distancia objeto.

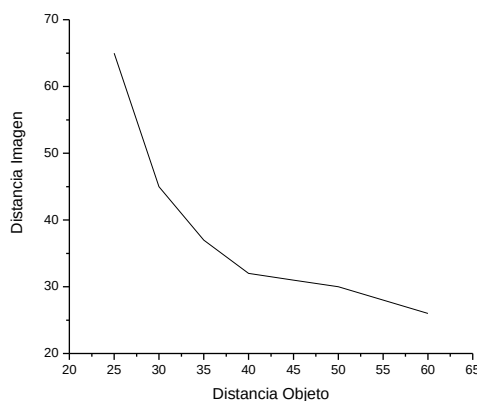


Figura 11.2 Gráfica de distancia imagen en función de la distancia objeto.

Observamos que la gráfica de la figura 11.2 no corresponde con una recta. Para convertirla en recta, se hace el cambio de variable $1/p$ y $1/q$. La siguiente tabla muestra los datos que relacionan el inverso de la distancia imagen en función del inverso de la distancia objeto.

$1/p$ (10^{-2} cm)	$1/q$ (10^{-2} cm)
-----------------------	-----------------------

4	1.5
3.3	2.2
2.8	2.7
2.5	3.1
2.2	3.2
2.0	3.3
1.8	3.5
1.6	3.8

Tabla 11.2 Inverso de la distancia a la imagen en función del inverso de la distancia al objeto.

La gráfica de la figura 11.3 muestra la relación entre estas nuevas variables.

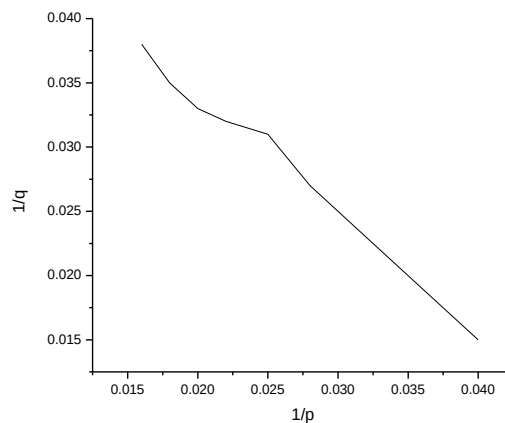


Figura 11.3 Inverso de la distancia imagen en función del inverso de la distancia objeto.

Ajustando los datos por el método de mínimos cuadrados de la tabla 2 a una recta, obtenemos la gráfica de la figura 11.4.

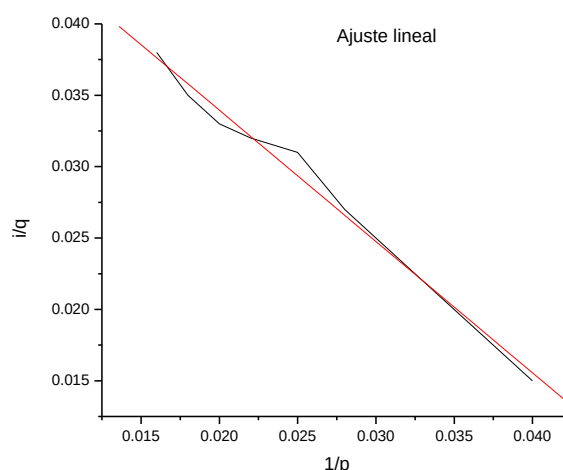


Figura 11.4 Ajuste de la gráfica 1/q en función de 1/p.

La ecuación de la recta para esta gráfica es:

$$\frac{1}{q} = -0.91928 * \frac{1}{p} + 0.05234 \text{ cm}^{-1} \quad 11.2$$

Comparando la ecuación 11.2 con la ecuación 11.1, concluimos que:

$$\frac{1}{f} = 0.05234 \text{ cm}^{-1} \quad 11.3$$

Por lo que:

$$f = 19.1 \text{ cm} \quad 11.4$$

Comparando este resultado con la distancia focal que muestra el fabricante que es de 20 cm, concluimos que el error porcentual es:

$$\%Error = \frac{|20 - 19.1|}{20} * 100\% = \frac{0.9}{20} * 100\% = 4.5\% \quad 11.5$$

11.5. CONCLUSIONES:

- Con este prototipo de experimento el alumno empleará sus conocimientos para graficar, realizar cambios de variable y ajustar rectas.
- El resultado obtenido se encuentra dentro de los límites considerados como válidos.

- El experimento puede ser utilizado para los cursos de Física del Nivel Medio Superior.
- El experimento sirve para apoyar la labor docente.

11.6. VERIFICACIÓN:

- ¿Cómo se definen las lentes convergentes?
- ¿Qué tipo de imágenes forman las lentes convergentes?
- ¿Qué es una imagen real y una virtual?
- ¿Cómo se obtuvo una recta al hacer el cambio de variable?
- ¿Cuál es el valor de la pendiente de la recta? ¿Depende del tipo del lente?
- ¿Cuál es el valor de la ordenada al origen? ¿Depende del tipo de lente?
- ¿Cómo se podría hacer el experimento si la lente fuera divergente?

12. LEY DE CHARLES

12.1.OBJETIVOS:

- Establecer la relación entre la presión en un gas y su temperatura para un proceso isocórico.
- Deducir la ecuación que relaciona la presión en un gas y su temperatura para un proceso isocórico.

12.2.INTRODUCCIÓN:

Cuando ocurre un proceso en el cual el volumen de un sistema permanece constante, se dice que ocurre un proceso isocórico. Para saber cómo se relaciona la presión en un gas y su respectiva temperatura en un proceso isocórico imaginemos el siguiente experimento: suponga que se tiene una cierta masa de un determinado gas A encerrado en un recipiente hermético. Suponga también que el gas tiene un cierto volumen constante V_0 , a una presión P_0 y a cero grados centígrados. La figura 1 muestra esta situación.

Al variar la temperatura del gas y midiendo la presión que ejerza para cada valor de la temperatura, observamos que:

“La presión en un gas varía linealmente con la temperatura para un proceso isocórico”

En consecuencia, al graficar la presión en un gas en función de su temperatura observamos que se obtiene una línea recta.

Se llega a una conclusión más interesante al hacer el experimento, bajo las mismas condiciones iniciales de volumen, presión y temperatura, con un gas

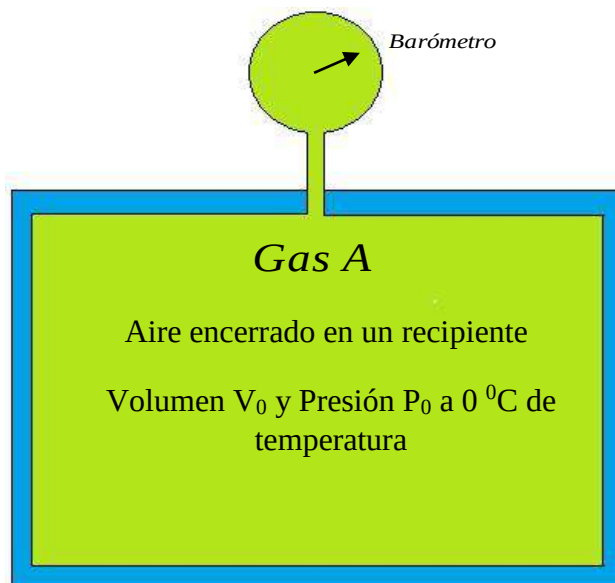


Figura 12.1 Aire encerrado en un recipiente.

diferente, digamos B. Lo importante es que al graficar los datos obtenidos vemos que resulta una recta idéntica a la del experimento anterior. De esto se puede concluir que:

“Todos los gases ejercen la misma presión independientemente de su naturaleza”

Si los experimentos anteriores se hubiesen hecho bajo una presión P'_0 diferente a la que originalmente se tenía, obtendríamos de nuevo una línea recta aunque con diferente inclinación. Esto nos indica que la inclinación de la recta obtenida al graficar la presión en función de la temperatura, depende de la presión que tenga el gas inicialmente. La siguiente figura 2 muestra las rectas obtenidas al graficar la presión en un gas en función de su temperatura, para diferentes presiones iniciales.

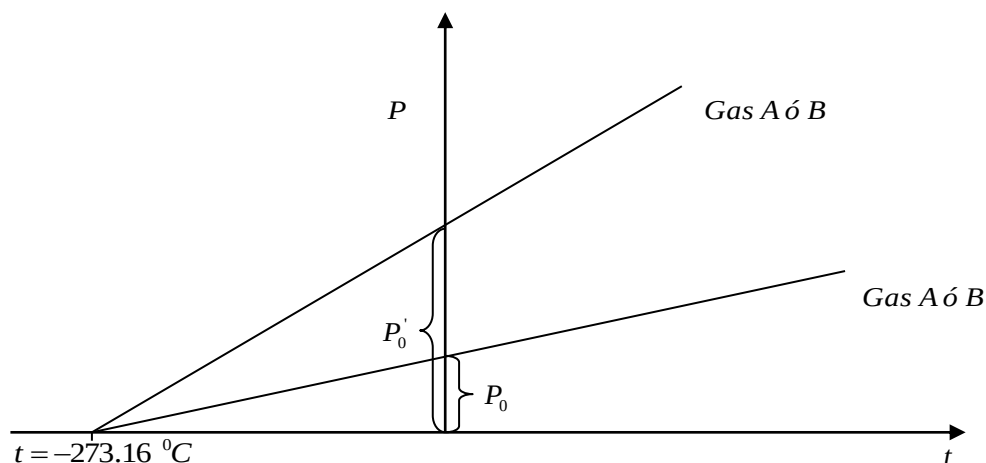


Figura 12.2 Presión en un gas en función de su temperatura.

En la gráfica se observa que las rectas se cruzan en un punto que se encuentra sobre el eje horizontal, a una temperatura de $-273.16\text{ }^{\circ}\text{C}$, aproximadamente. Para esta temperatura se dice que la presión en un gas es nula. Este resultado es teórico ya que el gas a muy bajas temperaturas se convierte en líquido, por lo que la superficie de un líquido no ejerce presión sobre la pared del recipiente que lo contiene.

Para encontrar la ecuación de una recta es necesario y suficiente conocer un par de puntos de esa recta. Por ejemplo, en la recta con menor inclinación, se ubican dos puntos cuyas coordenadas son fácilmente identificables. El primer punto es el formado por el cruce de la recta con el eje horizontal. Las coordenadas de este punto son: $(-273.16\text{ }^{\circ}\text{C}, 0)$. El segundo punto es el cruce de la recta con el eje vertical. Las coordenadas de este punto son: $V = \gamma V_0 t + V_0$.

Con las coordenadas de estos puntos se puede deducir la ecuación que establece la relación entre la presión y la temperatura de un gas para un proceso isocórico. Para ello es necesario conocer la

pendiente y la ordenada al origen de la recta. Las ecuaciones siguientes calculan estos valores:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{y} \quad m = \frac{y_1 x_2 - y_2 x_1}{x_2 - x_1}$$

Sustituyendo los valores de las coordenadas, obtenemos la pendiente y la ordenada al origen para esta recta.

$$m = \frac{P_0 - 0}{0 - (-273.16 \text{ } ^\circ\text{C})} = \frac{P_0}{273.16 \text{ } ^\circ\text{C}} = \gamma P_0$$

Y

$$b = \frac{0 * 0 - P_0 * (-273.16 \text{ } ^\circ\text{C})}{0 - (-273.16 \text{ } ^\circ\text{C})} = P_0$$

De esta forma, la ecuación que relaciona la presión en un gas con su temperatura para un proceso isocórico es:

$$V = \gamma P_0 t + P_0 \tag{12.1}$$

No te que el coeficiente que multiplica a la temperatura es igual al producto de P_0 por el coeficiente de compresibilidad γ que numéricamente es igual a $-1/273.16 \text{ } ^\circ\text{C} = -3.66 * 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$.

Es interesante recalcar que en un proceso isocórico como el que estamos analizando se haya obtenido el coeficiente de compresibilidad que es idéntico al coeficiente de dilatación volumétrico de los gases. En realidad no hay contradicción ya que el comportamiento de un gas en un proceso isocórico es similar al comportamiento de un gas en un proceso isobárico.

Como teóricamente a la temperatura de $-273.16 \text{ } ^\circ\text{C}$ la presión en un gas es igual a cero, se ha conformado una nueva escala de temperatura dada por:

$$T = t + 273.16 \tag{12.2}$$

Así, la nueva escala es igual a la suma de la temperatura centígrada más el término constante. Esta escala comúnmente se conoce con el nombre de escala absoluta o escala Kelvin.

Sustituyendo la nueva escala en la ecuación que relaciona con la presión en un gas en función de su temperatura para un proceso isocórico, llegamos al siguiente resultado:

$$P = \gamma P_0 T \quad 12.3$$

Si en el lado derecho se coloca sólo los términos constantes, la ecuación anterior que expresada en la siguiente forma:

$$\frac{P}{T} = \gamma V_0$$

Esta expresión nos indica que el cociente de la presión en un gas y su temperatura absoluta, es constante. En consecuencia, para dos presiones y temperaturas absolutas diferentes en un proceso isocórico, su cociente es constante, es decir:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \quad 12.4$$

En la mayoría de los textos que tratan este tema, esta ecuación representa la ley de Charles.

12.3. MATERIAL:

2 Soportes Universales.

1 vaso de precipitados de 1 litro de capacidad.

2 Tubos de vidrio de 30 y 15 cm.

1 Matraz Erlenmeyer de 500 ml de capacidad.

1 Termómetro.

1 Pinza para tubo de ensaye.

1 Mechero de Bunsen.

1 Tela de asbesto.

1 Anillo de fierro.

30 cm de manguera transparente.

Mercurio.

Cinta adhesiva.

12.4. DESARROLLO:

a) Para lograr los objetivos que nos hemos propuesto, es necesario construir un recipiente que no deje escapar el gas y que además sea posible la medición de la presión ejercida por éste para diferentes temperaturas.

Es precisamente el matraz, los tubos de vidrio. El tapón, el mercurio y la manguera, el material necesario para armar el dispositivo planeado. Para ello haga un par de dobleces en ángulo recto al tubo de mayor longitud, a 20 y 40 cm alejado de uno de los extremos. Introduzca uno de los extremos del tubo en el tapón monohoradado hasta que lo atraviese completamente. Coloque en el otro extremo la manguera de hule y en el otro extremo de ella introduzca el tubo de vidrio restante.

Terminados los pasos anteriores, vacíe una cantidad considerable de mercurio en la manguera hasta que alcance a observarse a través de ambos tubos.

Por último, cierre herméticamente el matraz con el tapón donde colocó el tubo de vidrio con los demás implementos. Verifique que no haya fugas de aire a través de dicha unión.

De esta manera se ha construido un recipiente hermético donde el gas estará confinado y a su vez será posible la medición de la presión sobre el gas para diferentes temperaturas a las que esté sujeto. La figura siguiente muestra el dispositivo armado como se mencionó.

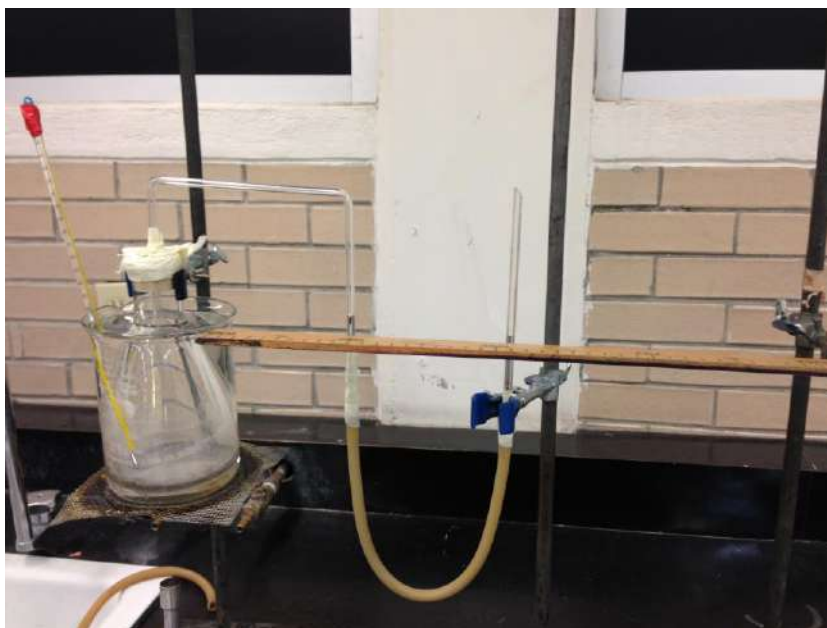


Figura 12.4. Dispositivo para comprobar la ley de Charles.

La forma como variaremos la temperatura será por medio de agua que bañe a matraz. Comúnmente este método se le conoce con el nombre de *“Baño María”*. La temperatura del gas no se medirá directamente, sino que el termómetro se colocará en el agua que cubre al matraz. Como suponemos que todo el conjunto se encuentra en equilibrio térmico, entonces concluimos que la temperatura del gas será la que marque el termómetro.

Para medir las diferentes presiones a las que se encontrará el gas, simplemente es necesario mover el tubo de vidrio que está pegado a la manguera y que puede moverse libremente, de tal forma que el mercurio que está en contacto con el aire encerrado, permanezca en el mismo nivel. Esto es para garantizar que el volumen del aire permanezca constante para diferentes presiones. La distancia que existe entre los dos niveles de mercurio es la presión manométrica, es decir, es la presión que ejerce el mercurio y está medido en centímetros.

b) Antes de llevar a cabo el experimento, fije un lugar en el tubo de vidrio que se encuentra doblado. Esto es para que en el momento de medir la presión, coloque el nivel de mercurio justo en este punto y así el volumen del gas permanecerá constante. En nuestro caso tomamos como punto de referencia el lugar donde se ubica el extremo de la manguera.

c) Para obtener los datos se calentó primero el agua del vaso de precipitados que baña al matraz que contiene el aire, hasta una temperatura de 90 grados centígrados. Esa fue la temperatura con la que se comenzó el experimento. En ese momento medimos la longitud que existía entre los dos niveles de mercurio. Así se continuó midiendo la diferencia de niveles de mercurio cada 5 grados centígrados que bajaba la temperatura del agua. Se prefirió medir así la presión conforme bajaba la temperatura debido a que es un proceso más lento y eso hace posible que la temperatura del aire encerrado sea muy similar a la del agua que calienta al matraz. La siguiente tabla muestra las presiones manométricas a las que se encuentra el gas para diferentes temperaturas. La tercera columna de la derecha corresponde a la suma de la presión manométrica más la presión atmosférica, que también influye en la presión total a la que está sujeto el aire. La presión atmosférica en el lugar donde se efectuó el experimento es de 58.5 cm de Hg. La presión atmosférica depende del lugar donde se efectúe el experimento, por ello es necesario medirla para saber su valor.

Temperatura (°C)	Presión manométrica (cmHg)	Presión total
45	2.5	61
50	4.5	63

55	5.5	64
60	6.5	65
65	7.5	66
70	8.5	67
75	9.5	68
80	10.5	69
85	11.5	70
90	12.5	71

Tabla 12.1 Presión manométrica y total del aire en función de la temperatura.

La siguiente figura muestra la gráfica de la presión total en el aire en función de la temperatura centígrada.

Estos datos se comportan como una recta, por lo que ajustándolos por el método de mínimos cuadrados, se tiene:

$$P = 0.21091 \text{ cmHg}/^{\circ}\text{C} * t + 52.16364 \text{ cmHg} \quad 12.5$$

La temperatura del gas cuando la presión total es igual a cero, se obtiene igualando a cero la ecuación anterior y despejando la temperatura:

$$t = -\frac{52.16364 \text{ cmHg}}{0.21091 \text{ cmHg}/^{\circ}\text{C}} = -247.33 \text{ }^{\circ}\text{C} \quad 12.6$$

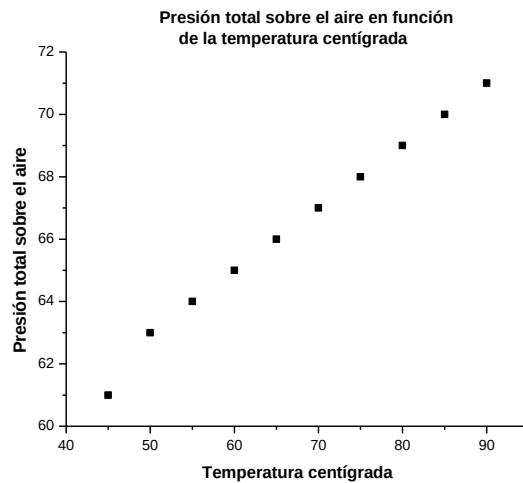


Figura 12.3 Gráfica de la presión total en el aire en función de la temperatura centígrada.

La siguiente figura muestra la recta que se ajusta a los datos experimentales.

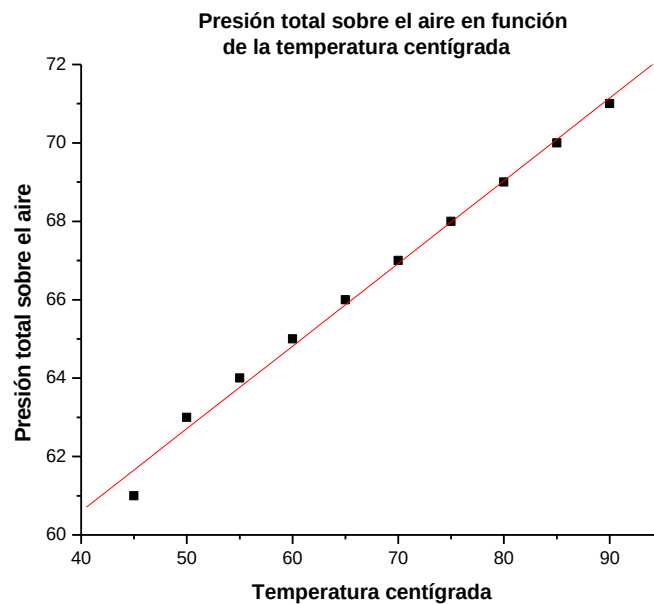


Figura 12.4 Gráfica de la recta que se ajusta a los datos de la presión total en el aire en función de la temperatura centígrada.

Esta temperatura es muy cercana a la del cero absoluto. Si calculamos el porcentaje de error, se tiene:

$$\%Error = \left| \frac{-273.16^{\circ}C - (-247.33^{\circ}C)}{-273.16^{\circ}C} \right| = 9.46\% \quad 12.7$$

12.5.CONCLUSIONES:

- Vemos que se puede construir un recipiente que contenga aire y que pueda medirse la presión en un gas para diferentes temperaturas, manteniendo razonablemente constante su volumen. El uso del mercurio y un tubo de vidrio hizo posible construir este recipiente.
- Los datos obtenidos en el experimento conforman una línea recta. Esto nos indica que la relación entre la presión en el aire y su temperatura centígrada es lineal. A mayor temperatura, mayor presión en el aire.
- No solo los datos son lineales, sino que además teóricamente la temperatura a la que la presión en el gas es cero, es muy similar a la del cero absoluto. Esto nos indica que los datos del experimento concuerdan con la teoría.

12.6.VERIFICACIÓN:

- En el experimento que llevó a cabo, ¿cómo podría afirmar que el volumen del aire se mantiene constante?
- ¿Por qué se midió la temperatura colocando el termómetro dentro del agua y no dentro del matraz que contenía el aire?
- ¿Por qué se puede afirmar que el aire encerrado en el frasco se encuentra a la misma temperatura que el agua que lo calienta?
- Al prolongar la recta que pasa lo más cercano a todos los puntos experimentales, ¿en qué temperatura corta al eje horizontal?

- Si la recta corta al eje horizontal cerca de la temperatura de $-273.16\text{ }^{\circ}\text{C}$, podríamos decir que el experimento se llevó a cabo satisfactoriamente. Si no es así, ¿a qué cree que se deba?
- ¿Cuáles fueron los valores obtenidos de la pendiente y de la ordenada al origen de la recta?
- ¿Cuál es la ecuación de la recta que relaciona la presión del aire en función de su temperatura?
- ¿Concuerda el valor del coeficiente de compresibilidad obtenido en el experimento con el visto en teoría?

13 CALOR ESPECÍFICO

13.1.OBJETIVO:

- Encontrar experimentalmente el calor específico de algunos metales.

13.2.INTRODUCCIÓN:

La relación que existe entre la cantidad de calor que absorbe o que cede un cuerpo y su respectivo incremento de temperatura, se le conoce con el nombre de capacidad térmica. La capacidad térmica de un cuerpo se define matemáticamente como:

$$C = \frac{Q}{\Delta t} \quad 13.1$$

En donde C es la capacidad térmica del cuerpo, Q es la cantidad de calor absorbido o cedido por el cuerpo y Δt es el incremento de temperatura que experimenta el cuerpo. Debe notarse que la capacidad térmica de un cuerpo que se encuentra cambiando su estado de agregación, no está definida porque absorbe o cede calor mientras cambia su estado de agregación pero no cambia su temperatura. De igual forma, al usar la ecuación 1 se debe considerar que si el cuerpo absorbe calor, Q será positivo y si cede, negativo.

La capacidad térmica de un cuerpo depende especialmente de dos cosas: de la cantidad de masa que tenga el cuerpo y del tipo de material que lo constituye.

Para comprender mejor porqué la capacidad térmica depende de las características antes señaladas, imaginemos lo siguiente: suponga que se tienen dos cuerpos de igual material y que uno de ellos presenta mayor capacidad térmica que el otro. Entonces, se

concluye que el que tiene mayor capacidad térmica contiene mayor cantidad de masa.

De manera análoga, si imaginamos dos cuerpos de igual masa pero constituidos por diferentes materiales, entonces las capacidades térmicas de cada cuerpo también serán diferentes.

Un hecho interesante se presenta cuando se tienen dos cuerpos A y B constituidos por idéntico material. Al dividir sus capacidades térmicas de cada una de ellas entre sus respectivas masas, encontramos que ambos cocientes resultan ser idénticos, es decir:

$$c = \frac{C_A}{m_A} = \frac{C_B}{m_B} \quad 13.2$$

Donde C_A y C_B son las capacidades térmicas de cada cuerpo, y m_A y m_B son sus respectivas masas. A este cociente se le conoce con el nombre de calor específico y se denota por la letra c .

Se define el calor específico de un cuerpo como la cantidad de calor que se necesita transmitir para que un gramo de una sustancia eleve su temperatura un grado centígrado. Así, el calor específico, a diferencia de la capacidad térmica, depende sólo del material que constituya el cuerpo. Combinando las ecuaciones 13.1 y 13.2, encontramos que la cantidad que absorbe o que cede un cuerpo para cambiar su temperatura es igual a:

$$Q = m c \Delta t \quad 13.3$$

Donde Q es la cantidad de calor que absorba o que ceda un cuerpo, m es la masa del cuerpo, c es su calor específico y Δt es el incremento de temperatura.

La siguiente tabla muestra los valores de los calores específicos de algunos metales.

Sustancia	Calor específico $Cal/g\ ^\circ C$
Aluminio	0.215
Cobre	0.0923
Mercurio	0.033
Oro	0.0301
Plata	0.0588
Plomo	0.0305
Fierro	0.1081
Latón	0.09090
Bronce	0.086

Tabla 13.1 Calores específicos de algunos metales.

13.3. MATERIAL:

- 1 Calorímetro de aluminio.
- 1 Vaso de precipitados de 250 ml.
- 2 Termómetros.
- 1 Balanza.
- 1 Probeta.
- 1 Soporte universal.
- 1 Mechero de Bunsen.
- 1 Rejilla de asbesto.
- 1 Anillo de fierro.
- 1 Muestra de aluminio, cobre, fierro y latón.
- Hilo y agua.

13.4. DESARROLLO:

La figura 1 muestra un calorímetro del tipo más usual. Un calorímetro está compuesto por dos recipientes cuyo material es generalmente de aluminio y que se encuentra uno contenido dentro

del otro. El aire, por ser un buen aislante, se encuentra contenido entre los dos recipientes para poder evitar la transmisión de calor del recipiente más pequeño hacia el exterior. Una de las funciones de los calorímetros es la de obtener calores específicos. Si colocamos un cuerpo caliente en el interior del recipiente más pequeño del calorímetro que contenga agua, el cuerpo perderá una cierta cantidad de calor hasta que se alcance una situación de equilibrio térmico. Como el calorímetro es un sistema aislado, el calor perdido por los cuerpos calientes, más el calor absorbido por los cuerpos fríos, es igual a cero. Matemáticamente este hecho está representado por la siguiente ecuación:

$$\Sigma Q = 0 \qquad 13.4$$

De esta forma, para un sistema aislado, la suma de los calores que se intercambian dentro del calorímetro, es igual a cero.

Para encontrar experimentalmente el calor específico de un metal, hagamos lo siguiente:

- a. Mida con la balanza las masas siguientes.
 - Del recipiente interior del calorímetro.
 - De la muestra metálica.
 - De 80 ml de agua.
- b. Agregue los 60 ml de agua al recipiente interior del calorímetro. Con el termómetro mida la temperatura de ellos y anote este dato. El valor de esta temperatura se llamará temperatura inicial y se denotará de la siguiente forma: $t_{0_{agua}}$ y $t_{0_{rec}}$.
- c. Amarrada con el hilo, caliente una de las muestras metálicas por medio de agua contenida en el vaso de precipitados. Tenga cuidado de que el agua cubra completamente a muestra.

Después de que haya empezado a hervir el agua, espere un momento más para garantizar que la muestra se haya a la misma temperatura que el agua. Anote el valor de la temperatura del agua hirviendo. Recuerde que la temperatura de ebullición del agua no siempre es de 100 °C ya que depende de la altitud sobre el nivel del mar. A este valor de la temperatura de ebullición se le llamará temperatura inicial del metal y se denotará como $t_{0_{metal}}$.

d. Con el agua hirviendo y ayudado por el hilo, saque rápidamente la muestra e introdúzcala en el calorímetro. Ciérrelo y con el agitador mueva lentamente el agua que se encuentra adentro. Cuando la temperatura se haya estabilizado, mídala y anótela. Esta temperatura será la temperatura final de cada una de las partes que se encuentran dentro del calorímetro y se denotará como t .

e. Como la ecuación 3 nos indica que la suma de todos los calores intercambiados es igual a cero, entonces:

$$Q_{metal} + Q_{agua} + Q_{recipiente} = 0$$

Equivalentemente se tiene:

$$m_{metal} c_{metal} (t - t_{0_{metal}}) + m_{agua} c_{agua} (t - t_{0_{agua}}) + m_{recipiente} c_{recipiente} (t - t_{0_{recipiente}}) = 0$$

Despejando el calor específico en la ecuación anterior, obtenemos:

$$c_{metal} = \frac{-m_{agua} c_{agua} (t - t_{0_{agua}}) - m_{recipiente} c_{recipiente} (t - t_{0_{recipiente}})}{m_{metal} (t - t_{0_{metal}})} \quad 11.5$$

Los valores de cada variable fueron medidos en los incisos anteriores. Así, por medio de la ecuación 4 podemos calcular el calor específico de la muestra metálica que estemos estudiando.

Para el caso particular de las muestras de aluminio, fierro, bronce y latón, se tiene:

Muestra de Aluminio

$$t_{0_{\text{agua}}} = t_{0_{\text{recipiente}}} = 24^{\circ}\text{C}, t_{0_{\text{Aluminio}}} = 93^{\circ}\text{C}, c_{\text{agua}} = 1 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C}, c_{\text{recipiente}} = 0.217 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C},$$

$$m_{\text{recipiente}} = 33.1 \text{ g}, m_{\text{agua}} = 80 \text{ g}, m_{\text{Aluminio}} = 38.6 \text{ g y } t = 30^{\circ}\text{C}.$$

Y sustituyendo en la ecuación 4

$$c_{\text{Aluminio}} = \frac{-(80 \text{ g})(1 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C})(30^{\circ}\text{C} - 24^{\circ}\text{C}) - (33.1 \text{ g})(0.217 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C})(30^{\circ}\text{C} - 24^{\circ}\text{C})}{(38.6 \text{ g})(30^{\circ}\text{C} - 93^{\circ}\text{C})}$$

Obtenemos:

$$c_{\text{Aluminio}} = 0.2151 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C}$$

Con un error porcentual:

$$E_{\%} = \left| \frac{0.217 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C} - 0.2151 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C}}{0.217 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C}} \right| * 100\% = 0.875\%$$

Muestra de Plomo

$$t_{0_{\text{agua}}} = t_{0_{\text{recipiente}}} = 24^{\circ}\text{C}, t_{0_{\text{Plomo}}} = 93^{\circ}\text{C}, c_{\text{agua}} = 1 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C}, c_{\text{recipiente}} = 0.217 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C},$$

$$m_{\text{recipiente}} = 33.1 \text{ g}, m_{\text{agua}} = 80 \text{ g}, m_{\text{Plomo}} = 114.7 \text{ g y } t = 27^{\circ}\text{C}.$$

Y sustituyendo en la ecuación 4

$$c_{\text{Plomo}} = \frac{-(80 \text{ g})(1 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C})(27^{\circ}\text{C} - 24^{\circ}\text{C}) - (33.1 \text{ g})(0.217 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C})(27^{\circ}\text{C} - 24^{\circ}\text{C})}{(114.7 \text{ g})(27^{\circ}\text{C} - 93^{\circ}\text{C})}$$

Obtenemos:

$$c_{\text{Plomo}} = 0.0345 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C}$$

Con un error porcentual:

$$E_{\%} = \left| \frac{0.0305 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C} - 0.0345 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C}}{0.0305 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C}} \right| * 100\% = 13.11\%$$

Muestra de Latón

$$t_{0_{\text{agua}}} = t_{0_{\text{recipiente}}} = 24^{\circ}\text{C}, t_{0_{\text{Latón}}} = 93^{\circ}\text{C}, c_{\text{agua}} = 1 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C}, c_{\text{recipiente}} = 0.217 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C},$$

$$m_{\text{recipiente}} = 33.1 \text{ g}, m_{\text{agua}} = 80 \text{ g}, m_{\text{Latón}} = 134.7 \text{ g} \text{ y } t = 32^{\circ}\text{C}.$$

Y sustituyendo en la ecuación 4

$$c_{\text{Latón}} = \frac{-(80 \text{ g})(1 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C})(32^{\circ}\text{C} - 24^{\circ}\text{C}) - (33.1 \text{ g})(0.217 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C})(32^{\circ}\text{C} - 24^{\circ}\text{C})}{(114.7 \text{ g})(32^{\circ}\text{C} - 93^{\circ}\text{C})}$$

Obtenemos:

$$c_{\text{Latón}} = 0.0848 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C}$$

Con un error porcentual:

$$E_{\%} = \left| \frac{0.0909 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C} - 0.0848 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C}}{0.0909 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C}} \right| * 100\% = 6.71\%$$

Muestra de Cobre

$$t_{0_{\text{agua}}} = t_{0_{\text{recipiente}}} = 24^{\circ}\text{C}, t_{0_{\text{Cobre}}} = 93^{\circ}\text{C}, c_{\text{agua}} = 1 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C}, c_{\text{recipiente}} = 0.217 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C},$$

$$m_{\text{recipiente}} = 33.1 \text{ g}, m_{\text{agua}} = 80 \text{ g}, m_{\text{Cobre}} = 122.3 \text{ g} \text{ y } t = 31^{\circ}\text{C}.$$

Y sustituyendo en la ecuación 4

$$c_{\text{Cobre}} = \frac{-(80 \text{ g})(1 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C})(31^{\circ}\text{C} - 24^{\circ}\text{C}) - (33.1 \text{ g})(0.217 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C})(31^{\circ}\text{C} - 24^{\circ}\text{C})}{(122.3 \text{ g})(31^{\circ}\text{C} - 93^{\circ}\text{C})}$$

Obtenemos:

$$c_{\text{Cobre}} = 0.08048 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C}$$

Con un error porcentual:

$$E_{\%} = \left| \frac{0.0923 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C} - 0.08048 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C}}{0.0923 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C}} \right| * 100\% = 13.46\%$$

13.5. CONCLUSIONES:

- Vemos que los calores específicos que se obtuvieron son muy similares a los que se tienen en la literatura, por lo que consideramos que el diseño experimental propuesto puede servir para encontrar calores específicos de otros materiales.

- De igual forma se pudo corroborar que los calores específicos dependen del material del que están constituidos.

13.6. VERIFICACIÓN:

- En el experimento, ¿tomó en cuenta la cantidad de calor que absorbe el termómetro y el agitador? ¿En qué afecta que no se tomen en cuenta?
- ¿Es verdad que el calorímetro que utilizó no permite el intercambio de calor hacia el exterior?
- ¿Cuál es el significado físico del calor específico?
- ¿Por qué utilizamos agua como medio para calentar las muestras metálicas? ¿Se puede usar otro tipo de líquido?
- ¿Afecta el agua que humedece a las muestras en el momento de introducirlas en los resultados obtenidos?
- ¿Por qué es recomendable que las paredes exteriores del calorímetro sean brillantes?
- Cuando se calentó la muestra, ¿por qué tenía que pasarse rápidamente del recipiente donde se calentó al calorímetro?
- ¿En realidad la temperatura inicial de las muestras eran las del agua hirviendo?

14 LEY DE ENFRIAMIENTO DE NEWTON

14.1. OBJETIVOS:

- Establecer la relación entre la temperatura con la que se enfría un cuerpo y el tiempo de enfriamiento.

14.2.INTRODUCCIÓN:

Supongamos que el valor de un automóvil nuevo es de \$ 200 000.00 y que éste pierde el 20% de su valor cada año. Quisiéramos predecir su valor después de 6 años. Para el primer año se tiene que el valor original del automóvil perdió \$ 40 000.00, así que el valor del auto al primer año es de \$ 160 000.00. En el segundo año volverá a perder el 20% del valor que tenía el automóvil al primer año, que sería de \$ 32 000.00. De esta forma, el valor del automóvil al segundo año sería de \$ 128 000.00 y así sucesivamente.

Se puede construir una tabla en donde se muestre los valores del automóvil para cada año.

Tiempo (años)	Valor del automóvil (\$)
0	200 000
1	160 000
2	128 000
3	102 400
4	81 920
5	65 536
6	52 428.80
7	41 943.04
8	33 554.432
9	26 843. 55
10	21 474.84

Tabla 14.1. Precio del automóvil en función del tiempo.

Vemos en la tabla que cerca de los tres años el valor del automóvil se reduce hasta la mitad. Por ello decimos que el valor medio del automóvil es de tres años ya que en ese tiempo su valor se reduce hasta la mitad. De igual forma, vemos que a pesar de que siempre es el mismo porcentaje de depreciación, conforme pasa el tiempo es menor la diferencia de precios entre un año y otro. Es decir, mientras más tiempo transcurra, más lenta será la depreciación del automóvil. Una forma muy útil de mostrar los datos es por medio de una gráfica. La gráfica nos ayudará a mostrar los resultados de una manera global. Al construir la gráfica de los valores anteriores, extendiéndolos hasta el décimo año, obtendremos:

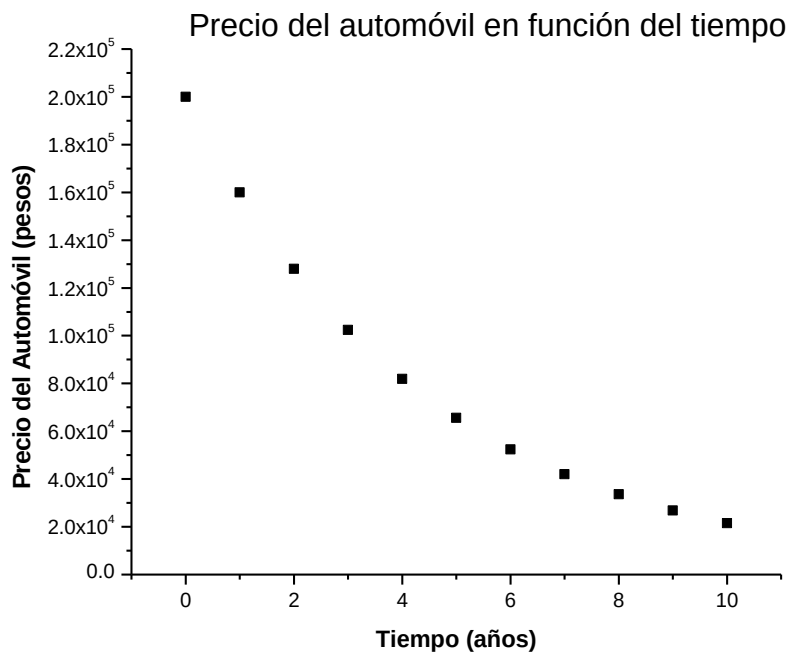


Figura 14.1. Gráfica del precio del automóvil en función del tiempo. Para poder convertir en una línea recta la curva de la gráfica anterior, apliquemos a cada uno de los valores del automóvil la función logaritmo natural. La siguiente tabla muestra el logaritmo natural del tiempo y su respectivo valor del automóvil.

Tiempo (años)	ln(Valor del automóvil)
0	12.20
1	11.98
2	11.76
3	11.54
4	11.31
5	11.09
6	10.87
7	10.64
8	10.42
9	10.19
10	9.97

Tabla 14.2 Logaritmo del precio del automóvil en función del tiempo. La siguiente figura muestra la gráfica del logaritmo natural del precio del automóvil en función del tiempo. Vemos que es una línea recta, cuya ecuación se puede deducir de la siguiente manera:

Tomemos dos puntos de la recta, por ejemplo el primero y el noveno y sustituyámoslos en la siguiente ecuación:

$$m = \frac{\ln(p_2) - \ln(p_1)}{t_2 - t_1} = \frac{11.9829 - 10.1977}{1 - 9} = -0.22314$$

Logaritmo natural del precio del automóvil en función del tiempo

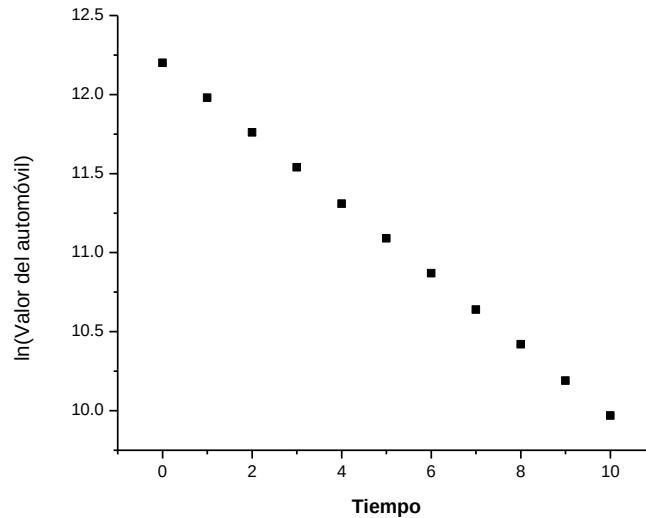


Figura 14.2. Gráfica del logaritmo del precio del automóvil en función del tiempo.

Esta proporción debe ser igual a la proporción que existe entre uno de los puntos escogidos y otro cualquiera de la recta, es decir:

$$m = \frac{\ln(p) - \ln(p_1)}{t - t_1} = \frac{\ln(p) - 11.9829}{t - 1} = -0.22314$$

Despejando el logaritmo natural expresado en la anterior ecuación, tenemos:

$$\ln(p) = -0.22314t + 12.2060$$

Aplicando la función exponencial a la igualdad anterior, se tiene:

$$p = \exp(-0.22314t + 12.2060)$$

Utilizando la regla de los exponentes, se tiene:

$$p = \exp(12.20314) * \exp(-0.22314t) = 200\,000 * \exp(-0.22314t)$$

En consecuencia, la expresión que calcula el precio del automóvil en función del tiempo, está en función de una función exponencial. El 200 000 expresa el valor del automóvil en el momento de la compra y -0.22314 es la constante de la exponencial por la cual se va depreciando en automóvil.

Para conocer el tiempo por el cual el valor del automóvil es igual a la mitad, sustituyamos en el precio la mitad de su valor original, es decir:

$$100\,000 = 200\,000 * \exp(-0.22314t)$$

Despejando se tiene:

$$t = 3.1062$$

Vemos que aproximadamente en tres años se deprecia el valor del automóvil hasta la mitad.

Por otra parte, cuando ponemos a enfriar una sustancia cuya temperatura es mayor que la temperatura del medio ambiente, vemos que la temperatura de la sustancia cambia de una manera similar a como cambia el precio del automóvil conforme pasa el tiempo. De igual forma, vemos que conforme el tiempo transcurre, la sustancia se enfría cada vez más lentamente hasta alcanzar la temperatura del medio donde se encuentra.

Los cuerpos que se encuentran a temperatura mayor o menor que la temperatura ambiente, después de un tiempo tienden a llegar a estar en equilibrio térmico con el medio que lo rodea. La ley que rige ese comportamiento se le conoce como Ley de enfriamiento de Newton y está dada por:

$$\Delta T = (T_0 - T_a) \exp(-k t) \quad 14.1$$

Donde:

$\Delta T = T - T_a$. Es la diferencia de la temperatura de la sustancia y la temperatura del medio que rodea a la sustancia.

$\Delta T_0 = T_0 - T_a$. Es la diferencia de la temperatura a la que se encuentra el cuerpo o la sustancia en el momento de comenzar a enfriarse y la

temperatura del medio que la rodea. Esta diferencia es constante, ya que no cambia durante el experimento.

k . Es una constante

t . Es el tiempo.

T_0 . Es la temperatura del cuerpo de la sustancia en el momento de comenzar a enfriarse.

T_a . Es la temperatura del medio que rodea la sustancia.

T . Es la temperatura del cuerpo para un determinado tiempo.

14.3. MATERIAL:

- Vaso de precipitados de 500 ml.
- Probeta de 100 ml.
- Mechero de Bunsen.
- Cronómetro.
- Soporte Universal.
- Anillo de fierro.
- Tela de asbesto.
- Termómetro.
- Cronómetro.
- Agua.
-

14.4.DESARROLLO:

- Se midieron 40 ml de agua y se vaciaron en el vaso de precipitados.
- Se pusieron a calentar los 40 ml de agua hasta una temperatura de 82°C.

- Se apagó el mechero y se retiraron los 40 ml de agua, colocándolos en la mesa de laboratorio.
- Se midió la temperatura del agua cada minuto hasta un tiempo de 15 minutos.

La tabla siguiente muestra los datos de la temperatura del agua en función del tiempo.

Tiempo (minutos)	Temperatura del agua (°C)
0	82
1	77
2	69
3	62
4	57
5	54
6	51
7	47
8	45
9	43
10	41
11	40
12	39
13	38
14	37
15	36

Tabla 14.3 Temperatura del agua en función del tiempo.

La siguiente gráfica muestra los datos de la temperatura del agua en función del tiempo.

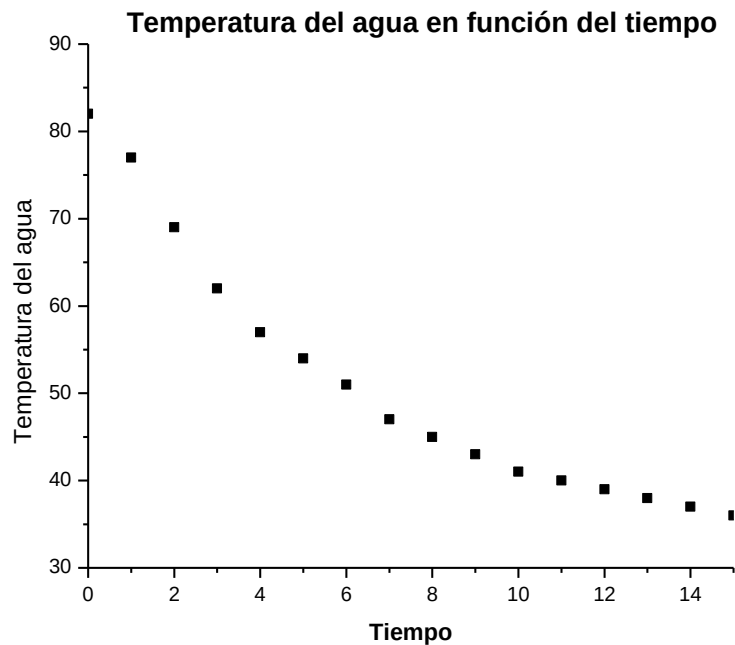


Figura 14.3 Gráfica de la temperatura del agua en función del tiempo.

Como estos datos se comportan de manera exponencial, aplicamos la función logaritmo natural a la diferencia de temperaturas entre la temperatura del cuerpo y la temperatura ambiente. La siguiente tabla muestra estos datos:

Tiempo (minutos)	$T - T_0$	$\ln(T - T_0)$
0	$82 - 25 = 57$	4.04
1	$77 - 25 = 52$	3.95
2	$69 - 25 = 44$	3.78
3	$62 - 25 = 37$	3.61
4	$57 - 25 = 32$	3.47
5	$54 - 25 = 29$	3.37
6	$51 - 25 = 26$	3.26
7	$47 - 25 = 22$	3.09

8	45-25=20	3.00
9	43-25=18	2.89
10	41-25=16	2.77
11	40-25=15	2.70
12	39-25=14	2.64
13	38-25=13	2.56
14	37-25=12	2.48
15	36-25=11	2.40

Tabla 14.2. Logaritmo de la diferencia de temperaturas en función del tiempo.

La gráfica siguiente muestra la relación entre el logaritmo natural de la diferencias de temperaturas y el tiempo.

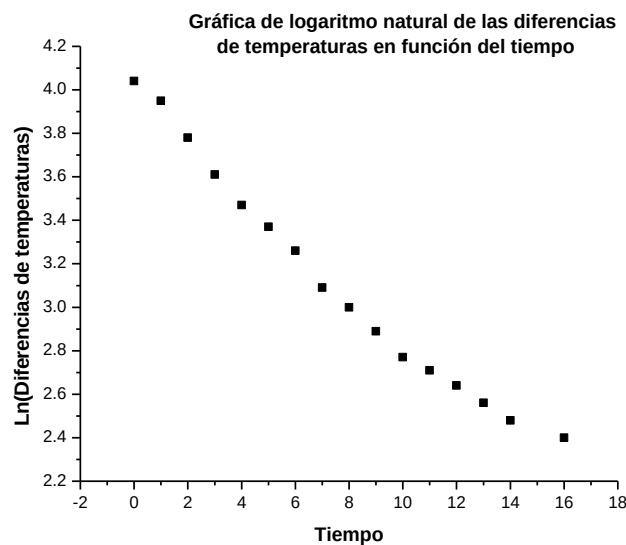


Figura 14.4 Gráfica del logaritmo de las diferencias de temperaturas en función del tiempo.

Al aplicar el método de mínimos cuadrados a estos datos para ajustar la recta, se tiene:

$$\ln(T - T_a) = 3.94247 - 0.10793 t$$

Utilizando la función exponencial a la igualdad anterior, llegamos a:

$$T - T_a = \exp(3.94247 - 0.10793 t) = \exp(3.94247) * \exp(-0.10793 t)$$

Como $\exp(3.94247) = 51.5458$ entonces:

$$T - T_0 = 51.5458 * \exp(-0.10793 t) \quad 14.2$$

Por lo que $T_0 - T_a = 51.5458$ y $k = -0.10793$.

La ecuación anterior corresponde a la curva de enfriamiento de Newton.

La gráfica siguiente muestra la recta que más se ajusta a estos datos. Se aplicó el método de mínimos cuadrados debido a que los datos no se ajustan exactamente a una recta.

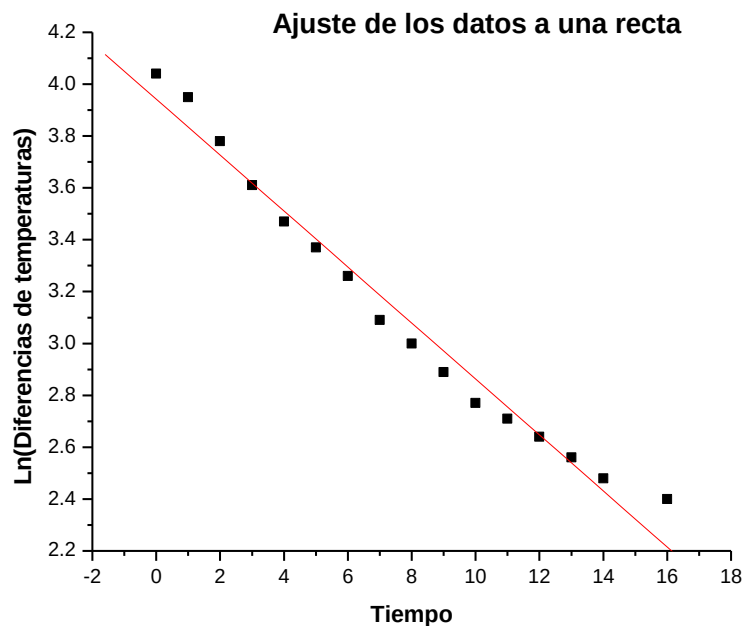


Figura 14.5. Gráfica del ajuste de los datos a una recta.

En base a la ecuación de la curva de enfriamiento obtenida, podemos calcular el tiempo que tarda el agua en alcanzar la mitad de la diferencia de temperaturas que tenía el agua en el momento de iniciar el experimento y la temperatura ambiente. Sustituyendo, se tiene:

$$\frac{T_0 - T_a}{2} = \frac{51.5458}{2} = 25.7729 = 51.5458 * \exp(-0.10793 t)$$

Despejando el tiempo, tenemos:

$$t = \frac{\ln(0.5)}{-0.10793} = 6.42 \text{ min}$$

En la tabla correspondiente vemos que este valor coincide aproximadamente con el tiempo necesario para que la diferencia de temperaturas entre la temperatura inicial del agua y la temperatura del ambiente sea igual a la mitad del valor original.

14.5.CONCLUSIONES:

- Con los datos del experimento concluimos que la curva de enfriamiento se comporta como una exponencial.
- De igual forma nos dimos cuenta que la velocidad con la que se enfría el agua es mayor cuando las diferencias de temperaturas entre la temperatura del cuerpo y la del medio ambiente, son mayores.
- Los datos del experimento coinciden con el modelo matemático que se dedujo.

14.6. VERIFICACIÓN:

- ¿De qué factores cree que dependa el valor de k ?
- Si se hace ahora el experimento con el doble de la cantidad de agua, ¿cuánto valdrá k ? ¿valdrá el doble? Si hace con el triple de la cantidad de agua, ¿valdrá el triple? Haga experimentos para comprobar estas hipótesis.
- El agua se enfría porque pierde energía en forma de calor. ¿Cuáles son las diferentes formas en que el agua pierde calor? Si evitamos que se fugue calor por una de sus formas, ¿seguirá comportándose de igual manera el enfriamiento del agua?

- Con los resultados encontrados en forma gráfica, ¿en qué tiempo la temperatura del agua alcanzará la temperatura del medio ambiente? Y en forma analítica, ¿se podrá conocer este resultado?
- ¿Cada sustancia se enfriará con la misma velocidad? Si utilizamos las mismas masas de dos sustancias diferentes, ¿se enfriarán con la misma velocidad? ¿Esa velocidad dependerá del calor específico de cada sustancia? Haga un experimento para comprobar sus hipótesis.
- ¿Para qué se utilizó el cambio de variable?
- ¿En qué consiste el método de mínimos cuadrados?
- La depreciación del precio del coche y el enfriamiento del agua con el tiempo, ¿son fenómenos similares? ¿por qué?
- En el experimento del agua se utilizó el método de mínimos cuadrados para obtener la ecuación de la recta que se obtuvo al hacer el cambio de variable. ¿Por qué se utilizó este método y no se usaron solo dos puntos de los datos, como se hizo con los datos del precio del automóvil?

15 LEY DE SNELL

15.1 OBJETIVO:

- Encontrar experimentalmente el valor del índice de refracción del acrílico.

15.5 INTRODUCCIÓN:

Un hecho cotidiano es que la luz cuando encuentra un objeto se refleja, se difunde, se absorbe o se transmite dependiendo de la naturaleza del objeto. Algunos medios como el agua o el vidrio dejan pasar la mayor parte de la luz que incide sobre ellos. A estos medios se les llama *transparentes*. La dirección de los rayos de luz se modifica al atravesar medios transparentes. Siempre que la luz atraviesa la superficie de separación de dos medios transparentes ocurre un cambio en su dirección. A este fenómeno se le denomina *refracción*. El ángulo que forma el rayo que incide sobre la superficie de separación entre dos medios transparentes y la normal a la superficie se llama ángulo de incidencia. Se dice que la normal a la superficie es la recta perpendicular a la superficie en un punto determinado. De igual forma, el ángulo formado por el rayo que emerge de la superficie de separación y la normal a esta superficie se denomina ángulo de refracción. La figura 1 muestra la refracción de un rayo de luz al pasar de un medio a otro.

La refracción explica por qué un lápiz dentro de un vaso de agua se ve torcido, o el aire sobre una estufa caliente reverbera, o las estrellas titilan.

La refracción hace que los estanques y las piscinas se vean menos profundos de lo que son. Cuando se observa un pez en un estanque, éste

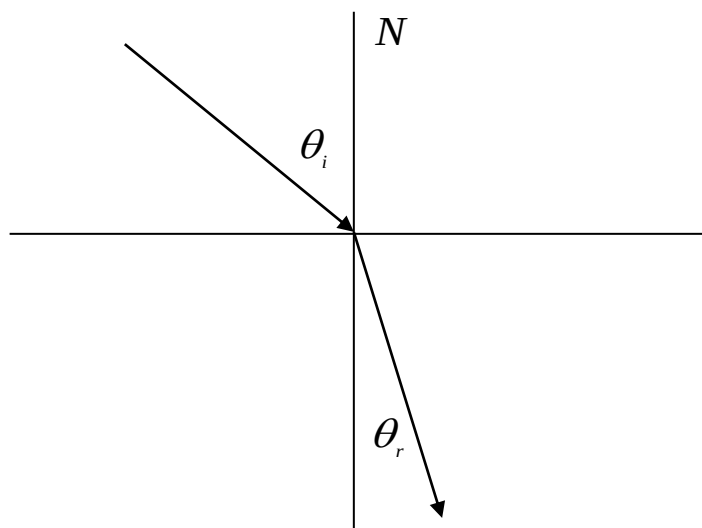


Figura 15.1 Rayo refractado al pasar de un medio a otro.

parece estar más cerca de la superficie de lo que en realidad está. Los bañistas inexpertos corren con frecuencia peligros serios porque la refracción parece que sube todos los objetos sumergidos en el agua, dando la sensación de que se encuentran menos profundos de lo que están. Son muchas las personas que confiando en esta apariencia de pequeña profundidad ponen en peligro sus vidas. Esto deben saberlo en primer lugar los niños y las personas de poca estatura, para los cuales este error puede ser fatal. Dichos efectos se deben a la refracción de la luz. La misma ley explica que una cucharilla sumergida en un vaso de agua parezca quebrada. Ciertos rayos de luz como por ejemplo un rayo de luz blanca, al refractarse dan origen a varios rayos refractados de colores diferentes, cada uno con una inclinación determinada. Muchas veces nuestro ojo no percibe este fenómeno porque los diversos rayos están muy próximos unos de otros, dando a nuestra vista una sensación de un solo color. Sin embargo en algunos medios esta separación de colores es perfectamente visible. Siempre que un rayo de luz se separa en otros colores, decimos que hubo

dispersión. La dispersión es originada por la refracción de la luz, por lo que para un par de rayos de color diferente, la refracción no será la misma; depende del color del rayo de luz. El arco iris es un ejemplo espectacular de la dispersión de la luz. La condición para que aparezca un arco iris es que el Sol brille en una parte del cielo y que esté lloviendo en la parte opuesta. Cuando el observador se coloca de espaldas al Sol, ve el espectro de colores formando un arco.

Un ejemplo interesante de la refracción de la luz es la refracción atmosférica, conocida como espejismo. Cuando hace calor, puede haber una capa de aire muy caliente en contacto con el suelo. Como las moléculas de aire caliente están más separadas, los rayos de luz sufren una desviación en esta capa que en la capa a menor temperatura. Esto hace que los rayos se curven gradualmente, produciendo la imagen de un objeto por debajo del suelo. Un conductor experimenta una situación análoga cuando viaja sobre una carretera caliente y ve agua frente a sí. El cielo parece reflejarse sobre una superficie mojada, pero en realidad la luz del cielo se está refractando a través de una capa de aire caliente. Cuando se observan imágenes temblorosas en el aire sobre un pavimento o una estufa caliente, lo que se ve es el efecto de la refracción atmosférica. El titilar de las estrellas en el cielo nocturno, se debe a la refracción de la luz al atravesar capas de aire inestables de la atmósfera. El Sol se puede observar durante varios minutos después de que en realidad ya se ha puesto. Esto se debe a que la luz se refracta en la atmósfera terrestre. Como la densidad de la atmósfera varía poco a poco, los rayos refractados se curvan gradualmente, describiendo una trayectoria curva. Lo mismo ocurre

al amanecer, así que los días duran unos cinco minutos más debido a la refracción atmosférica. Cuando el Sol está cerca del horizonte, los rayos provenientes del borde inferior se curvan más que los rayos del borde superior. Esto hace que el diámetro vertical se acorte y que el Sol parezca tener forma elíptica en vez de redonda. Lo mismo pasa con la Luna.

Analizando la dirección del rayo incidente y del rayo refractado, se llega a:

- 1.- El rayo incidente, el refractado y la normal se encuentran en un mismo plano.
- 2.- Para un par de sustancias transparentes y un rayo de luz de un solo color, el producto del índice de refracción del medio del rayo incidente multiplicado por el seno del ángulo de incidencia es igual al producto del índice de refracción del medio del rayo refractado multiplicado por el seno del ángulo de refracción. Es decir:

$$n_i \text{Sen} \theta_i = n_r \text{Sen} \theta_r \quad 15.1$$

Estas dos conclusiones se conocen como leyes de refracción. Fueron descubiertas experimentalmente en 1621 por Snell. Por ello estas leyes se conocen como Leyes de Snell.

El índice de refracción depende de la naturaleza de la sustancia. En virtud de esto, se usa a menudo para identificar las sustancias. Otra característica del índice de refracción es que siempre es mayor o igual a uno. Por definición, el índice de refracción del vacío es igual a uno. Por ello, todos los índices de refracción de las demás sustancias son mayores que uno. Por razones prácticas, el índice de refracción del aire se considera igual a uno, pero estrictamente hablando, ese no es su valor.

Cuando un rayo pasa de un medio de menor índice de refracción a otro de mayor, el rayo refractado se acerca a la normal, es decir, el ángulo de refracción será menor que el ángulo de incidencia. Para el caso contrario, el rayo se alejará de la normal por lo que el ángulo refractado será mayor que el de incidencia. Sin embargo, llegará un ángulo de incidencia para el cual el ángulo del rayo refractado será de 90 grados. La luz, en este caso, emergerá tangencialmente a la superficie refractora. El ángulo de incidencia para el cual el ángulo de refracción es de 90 grados, se le conoce como Ángulo Crítico. Para ángulos de incidencia mayores que el ángulo crítico, el rayo incidente no se refractará, experimentará una reflexión total interna. El ángulo crítico se puede calcular por medio de la siguiente expresión:

$$\theta_c = \text{Seno}^{-1}(n_r / n_i) \quad 15.2$$

El ángulo crítico del vidrio es de alrededor de 43 grados, según sea el tipo de vidrio considerado. Esto significa que, dentro del vidrio, los rayos de luz que se alejan a más de 43 grados de la normal a una superficie, sufrirán una reflexión total interna al incidir en dicha superficie. Por ejemplo, en los prismas de binocular, los rayos que inciden sobre la superficie posterior a 45° , experimentan una reflexión total interna. Permanecerán dentro del prisma hasta que incidan sobre una superficie a un ángulo entre 0 y 43 grados de la normal.

La reflexión interna total es, como su nombre lo indica, total; es decir, al 100%. Un espejo plateado refleja sólo entre el 90 y el 95% de la luz incidente y se ve afectado por el polvo y la tierra; los prismas son más eficientes. A esto se debe, principalmente, que se

usen en vez de los espejos en la construcción de muchos instrumentos ópticos.

El ángulo crítico del diamante es de 24.6 grados, menor que el de todas las sustancias conocidas. Esto significa que cuando entra luz en un diamante, lo más probable es que se refleje internamente en forma total. Todo rayo de luz que incida sobre una superficie a un ángulo superior a 24.6 grados respecto de la normal en el interior de un diamante, permanecerá dentro del diamante por reflexión interna total. En un diamante pulido, la luz que entra por una de las facetas experimenta en general varias reflexiones internas totales sin perder intensidad antes de emerger por otra faceta en otra dirección. Por eso un diamante emite destellos inesperados. El hecho de que el ángulo crítico sea pequeño y que la luz se refracte en forma pronunciada produce una gran dispersión y una amplia gama de colores. Los colores de un diamante son muy brillantes.

La reflexión interna total es el principio del funcionamiento de las fibras ópticas. Como su nombre indica, estas fibras transparentes transportan luz de un lugar a otro como las tuberías de agua. La luz en su interior sufre varias reflexiones internas totales como si una bala rebotara en una tubería de acero. Las fibras ópticas sirven para llevar luz a sitios inaccesibles. Penetrando la luz en un extremo debido a las curvaturas apropiadas del tubo y reflejándose totalmente en forma sucesiva, toda la luz que penetra emerge en el otro extremo. Los médicos y los dentistas usan tubos como estos para iluminar ciertas cavidades de nuestro cuerpo que de otro modo no podrían verse. Los mecánicos y los maquinistas las usan para ver el interior de los motores que reparan y los médicos se valen de ellas para ver el interior del cuerpo de sus pacientes.

La naturaleza hace uso de las fibras ópticas en el pelaje de un oso polar. Los pelos del oso polar son en realidad fibras ópticas transparentes que captan la luz ultravioleta. El pelaje del oso se ve blanco porque los pelos son huecos y la luz visible se refleja sobre sus ásperas superficies internas. La energía radiante de frecuencias superiores viaja por la fibra hasta llegar al animal, la cual absorbe muy eficientemente toda la energía solar que recibe.

Las fibras ópticas son importantes en la comunicación. En muchas ciudades, los gruesos, voluminosos y caros cables de cobre han sido reemplazados por delgadas fibras de vidrio capaces de transportar miles de mensajes telefónicos simultáneamente entre dos grandes centros de conmutadores. Debido a que la longitud de onda de la luz visible es pequeña, puede llevar más información que las vibraciones de una corriente eléctrica. Las fibras ópticas están sustituyendo poco a poco los circuitos eléctricos en la tecnología de la comunicación.

En un día caliente es muy común, al viajar en automóvil, que veamos la calle como si estuviese mojada. La luz próxima a la tierra, pasa de capas de aire superiores más frías hacia capas más calientes rarificadas que están próximas a la calle. Teniendo el aire caliente menor índice de refracción, el rayo luminoso se va alejando de la normal hasta experimentar reflexión total. De este modo la luz penetra en nuestros ojos como si viniese de un punto bajo la calle. El observador por experiencia sabe que el agua puede reflejar la luz del cielo y concluye incorrectamente que existe agua en la calle. Una imagen que se forma de esta manera se llama espejismo.

15.3 MATERIAL:

1 Regla.

1 Transportador.

2 Alfileres con cabeza.

1 Acrílico en forma de media luna o semicircular.

15.5 DESARROLLO:

- a) Dibuje una línea en el centro de la parte plana del acrílico.
- b) Sobre la hoja de papel que se encuentre en un cuaderno, dibuje un plano cartesiano y marque de 5 en 5, grados líneas que vayan hacia el origen del plano cartesiano. La hoja de papel debe estar en el cuaderno para que puedan encajarse los alfileres.
- c) Coloque el acrílico sobre la hoja de papel haciendo coincidir la superficie plana con el eje de las abscisas. De igual forma, debe coincidir la línea que se encuentra en el centro del acrílico con el origen del plano cartesiano.
- d) Coloque un alfiler en el extremo de la línea que corresponde a los primeros 5 grados. A través del acrílico busque el lugar donde coincida la línea del centro del acrílico y el alfiler que colocó. Una vez localizado el punto donde coincide la línea del acrílico y el alfiler, coloque el otro alfiler. A través del acrílico se observará que los tres puntos coinciden en una línea recta, pero si observamos por la parte de arriba del acrílico, notaremos que no es una línea recta. Esto es debido a que el acrílico desvía los rayos que vienen del primer alfiler.
- e) Haga el mismo procedimiento para cada una de las líneas que marcan los grados de 5 en 5. La figura siguiente muestra una fotografía de las líneas que corresponden a los rayos incidentes y los refractados.

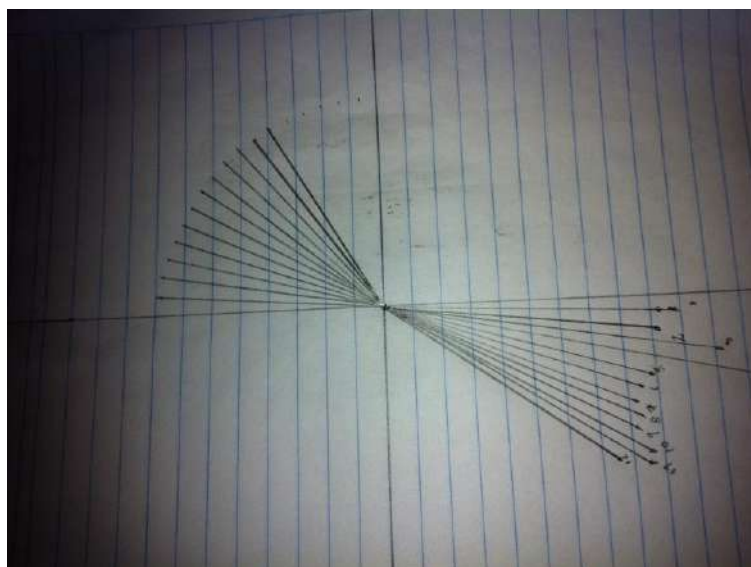


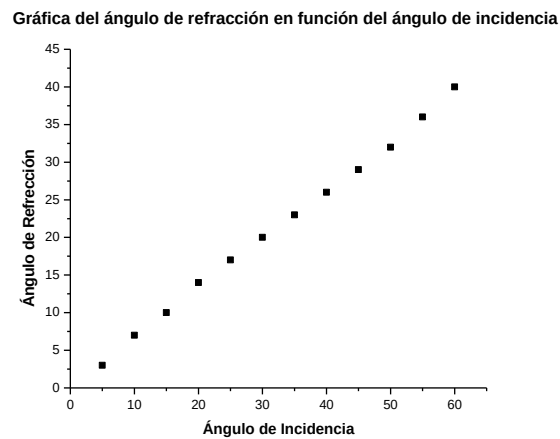
Figura 15.2 Rayos incidentes y refractados.

La siguiente tabla muestra los datos de los ángulos de los rayos incidentes y refractados obtenidos en el experimento.

θ_i (grados)	θ_r (grados)
5	3
10	7
15	10
20	14
25	17
30	20
35	23
40	26
45	29
50	32
55	36
60	40

Tabla 15.1 Ángulo de refracción en función del ángulo de incidencia.

La gráfica de la figura 15.2 muestra la gráfica del ángulo de refracción en función del ángulo de incidencia.



Gráfica 15.1. Ángulo de refracción en función del ángulo de incidencia.

Aplicando la función seno a los ángulos de incidencia y de refracción, obtenemos los datos que se muestran en la siguiente tabla:

Seno(Ángulo de Incidencia)	Seno(Ángulo de refracción)
0.0872	0.0523
0.1736	0.1219
0.2588	0.1736
0.3420	0.2419
0.4226	0.2924
0.5000	0.3420
0.5736	0.3707
0.6428	0.4384
0.7071	0.4848
0.7660	0.5299
0.8192	0.5878

0.8660	0.6428
--------	--------

Tabla 15.2 Seno del ángulo de refracción en función del seno del ángulo de incidencia.

La gráfica del seno del ángulo de refracción en función del seno del ángulo de refracción, se muestra en la siguiente figura.

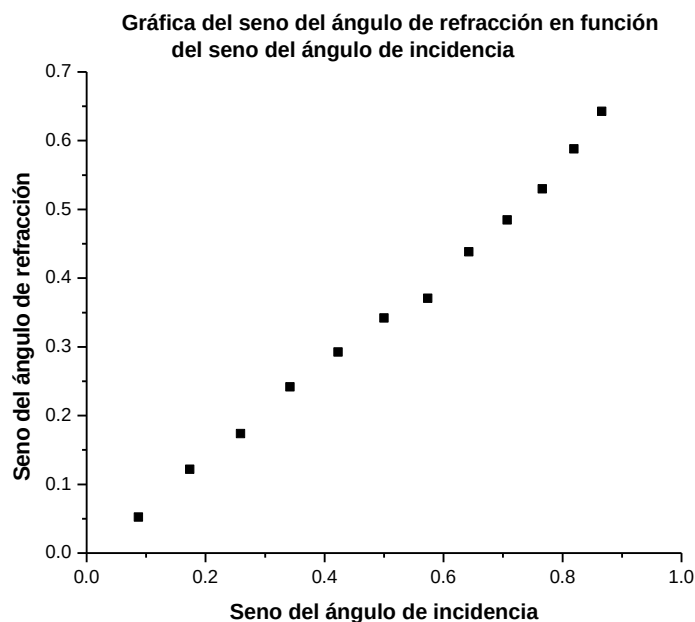


Figura 15.4 Gráfica del seno del ángulo de refracción en función del seno del ángulo de incidencia.

Al aplicar el método de mínimos cuadrados a los datos del seno del ángulo de refracción en función del seno del ángulo de incidencia se tiene:

$$\text{Seno}(\theta_r) = 0.7231 * \text{Seno}(\theta_i) - 0.01291$$

Por lo tanto, el índice de refracción del acrílico es igual al el inverso de la pendiente de la recta de la ecuación anterior, es decir:

$$n_{\text{acrílico}} = \frac{1}{0.7231} = 1.3829$$

La gráfica de la recta que se ajusta a los datos del seno del ángulo de refracción en función del seno del ángulo de incidencia, se muestra en la siguiente figura:

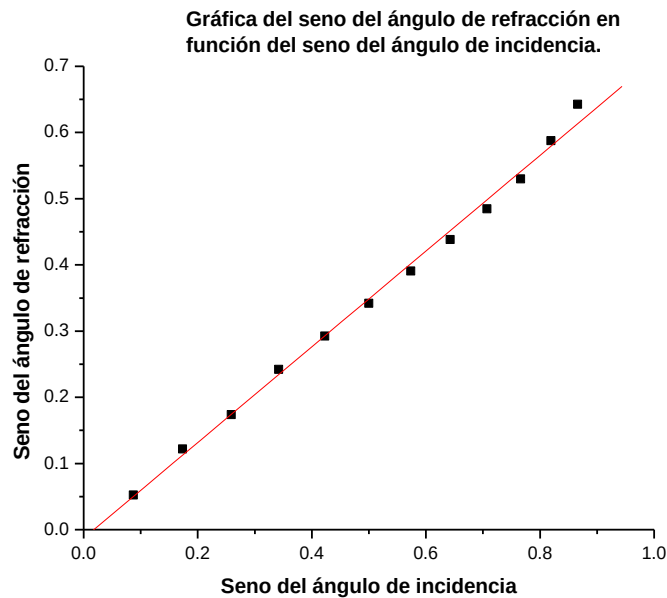


Figura 15.5 Recta que ajusta a los datos del seno del ángulo de refracción en función del seno del ángulo de incidencia.

En la literatura observamos que el índice de refracción del acrílico igual a 1.49.

Calculando el error, se tiene:

$$\%Error = \frac{1.49 - 1.3829}{1.49} * 100\% = 7.19\%$$

15.5 CONCLUSIONES:

- El índice de refracción se obtuvo ajustado la recta del seno del ángulo de refracción en función del seno del ángulo de incidencia. Aunque esta gráfica no se ajusta muy bien a una recta, consideramos que es un valor muy próximo al valor real del índice de refracción del acrílico a que hubo sólo un 7.19%.

- Esta práctica se puede hacer con cualquier material transparente, solo se tiene que dar una forma de media luna o de semicírculo.
- Vemos que efectivamente un rayo que pasa de un medio con índice de refracción menor a uno de mayor, el rayo se acerca a la normal.
- La práctica utiliza material de bajo costo.
- También se puede usar una caja de Petri en forma semicircular para poder experimentar con varios líquidos. Así, es posible encontrar el índice de refracción de cualquier líquido.

15.6 VERIFICACIÓN

- Enuncie la ley de Snell.
- Establezca el concepto de ángulo crítico.
- ¿Qué es la reflexión total interna?
- Establezca las reglas de las leyes de la refracción.
- En qué instrumentos ópticos se aplica la ley de Snell.
- Para qué se aplicó el cambio de variable a los datos del ángulo de refracción en función del ángulo de incidencia.
- ¿Qué significado físico tiene la pendiente de la recta que se obtuvo al ajustar los datos del seno del ángulo de refracción en función del seno del ángulo de incidencia?
- ¿Qué significado físico tiene el término independiente o la ordenada al origen que se obtuvo al ajustar los datos del seno del ángulo de refracción en función del seno del ángulo de incidencia.

16 ANEXO

Cuando un conjunto de datos se asemeja a una recta, la recta debe ajustarse a los puntos de manera que la suma de las distancias de estos puntos hasta la recta sea mínima, en donde la distancia se mide en dirección vertical. El uso de la distancia vertical se justifica por el hecho de que la abscisa es una variable independiente, cuyos valores se seleccionan al principio del experimento y que deseamos estimar valores de la ordenada que corresponden a valores dados de las abscisas.

Las ecuaciones que determinan la pendiente y de la ordenada al origen que más se acerca a los datos experimentales, son:

$$m = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2} \quad y \quad b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n x_i y_i \sum_{i=1}^n x_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2}$$

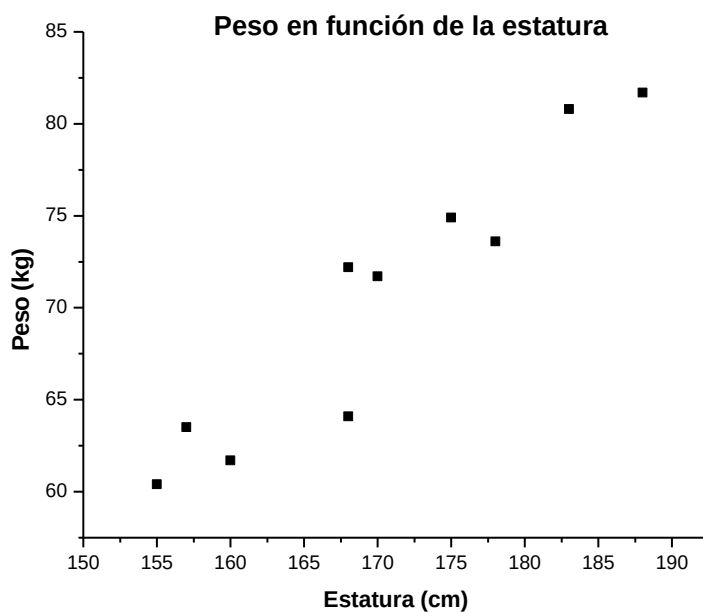
A manera de ejemplo, suponga que se tienen los datos de la estatura de estudiantes con su respectivo peso. La siguiente tabla muestra el peso de los estudiantes en función de su estatura.

Estatura (cm)	Peso (kg)
155	60.4
157	63.5
160	61.7
168	64.1

168	72.2
170	71.7
175	74.9
178	73.6
183	80.8
188	81.7

Tabla del peso de los estudiantes en función de la estatura.

Para ver si estos datos se comportan como una recta, hagamos su gráfica.



Gráfica del peso de los estudiantes en función de su estatura.

Como podemos observar, los datos se comportan como una recta, por lo que vamos a encontrar la recta que más se ajusta por el método de mínimos cuadrados.

	Estatura (cm)	Peso (kg)	E*P	E ²
	155	60.4	9 362.0	24 025
	157	63.5	9 969.5	24 649
	160	61.7	9 872.0	25 600
	168	64.1	10 768.8	28 224
	168	72.2	12 129.6	28 224
	170	71.7	12 189.0	28 900
	175	74.9	13 107.5	30 625
	178	73.6	13 100.8	31 684
	183	80.8	14 786.4	33 489
	188	81.7	15 359.6	35 344
Total	1 702.0	704.6	120 645.2	290 764.0

Tabla de sumas de Estaturas y pesos.

Sustituyendo en las ecuaciones para la pendiente de la recta y la ordenada al origen, tenemos:

$$m = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2} = \frac{(10)(120\,645.2) - (1\,702.0)(704.6)}{(10)(290\,764.0) - (1\,702.0)^2} = 0.66656 \text{ kg/cm}$$

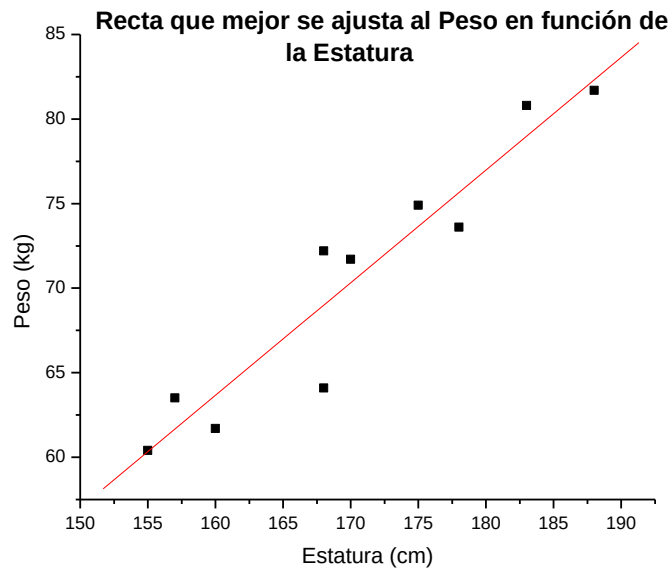
Y para la ordenada al origen tenemos:

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n x_i y_i \sum_{i=1}^n x_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2} = \frac{(290\,764.0)(704.6) - (120\,645.2)(1\,702)}{(10)(290\,764.0) - (1\,702.0)^2} = -42.9878 \text{ kg}$$

En consecuencia, la ecuación de la recta que más se ajusta a estos datos es:

$$P = E * 0.66656 \text{ kg/cm} - 42.9878 \text{ kg}$$

La recta que mejor se ajusta a estos datos se muestra graficada en la siguiente figura.



Gráfica de la recta que mejor se ajusta a los datos del Peso en función de la estatura.

17 BIBLIOGRAFIA:

- Alonso, M. y Finn, E. J. (1976) *Física, Vol. I: Mecánica*. México, D.F.: Fondo Educativo Interamericano, S. A.
- Beltrán V. y Braun E. (1975) *Principios de Física*. México, D. F.: Trillas.
- Bueche, F. J. (1990) *Física General*. México, D. F.: McGraw-Hill.

- Bueche, F. J. (1987) *Física para Estudiantes de Ciencias e Ingeniería. Tomo I*. México, D. F.: McGraw-Hill.
- Fuller, G. (1975) *Geometría Analítica*. México, D. F.: CECSA.
- Goncálvez De Alvarenga, B. y Máximo Ribeiro Da Luz, A. (1986) *Física General*. México, D. F.: HARLA.
- Guerra V. C. y Sotelo G. H. (1979) *Manual de laboratorio de Física para Maestros*. México, D. F.: Trillas.
- Hewitt, P. (1995) *Física Conceptual*. México, D.F.: Addison-Wesley Iberoamericana.
- Meiners, H. F., Eppenstein, W. y Moore, K. H. (1980) *Experimentos de Física*. México, D. F.: LIMUSA.
- Mochón, S. (2000) *Modelos Matemáticos para Todos los Niveles*. México, D. F.: Grupo Editorial Iberoamericana S. A.
- Oda, B. (1977) *Laboratorio de Física General*. México, D. F.: Facultad de Ciencias, UNAM.
- Oda, B. (1987) *Introducción al Análisis Gráfico de Datos Experimentales*. México, D. F.: Facultad de Ciencias, UNAM.
- Resnick, R. y Halliday, D. (1980) *Física. Vol. I*. México, D.F.: CECSA.
- Sears, F. W., Zemanzky, M. y Young, H. D. (1988) *Física Universitaria*. México, D.F.: Addison-Wesley Iberoamericana.
- Serway, R.A. (1985) *Física*. México, D.F.: Interamericana.
- Tipler, P. A. (1995) *Física*. México, D.F.: Reverté.
- Tippens, P. E. (1978) *Física, Conceptos y Aplicaciones*. México, D.F.: McGraw-Hill.
- White, H. E. (2013) *Física Moderna*. México, D.F.: McGraw-Hill.

- Wooton, W., Beckenbach, E. y Fleming F. (1978) Geometría Analítica Moderna. México, D.F.: Publicaciones Cultural.