“Un sistema para resolver problemas de Hidrostática e Hidrodinámica”

Guillermo Becerra Córdova
Universidad Autónoma Chapingo
Dpto. de Preparatoria Agrícola
Área de Física
gllrmbecerra@yahoo.com

Temática general: Educación media superior (bachillerato).

Eje transversal: Innovación y calidad educativa.

Tipo de ponencia: Reporte de investigación

Resumen

En los cursos de Física, donde se incluya el tema de fluidos, la Hidrostática y la Hidrodinámica son parte esencial para explicar su comportamiento. Dentro de la Hidrostática se contemplan los principios de Pascal y de Arquímedes y dentro de la Hidrodinámica la Ecuación de Continuidad y la de Bernoullí explican movimiento de los fluidos. Estos temas son de carácter teórico-práctico. La solución de problemas es esencial dentro de las actividades contempladas en la parte teórica. Los problemas consisten en proporcionar ciertos datos para obtener los valores de las variables, por medio de las ecuaciones que describen el comportamiento de un fluido. El número de datos y de incógnitas, depende del tema que se trate. En este trabajo se presenta un sistema que resuelve problemas de Hidrostática e Hidrodinámica. Para cada tema, el sistema desplegará un conjunto de variables las cuales el usuario podrá escoger las que vayan a utilizarse como datos y las que vayan a considerarse como incógnitas. Después de introducir los valores de los datos del problema correspondiente, el sistema calculará los valores de las incógnitas. En cada caso, el sistema indicará el número mínimo de datos que debe introducir el usuario para que pueda ser resuelto un problema. El objetivo del proyecto es que el usuario pueda comparar los resultados obtenidos al resolver un problema de Hidrostática o Hidrodinámica, con los resultados calculados por el sistema.

Palabras clave: Hidrostática, Hidrodinámica, Pascal, Arquímedes, Bernoulli.

INTRODUCCION:

Llamamos fluido a toda aquella sustancia que no ofrezca resistencia a cambiar de forma. Las partículas que forman los fluidos pueden cambiar de posición fácilmente y esto es lo que les da la propiedad que tienen los fluidos. Por esta misma razón un fluido adopta la forma de cualquier superficie sólida con la que se ponga en contacto. Los fluidos pueden ser clasificados en líquidos y gases. Los líquidos poseen un volumen definido; los gases ocupan todo el volumen del recipiente que los contiene. Los líquidos son incompresibles, es decir, permanece constante su volumen. Los gases, por el contrario, pueden ser reducidos a volúmenes menores o mayores, es decir, son compresibles. Sin embargo, en la naturaleza no existen líquidos perfectos ya que no son del todo incompresibles. Para fines prácticos es compresibilidad se desprecia ya que no introduce un error grande en problemas relacionados con los líquidos (Beltrán y Braun, 1975: 105).

1. MARCO TEÓRICO

1.1 Principio de Arquímedes

Un cuerpo al estar sumergido en un líquido experimenta una aparente pérdida de peso. Es decir, un objeto sumergido en un líquido puede ser levantado mucho más fácilmente que cuando está fuera de él. Esto se debe a que cuando el objeto está sumergido, el líquido ejerce una fuerza hacia arriba. Esta fuerza debida al fluido se llama Empuje.

Si el peso del objeto es mayor que el empuje, el objeto se hundirá. Si el peso es igual al empuje, el objeto permanecerá en el mismo nivel. Si el peso es menor que el empuje, el objeto flotará. La relación entre el Empuje y el peso del líquido desplazado fue descubierta por el filósofo griego Arquímedes y establece que (Hewitt, 1995: 299):

"El empuje es igual al peso del fluido desplazado por el cuerpo que se encuentra inmerso en él"

Este principio es válido para líquidos y para gases, que son los que constituyen los fluidos. El peso de un fluido depende, entre otros factores, de su densidad. La densidad es el cociente de la masa de un cuerpo entre el volumen que ocupa. La densidad es un parámetro que indica si un cuerpo puede flotar en un determinado fluido. Si un cuerpo es más denso que el fluido en el que está inmerso, el objeto se hundirá. Si un objeto es menos denso que el fluido en el que está inmerso, el objeto flotará. Si ambas densidades son iguales, el objeto se hundirá a cualquier profundidad (Buche, 1990: 129).

1.2 Presión en un líquido

La presión es la fuerza dividida entre el área sobre la que se ejerce. La presión que ejerce un bloque sobre una superficie horizontal es el peso del bloque dividido entre el área del bloque que se encuentra en contacto con la superficie. Lo mismo sucede con la presión que ejerce un líquido sobre el fondo del recipiente que lo contiene. El peso de un líquido y por lo tanto la presión que puede ejercer, dependen de su densidad. Así, para líquidos que tengan la misma densidad, la presión será mayor en el fondo del líquido que tenga mayor profundidad. La presión que ejerce un líquido es proporcional a la profundidad. A mayor profundidad, mayor presión. La presión que ejerce un líquido no sólo depende de su profundidad, también depende de su densidad. Para dos puntos situados a la misma profundidad en diferentes líquidos, la presión que se ejerza será mayor para el líquido con mayor densidad. Así, la presión que ejerza un líquido es proporcional a su densidad. A mayor densidad, mayor presión. La ecuación que relaciona la presión con la densidad de un líquido y la profundidad a la que se encuentra un punto situado en él, es igual a (Beiser, 1991:168):

$$p = \rho\, h\, g \tag{1}$$

Donde: p es la presión ejercida por el fluido, ρ la densidad del fluido y h la profundidad.

1.3 Principio de Pascal y de Multiplicación de Fuerzas

Cuando aumenta la presión que ejerce un fluido sobre las paredes del recipiente que lo contiene, ese aumento se transmite íntegramente a todas las regiones del fluido y actúa en todas direcciones. Este principio se le conoce como Principio de Pascal.

Si tomamos dos recipientes que se encuentren unidos por un conducto y le vaciamos un líquido, observaremos que los niveles del líquido en ambos recipientes, serán iguales.

Esto nos indica que ambas presiones en el fondo de los recipientes, también serán iguales. Sin embargo, si aplicamos una fuerza en un pistón de cualquiera de los recipientes, es necesario que se le aplique una fuerza en el pistón del otro recipiente para que se mantengan los niveles del líquido a la misma altura. La experiencia nos ha mostrado que si las áreas de ambos pistones son diferentes, las fuerzas aplicadas también serán diferentes. Sin embargo, al dividir la fuerza ejercida en ambos pistones entre sus respectivas áreas de aplicación, observamos que el cociente en ambos casos es igual. Esto nos indica que para que ambos niveles permanezcan a la misma altura, la presión ejercida en la superficie de los líquidos debe ser igual. Esto es consecuencia del Principio de Pascal.

Como la presión en ambas superficies del líquido debe ser igual y la presión es igual al cociente de la fuerza entre el área de la superficie donde se aplica la fuerza (Beiser, 1991: 167), entonces la ecuación siguiente establece la relación entre las fuerzas y las áreas.

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \tag{2}$$

Esta ecuación es conocida como el Principio de Multiplicación de Fuerzas y nos indica que si las áreas son diferentes, entonces las fuerzas que se aplican a las superficies del líquido,

también serán diferentes. En consecuencia, si el área de una superficie es mucho mayor que la otra, la fuerza que se ejerza sobre la superficie de área mayor, debe ser mucho más grande que la fuerza que se ejerza sobre la superficie de área menor para que las presiones en ambas superficies permanezcan iguales. Por ejemplo, una persona que se coloque en la superficie de menor área puede equilibrar el peso de un automóvil, siempre y cuando la relación entre las áreas de las superficies sea igual a la relación entre los pesos.

1.4 Ecuación de Continuidad

Cuando un fluido que llena un tubo se mueve a lo largo de él con velocidad promedio v, el flujo o descarga Q se define como:

$$Q = vA \qquad 3$$

Donde A es el área de la sección transversal del tubo y v es la velocidad promedio del fluido en el tubo.

Supongamos que un fluido llena un tubo y fluye a través de él. Además, suponga que el área de la sección transversal del tubo en un punto es A_1 y A_2 en otro punto. Si el fluido no puede cruzar las paredes del tubo y no hay ni "fuentes" ni "sumideros" donde el flujo fuese creado o destruido en el interior del tubo, la masa que cruza cada sección del tubo por unidad de tiempo debe ser siempre la misma. En particular el flujo en un punto debe ser igual al flujo en otro punto en el tubo mostrado en la figura 2. En otras palabras:

$$v_1 A_1 = v_2 A_2 \qquad 4$$

Donde v_1 y v_2 son las velocidades promedio del fluido en A_1 y A_2, respectivamente. Esta ecuación es conocida como E*cuación de Continuidad* (Resnick y Halliday, 1980: 401).

1.5 Ecuación de Bernoulli

En un fluido hay tres tipos de energía: la energía cinética debida al movimiento, la energía potencial debida a la presión y la energía potencial gravitacional debida a la altura a la que se encuentra con respecto a un sistema de referencia (Hewitt, 1995: 319).

La energía cinética debida al movimiento del fluido, está expresada en la forma siguiente:

$$E_c = \rho v^2 / 2 \qquad 5$$

Donde: ρ es la densidad del fluido y v es su velocidad.

La energía potencial debida a la presión, se expresa matemáticamente:

$$E_p = p \qquad 4$$

Donde p es la presión sobre el fluido.

La energía potencial gravitacional, se expresa por medio de la siguiente ecuación:

$$E_g = \rho g h \qquad 6$$

Donde ρ es la densidad del fluido, g es la aceleración de la gravedad y h es la altura a la que se encuentra el fluido.

La energía total de un fluido está dada por la suma de estas tres energías:

$$E_{total} = \rho v^2 / 2 + \rho g h + p \qquad 7$$

Daniel Bernoulli estableció que en un fluido ideal, al que ni se añade ni se resta energía, la suma de estas formas de energía permanece constante (Serway, 1985: 325):

$$\rho v^2 / 2 + \rho g h + p = Cons \qquad 8$$

Es decir, en dos puntos distintos de un fluido la energía total del fluido permanece constante. La figura 2 muestra dos puntos diferentes de un fluido. En cada punto de la figura se pueden tener diferentes energías cinéticas, gravitacionales y de presión, pero la

suma de todas ellas debe permanecer constante. En otras palabras, la energía cinética, la energía potencial debida a la presión y la energía potencial gravitacional debida a la elevación pueden cambiar de un punto a otro, pero su suma debe permanecer constante. Por consiguiente:

$$1/2\ \rho\ v_1^2/2 + \rho\ g\ h_1 + p_1 = 1/2\ \rho v_2^2 + \rho\ g\ h_2 + p_2 \qquad 9$$

Esta ecuación es conocida como ecuación de Bernoulli. La ecuación de Bernoulli es consecuencia del principio de conservación de la energía. Esta ecuación se puede usar en la forma dada si las pérdidas de energía causadas por la viscosidad son pequeñas comparadas con las demás energías y esto ocurre en una considerable cantidad de problemas cotidianos donde la velocidad del fluido no es muy pequeña (Tipler, 1995: 351).

2. RESULTADOS

En la figura 3 se muestra la ventana principal del sistema que se elaboró como resultado del proyecto.

Figura 3. Ventana principal del sistema.

En ella se muestran cuatro botones de comando. Uno de ellos corresponde al tema de **Hidrostática**, el otro al tema de **Hidrodinámica** y la opción **Salir**. Al escoger la opción **Hidrostática** aparecerá otra ventana como la mostrada en la figura 4.

Figura 4. Hidrostática.

Al escoger la opción **Principio de Pascal** aparecerá otra ventana como la mostrada en la figura 5. En ella se presentan las opciones **Prensa Hidráulica** y **Presión Hidrostática**.

Figura 5. Prensa Hidráulica y Presión Hidrostática.

Al escoger la opción **Prensa Hidráulica** aparecerá otra ventana como la mostrada en la figura 6.

Figura 6. Prensa Hidráulica.

Esta parte del sistema calcula el área o la fuerza a la que debe someterse una prensa hidráulica para que las presiones en las superficies del líquido en ambos recipientes sean

iguales. La figura 6 muestra 4 variables, dos para introducir los valores de las fuerzas y dos para introducir los valores de las áreas. La fuerza y el área 1 no tienen cuadros de opción, son los datos que tiene que introducir el usuario. La fuerza y el área 2 tienen dos cuadros de opción que sirven para escoger cuál de las dos va a ser utilizada como dato. En consecuencia, la variable restante no debe marcarse, ya que corresponde a la incógnita de problema. Después de que el usuario introduzca los datos y de escoger la incógnita, al hacer clic en el botón **Resolver**, el sistema calculará el valor de la incógnita escogida. El sistema tiene la particularidad de poder introducir los datos en Newton o en Dinas para la fuerza y para el área, en metros o centímetros cuadrados. La respuesta estará dada en Newton o en metros cuadrados dependiendo la incógnita.

A manera de ejemplo, supongamos que en una Prensa Hidráulica el valor de la fuerza que se aplica en una de las superficies es igual a 75 N y el área es de 300 cm^2. Si queremos conocer el valor de la fuerza que se aplica en la otra superficie de la prensa, debemos introducir su área. Supongamos que es igual a 20 cm^2. La figura 7 muestra el valor de la fuerza después de hacer clic sobre el botón **Resolver**.

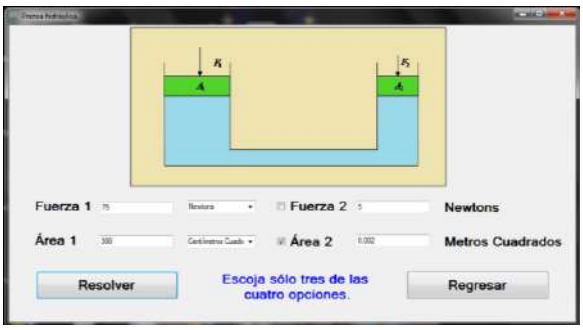

Figura 7. Ejemplo del uso del programa Prensa Hidráulica.

Observamos que sólo se necesita una fuerza de 5 N para que las presiones en ambas superficies sean iguales. Se requiere una fuerza muy pequeña porque el área donde se

ejerce la fuerza también es muy pequeña. Esta cualidad es la que caracteriza a las prensas hidráulicas. El usuario podrá utilizar el sistema para conocer el valor de la fuerza o del área. Si en la figura 5 el usuario escoge la opción **Presión Hidrostática**, el sistema desplegará una ventana como la mostrada en la figura 8.

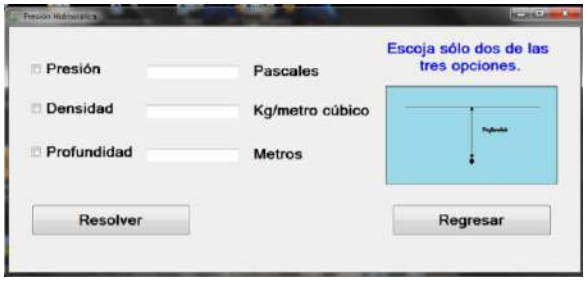

Figura 8. Presión Hidrostática.

Esta parte del sistema calcula la presión, la densidad o la profundidad en un líquido conociendo dos datos del problema. Los cuadros de opción sirven para identificar los datos. Si están marcados identifican los datos y los cuadros no marcados, las incógnitas. Se requieren marcar dos variables para que el sistema pueda resolver un problema. Como ejemplo, calculemos la presión ejercida por un líquido como el agua a una profundidad de 3 metros. La densidad del agua es de 1000 Kg/m^3. Con estos datos el sistema calculará la presión ejercida por el líquido a esa profundidad. La figura 9 muestra los datos que se introdujeron y su respectivo valor de la presión después de hacer clic sobre el botón **Resolver**.

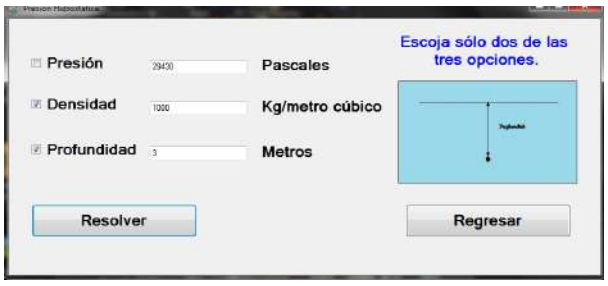

Figura 9. Ejemplo de Presión Hidrostática.

Observe que la presión que ejerce el líquido es de 29 430 N, la cual se obtuvo multiplicando la densidad del líquido por la profundidad y, finalmente, por la gravedad. El usuario podrá escoger cualquiera de las variables como incógnita y el resto como datos.

Si en la figura 4 el usuario escoge la opción **Principio de Arquímedes**, el sistema desplegará una ventana como la mostrada en la figura 10.

Figura 10. Principio de Arquímedes.

Esta ventana presenta 9 variables de las cuales el usuario podrá elegir 3 o 4 como datos. El resto de las variables se considerarán como incógnitas. Si se escogen solo 3 variables como datos, el sistema calculará sólo 3 o 6 incógnitas de las variables restantes. Eso dependerá de las variables que se escojan como datos y de los valores de los datos. Si se escogen 4 variables como datos, el sistema calculará las 5 incógnitas restantes. El número de datos que se pueda introducir depende del problema que se trate. Cada variable tiene especificada su respectiva unidad. Como ejemplo de uso del sistema, supongamos que una pieza de vidrio pesa 24.5 N en el aire y 14.7 N en el agua. Calcule la densidad del vidrio y el empuje que experimenta. La densidad del agua es de 1000 kg/m^3.

Para resolver el problema debemos introducir el peso del vidrio en el aire, en el agua y la densidad del agua. La siguiente figura muestra los datos y los resultados calculados por el sistema.

Figura 11. Ejemplo relacionado con el Principio de Arquímedes.

Como se puede observar en la figura 11, el empuje es igual a 9.8 N. El empuje se obtiene restando el peso real al peso aparente. Con el valor del empuje se puede calcular la masa del líquido desalojado, dividiendo el valor de la aceleración de la gravedad. El volumen del líquido desalojado es igual a la masa del líquido dividida entre su densidad. Por otra parte, como el peso aparente es mayor que cero, esto implica que todo el cuerpo se encuentra sumergido. En consecuencia, el volumen del cuerpo es igual al volumen del líquido desalojado. Con el volumen y la masa del cuerpo, se puede calcular su densidad, que es igual a 2500 kg/m^3.

Si en la figura 4 el usuario escoge la opción **Hidrodinámica**, el sistema desplegará una ventana como la mostrada en la figura 12.

Figura 12. Hidrodinámica.

Esta ventana presenta 8 variables de las cuales el usuario podrá elegir 6 para considerarlas como datos. El resto de las variables se tomarán como incógnitas. Cada variable tiene especificada su respectiva unidad. Este tema está basado en la Ecuación de Continuidad y la Ecuación de Bernoulli.

Como ejemplo de este sistema, supongamos que en un tubo horizontal se tienen dos secciones de diferente área. En uno de los puntos el área es de $2.827 * 10^{-3}$ m^2, con una velocidad de 2 m/s y una presión de 180 kPa y en la otra sección se tiene un área de $3.14 * 10^{-4}$ m^2. Calcule la velocidad del agua y la presión en esta sección. En las variables de la izquierda se colocan los valores de la primera sección del tubo. El valor de la altura se puede considerar como cero metros en ambas secciones por encontrarse horizontalmente, aunque se pueden colocar otros valores siempre y cuando sean iguales. En la parte derecha de las variables se debe colocar el valor del área de la otra sección. Al hacer clic en el botón **Resolver**, observamos que el valor de la presión es 19885.33 Pascales y la velocidad es 18.00 m/s. La figura 13 muestra estos resultados.

Figura 13. Ejemplo relacionado con Hidrodinámica.

El sistema fue desarrollado en Visual Basic que es un lenguaje de propósitos generales que sirve para crear aplicaciones para Windows basado en el lenguaje Basic, QBasic o QuickBasic y en la programación orientada a objetos (Ceballos, F., 1997: 319).

3. CONCLUSIONES

El sistema:

- Resuelve problemas relacionados con temas de Hidrostática e Hidrodinámica.
- Por su portabilidad es posible usarlo en Educación a Distancia.
- Puede ser utilizado para obtener y comprobar resultados.
- Sirve de apoyo a la labor docente y tutorial.

4. BIBLIOGRAFÍA

- Beiser, Arthur. (1991). *Física Aplicada.* México, D.F.:McGraw-Hill.
- Beltrán V. y Braun E. (1975) *Principios de Física*. México, D. F.: Trillas.
- Buche, F. J. (1990) *Física General*. México, D. F.: McGRAW-HILL.
- Ceballos F. J. (1997) *Enciclopedia de Visual Basic 4.* México, D. F.: Alfaomega Grupo Editor.
- Hewitt, P. (1995) *Física Conceptual*. México, D.F.: Addison-Wesley Iberoamericana.
- Resnick, R. y Halliday, D. (1980) *Física. Vol. I*. México, D.F.: CECSA.
- Serway, R.A. (1985) *Física*. México, D.F.: Interamericana.
- Tipler, P. A. (1995) *Física*. México, D.F.: Reverté.