



**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA CHAPINGO
DPTO. DE PREPARATORIA AGRÍCOLA
ÁREA DE FÍSICA**



Cinemática

Teoría

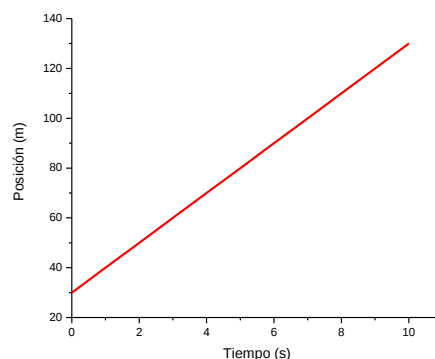
1. Establezca el concepto de movimiento.
2. ¿Cuál es la diferencia entre posición y distancia?
3. Establezca el concepto de velocidad.
4. ¿Cuál es la diferencia entre velocidad y rapidez?
5. Establezca el concepto de aceleración.
6. ¿Cómo es la gráfica de la posición en función del tiempo en el movimiento rectilíneo uniforme?
7. ¿Cómo es la gráfica de la velocidad en función del tiempo en el movimiento rectilíneo uniforme?
8. ¿Cómo es la gráfica de la posición en función del tiempo en el movimiento rectilíneo uniformemente variado?
9. ¿Cómo es la gráfica de la velocidad en función del tiempo en el movimiento rectilíneo uniformemente variado?
10. ¿Cómo es la gráfica de la aceleración en función del tiempo en el movimiento rectilíneo uniformemente variado?
11. ¿Cuáles son las unidades con las que se expresa a la aceleración?
12. Establezca todas las ecuaciones que describen el movimiento rectilíneo uniforme.
13. Establezca todas las ecuaciones que describen el movimiento rectilíneo uniformemente variado.
14. ¿Qué registra el velocímetro de un automóvil, la velocidad o la rapidez?
15. ¿Cuál es el valor de la aceleración de la gravedad?
16. Si dejamos soltar dos cuerpos de diferente masa desde una determinada altura, ¿cuál de los dos caerá más rápido?

PROBLEMAS

1. Dada la ecuación:

$$x = 30 \text{ m} + (10 \text{ m/s}) t$$

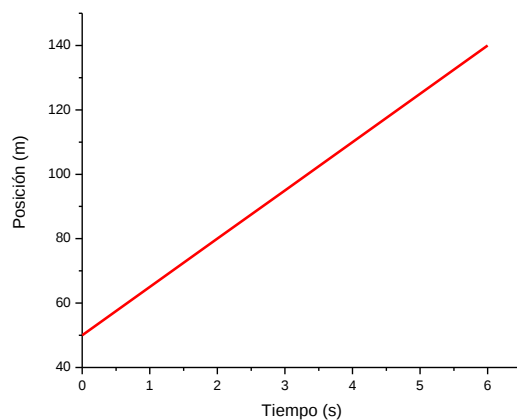
Haga la gráfica de la posición en función del tiempo.



Gráfica de la posición en función del tiempo

2. Dados los siguientes datos, grafique y obtenga la ecuación que describe la posición en función del tiempo. De igual forma indique la posición inicial y la velocidad.

Tiempo (s)	Posición (m)
0	50
1	65
2	80
3	95
4	110
5	125
6	140
7	155

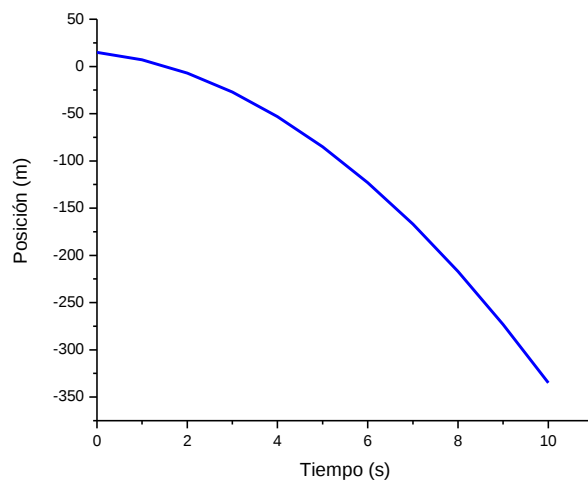


Gráfica de la posición en función del tiempo.

3. Grafique la ecuación:

$$x = 15 \text{ m} - (5 \text{ m/s}) t - (3 \text{ m/s}^2) t^2$$

en el plano cartesiano y diga cuales son los valores de x_0 , v_0 y a .



Gráfica de la posición en función del tiempo

4. Complete la tabla que se muestra a continuación:

Tiempo (s)	Velocidad (m/s)	Velocidad Promedio (m/s)	$x = x_0 + \bar{v}t$	$x = x_0 + v_0 t + at^2/2$	$x = x_0 + (v^2 - v_0^2)/2a$
0	10	--	0	0	0
1	17	13.5	13.5	13.5	13.5
2	24	17	34	34	34
3	31	20.5	61.5	61.5	61.5
4	38	24	96	96	96
5	45	27.5	137.5	137.5	137.5
6	52	31	186	186	186
7	59	34.5	241.5	241.5	241.5

5. Un cuerpo se mueve con velocidad constante y positiva de 20 km/h después de haber partido de una posición de -3 km alejado del origen. ¿Qué posición tendrá después de 5 horas? ¿Qué distancia recorrió? Elabore una tabla donde se muestre la posición del cuerpo para cada hora de recorrido.

Solución:

$$x = x_0 + v t = -3 \text{ km} + \left(\frac{20 \text{ km}}{h}\right) (5 \text{ h}) = 97 \text{ km}$$

Tiempo (s)	Posición (km)
0	-3
1	17
2	37
3	57

4	77
5	97
6	117
7	137
8	157
9	177
10	197

Tabla de posición en función del tiempo

6. A los 50 segundos de haber partido, un automóvil se encuentra en una posición de 600 m. Si la velocidad que lleva es de 20 km/h. ¿Cuál es la posición inicial del auto?

Solución:

$$x_0 = x - v t = 600 \text{ m} - \left(5.55 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) * (50 \text{ s}) = 322.22 \text{ m}$$

7. Un automóvil originalmente tiene una posición de 20 km alejado del origen y después de dos horas se halla a 40 km. ¿Cuál es la velocidad del auto?

Solución:

$$v = \frac{40 \text{ km} - 20 \text{ km}}{2 \text{ h}} = 10 \text{ km/h}$$

8. Dos trenes entran simultáneamente por un túnel de dos kilómetros de largo. Si ambos se mueven por la misma vía y uno de ellos lleva una velocidad de 20 m/s y el otro de -15 m/h, ¿cuánto tiempo tardarán en chocar? ¿En qué posición se efectuará el choque? ¿Qué distancia recorrerá cada tren antes de chocar? Elabore una tabla donde se muestre la posición de los cuerpos para cada segundo de recorrido y con base a la tabla conteste las preguntas planteadas.

Solución:

Las ecuaciones para cada uno de los trenes, es igual a:

$$x_A = \left(20 \frac{\text{km}}{\text{h}}\right) * t$$

$$x_B = 2 \text{ km} + \left(-15 \frac{\text{km}}{\text{h}}\right) * t$$

En el momento del choque ambos trenes se encuentran en la misma posición, es decir:

$$x_A = \left(20 \frac{\text{km}}{\text{h}}\right) * t = 2 \text{ km} + \left(-15 \frac{\text{km}}{\text{h}}\right) * t = x_B$$

Despejando el tiempo, se tiene:

$$t = \frac{2 \text{ km}}{20 \frac{\text{km}}{\text{h}} + 15 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 0.057 \text{ h}$$

Con este tiempo podemos calcular la posición en la que se lleva a cabo el choque:

$$x_A = \left(20 \frac{\text{km}}{\text{h}}\right) * t = \left(20 \frac{\text{km}}{\text{h}}\right) * (0.057 \text{ h}) = 1.1428 \text{ km}$$

Utilizando la ecuación para la posición del tren B, se tiene:

$$x_B = 2 \text{ km} + \left(-15 \frac{\text{km}}{\text{h}}\right) * t = 2 \text{ km} + \left(-15 \frac{\text{km}}{\text{h}}\right) * (0.057 \text{ h}) = 1.1428 \text{ km}$$

La distancia que recorre cada uno de ellos es de:

$$d_A = |x_A - x_{0A}| = |1.1428 \text{ km} - 0| = 1.1428 \text{ km}$$

Y

$$d_B = |x_B - x_{0B}| = |1.1428 \text{ km} - 2 \text{ km}| = 0.8571 \text{ km}$$

Se observa que el coche B recorre menos distancia debido a que lleva menor velocidad.

9. Desde una ciudad A parte un automóvil con velocidad constante de 20 km/h hacia una ciudad B, alejada 100 km. Si al mismo tiempo de que partió el auto de la ciudad A, parte otro automóvil de la ciudad B con una velocidad de 10 km/h en la misma dirección, ¿Qué tiempo debe transcurrir para que se lleve a cabo el alcance? ¿En qué lugar se efectúa el alcance? ¿Qué distancia recorre cada uno de los automóviles? Elabore una tabla donde se muestre la posición de los automóviles para cada hora de recorrido y en base a la tabla conteste las preguntas planteadas. Corrobore sus respuestas gráficamente.

Solución:

Las ecuaciones para cada uno de los autos, es igual a:

$$x_A = \left(20 \frac{\text{km}}{\text{h}}\right) * t$$

Y para el auto B se tiene:

$$x_B = 100 \text{ km} + \left(10 \frac{\text{km}}{\text{h}}\right) * t$$

En el alcance ambas posiciones son iguales a:

$$x_A = \left(20 \frac{\text{km}}{\text{h}}\right) * t = 100 \text{ km} + \left(10 \frac{\text{km}}{\text{h}}\right) * t = x_B$$

Despejando el tiempo, se tiene:

$$t = \frac{100 \text{ km}}{20 \frac{\text{km}}{\text{h}} - 10 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 10 \text{ h}$$

Con este tiempo se puede calcular la posición en la que se lleva a cabo el alcance:

$$x_A = \left(20 \frac{\text{km}}{\text{h}}\right) * t = \left(20 \frac{\text{km}}{\text{h}}\right) * (10 \text{ h}) = 200 \text{ km}$$

O

$$x_B = 100 \text{ km} + \left(10 \frac{\text{km}}{\text{h}}\right) * (10 \text{ h}) = 200 \text{ km}$$

La distancia que recorre cada uno de los automóviles es igual a:

$$d_A = |x_A - x_{0A}| = |200 \text{ km} - 0| = 200 \text{ km}$$

Y

$$d_B = |x_B - x_{0B}| = |200 \text{ km} - 100 \text{ km}| = 100 \text{ km}$$

El auto A recorrió mayor distancia que el auto B debido a que lleva mayor velocidad.

10. Si una persona deja caer un balón desde lo alto de un edificio y observa que tarda 3 segundos en llegar al suelo. ¿Qué altura tendrá el edificio?

Solución:

Si no se toma en cuenta el tiempo que tarda el sonido en llegar a la persona, entonces:

$$y = y_0 + v_0 t + g t^2 / 2$$

En el suelo, la posición final del balón es igual a cero. Además, como se deja caer el balón, su velocidad inicial es igual a cero. En consecuencia, la ecuación anterior se convierte en:

$$0 = y_0 + g t^2 / 2$$

Despejando y_0 que es la altura del edificio, se tiene:

$$y_0 = \frac{-(-9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})(3 \text{ s})^2}{2} = 44.1 \text{ m}$$

11. Una persona lanza hacia abajo un objeto desde un edificio de 70 metros, con una velocidad de -20 m/s. ¿Cuál es el tiempo que tarda el objeto en llegar al suelo? Calcule la velocidad con la que llega al suelo. Elabore una tabla donde se muestre la posición del cuerpo para cada segundo de recorrido y con base a la tabla conteste las preguntas planteadas.

Solución:

La posición del cuerpo se describe por medio de la siguiente ecuación:

$$y = y_0 + v_0 t + g * \frac{t^2}{2}$$

$y_0 = 70 \text{ m}$ ya que es la altura a la que se avienta el cuerpo, $v_0 = -20 \text{ m/s}$ es la velocidad inicial; siendo negativa por lanzarse hacia abajo.

En consecuencia, la ecuación anterior se transforma en:

$$y = 70 \text{ m} + \left(-20 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) t + g * \frac{t^2}{2}$$

En el suelo, $y = 0$. En consecuencia:

$$0 = 70 \text{ m} + \left(-20 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) t + g * \frac{t^2}{2}$$

Esta es una ecuación de segundo grado que se resuelve por medio de la fórmula general:

$$t = \frac{-(-20 \frac{\text{m}}{\text{s}}) \pm \sqrt{(-20 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 - 4(-4.9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})(70 \text{ m})}}{-9.8 \text{ m/s}^2}$$

$$t = \frac{20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \pm 42.095 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{-9.8 \text{ m/s}^2} = 2.25 \text{ s}$$

Que es el tiempo que tarda el objeto en llegar al suelo. Se tomó el signo negativo de la raíz para que el cociente sea positivo.

12. Si el objeto del problema anterior es lanzado hacia arriba con la misma velocidad, calcule:
a). El tiempo que tarda en llegar a la altura máxima; b). La altura máxima; c). El tiempo que tarda en llegar al suelo; d). La velocidad con la que llega al suelo. Elabore una tabla donde se muestre la posición del cuerpo para cada segundo de recorrido y con base a la tabla conteste las preguntas planteadas.

Solución:

El tiempo que tarda en llegar a la altura máxima es igual a:

$$t = \frac{v - v_0}{g}$$

A la altura máxima $v = 0$.

Sustituyendo, se tiene:

$$t = \frac{v - v_0}{g} = \frac{0 - 20 \text{ m/s}}{-9.8 \text{ m/s}^2} = 2.04 \text{ s}$$

En consecuencia, la velocidad media es de:

$$v_m = \frac{v + v_0}{2} = \frac{0 + 20 \text{ m/s}}{2} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

De esta forma, se tiene que la altura máxima es igual a:

$$y_{M\acute{a}x} = y_0 + v_m * t = 70 \text{ m} + \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) * 2.04 \text{ s} = 90.4 \text{ m}$$

Para calcular la velocidad con la que llega el cuerpo al suelo, hacemos uso de la siguiente ecuación:

$$y = y_0 + \frac{v^2 - v_0^2}{2 g}$$

Despejando la velocidad final, se tiene:

$$v = -\sqrt{2 g (y - y_0) + v_0^2}$$

Sustituyendo:

$$v = -\sqrt{2 \left(-9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) (0 - 70 \text{ m}) + \left(20 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} = -42.09 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Se toma el signo negativo de la raíz debido a que el cuerpo va cayendo.

Con este resultado se puede conocer el tiempo que tarda en llegar al suelo.

$$t = \frac{v - v_0}{g} = \frac{-42.09 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{-9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 6.34 \text{ s}$$

13. Para saber la profundidad que tiene un pozo, una persona deja caer una piedra y toma el tiempo que tarda en escuchar el sonido producido por el choque de la piedra con el fondo. Si este tiempo es de 4.5 segundos, calcule profundidad del pozo.

Solución:

Si no se toma en cuenta el tiempo que tarda el sonido en llegar a la persona, entonces:

$$y = y_0 + v_0 t + g t^2 / 2$$

En el fondo, la posición final de la piedra es igual a la profundidad del pozo y la posición inicial de la piedra es igual a cero. Además, como se deja caer la piedra, su velocidad inicial es igual a cero. En consecuencia, la ecuación anterior se convierte en:

$$y = g t^2 / 2$$

Despejando y_0 que es la altura del edificio, se tiene:

$$y = \frac{(-9.8 \frac{m}{s^2})(4.5 s)^2}{2} = -99.225 m$$

Es negativo el resultado porque el fondo del pozo se encuentra por debajo del origen.

14. Un proyectil es lanzado hacia arriba con una velocidad inicial de $v_0 = 60 m/s$, formando un ángulo de $\theta_0 = 50^\circ$. Calcule: a) El tiempo que tarda en llegar a la altura máxima, b) La altura máxima, c) El tiempo que tarda en llegar al suelo, d) La rapidez con la que llega al suelo y e) El alcance. Haga una gráfica que represente la trayectoria del proyectil.

Solución:

Hay que descomponer las velocidades en la dirección horizontal y vertical.

Para la dirección horizontal, se tiene:

$$v_x = v_0 \cos \theta_0 = \left(60 \frac{m}{s}\right) \cos 50^\circ = 38.57 \frac{m}{s}$$

Y

$$v_{0y} = \left(60 \frac{m}{s}\right) \sin 50^\circ = 45.96 \frac{m}{s}$$

Para calcular la altura máxima que alcanza el proyectil, se supone que la velocidad en ese momento es igual a cero.

$$y = y_0 + \frac{v^2 - v_{0y}^2}{2g} = 0 + \frac{0 - \left(45.96 \frac{m}{s}\right)^2}{2 * (-9.8 \frac{m}{s^2})} = 107.77 m$$

Y el tiempo que tarda en llegar a la altura máxima es de:

$$t = \frac{v_y - v_{0y}}{g} = \frac{0 - 45.96 \frac{m}{s}}{-9.8 \frac{m}{s^2}} = 4.69 s$$

Para calcular la velocidad con la que llega al suelo se utiliza la siguiente ecuación:

$$v = -\sqrt{2g(y - y_0) + v_{0y}^2} = \sqrt{2(-9.8 \frac{m}{s^2})(0 - 0) + \left(45.96 \frac{m}{s}\right)^2} = -45.96 m/s$$

Por lo que el tiempo que tarda en llegar al suelo es de:

$$t = \frac{v_y - v_{0y}}{g} = \frac{-45.96 \frac{m}{s} - 45.96 \frac{m}{s}}{-9.8 \frac{m}{s^2}} = 9.38 s$$

El alcance es de:

$$x = x_0 + v_x t = 0 + \left(38.57 \frac{m}{s}\right) (9.38 s) = 361.77 m$$

15. Un proyectil es lanzado hacia arriba con una rapidez inicial de $v_0 = 50 \text{ m/s}$, formando un ángulo de $\theta_0 = 40^\circ$. Calcule: a) El tiempo que tarda en llegar a la altura máxima, b) La altura máxima, c) El tiempo que tarda en llegar al suelo, d) La rapidez con la que llega al suelo y e) El alcance. Haga una gráfica que represente la trayectoria del proyectil.

Solución:

Hay que descomponer las velocidades en la dirección horizontal y vertical.

Para la dirección horizontal, se tiene:

$$v_x = v_0 \cos \theta_0 = \left(50 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \cos 40^\circ = 38.30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Y

$$v_{0y} = \left(50 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \sin 40^\circ = 32.14 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Para calcular la altura máxima que alcanza el proyectil, se supone que la velocidad en ese momento es igual a cero.

$$y = y_0 + \frac{v^2 - v_{0y}^2}{2g} = 0 + \frac{0 - \left(32.14 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 * \left(-9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)} = 52.7 \text{ m}$$

Y el tiempo que tarda en llegar a la altura máxima es de:

$$t = \frac{v_y - v_{0y}}{g} = \frac{0 - 32.14 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{-9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 3.28 \text{ s}$$

Para calcular la velocidad con la que llega al suelo se utiliza la siguiente ecuación:

$$v = -\sqrt{2g(y - y_0) + v_{0y}^2} = \sqrt{2\left(-9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(0 - 0) + \left(32.14 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} = -32.14 \text{ m/s}$$

Por lo que el tiempo que tarda en llegar al suelo es de:

$$t = \frac{v_y - v_{0y}}{g} = \frac{-32.14 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 32.14 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{-9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 6.56 \text{ s}$$

El alcance es de:

$$x = x_0 + v_x t = 0 + \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right) (6.56 \text{ s}) = 251.23 \text{ m}$$

16. Desde un edificio de 50 metros de altura, un proyectil es lanzado con una rapidez inicial de $v_0 = 60 \text{ m/s}$, formando un ángulo de $\theta_0 = 50^\circ$. Calcule: a) El tiempo que tarda en llegar a la altura máxima, b) La altura máxima, c) El tiempo que tarda en llegar al suelo, d) La rapidez con la que llega al suelo y e) El alcance. Haga una gráfica que represente la trayectoria del proyectil.

Solución:

Hay que descomponer las velocidades en la dirección horizontal y vertical.

Para la dirección horizontal, se tiene:

$$v_x = v_0 \cos \theta_0 = \left(60 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \cos 50^\circ = 38.57 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Y

$$v_{0y} = \left(60 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \sin 50^\circ = 45.96 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Para calcular la altura máxima que alcanza el proyectil, se supone que la velocidad en ese momento es igual a cero.

$$y = y_0 + \frac{v^2 - v_{0y}^2}{2g} = 50 \text{ m} \frac{0 - \left(45.96 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 * \left(-9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)} = 157.78 \text{ m}$$

Y el tiempo que tarda en llegar a la altura máxima es de:

$$t = \frac{v_y - v_{0y}}{g} = \frac{0 - 45.96 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{-9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 4.69 \text{ s}$$

Para calcular la velocidad con la que llega al suelo se utiliza la siguiente ecuación:

$$v = -\sqrt{2g(y - y_0) + v_{0y}^2} = \sqrt{2\left(-9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(0 - 50 \text{ m}) + \left(45.96 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} = -55.61 \text{ m/s}$$

Por lo que el tiempo que tarda en llegar al suelo es de:

$$t = \frac{v_y - v_{0y}}{g} = \frac{-55.61 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 45.96 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{-9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 10.36 \text{ s}$$

El alcance es de:

$$x = x_0 + v_x t = 0 + \left(38.57 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)(10.36 \text{ s}) = 399.58 \text{ m}$$

17. Desde un edificio de 50 metros de altura, un proyectil es lanzado hacia abajo con una velocidad inicial de $v_0 = 60 \text{ m/s}$, formando un ángulo de $\theta_0 = -50^\circ$. Calcule: a) El tiempo que tarda en llegar al suelo, b) La rapidez con la que llega al suelo y c) El alcance. Haga una gráfica que represente la trayectoria del proyectil.

Solución:

Hay que descomponer las velocidades en la dirección horizontal y vertical.
Para la dirección horizontal, se tiene:

$$v_x = v_0 \cos \theta_0 = \left(60 \frac{m}{s}\right) \cos -50^\circ = 38.57 \frac{m}{s}$$

Y

$$v_{0y} = \left(60 \frac{m}{s}\right) \operatorname{Sen} -50^\circ = -45.96 \frac{m}{s}$$

Para calcular la velocidad con la que llega al suelo se utiliza la siguiente ecuación:

$$v = -\sqrt{2g(y - y_0) + v_{0y}^2} = \sqrt{2\left(-9.8 \frac{m}{s^2}\right)(0 - 50 \text{ m}) + \left(-45.96 \frac{m}{s}\right)^2} = -55.61 \text{ m/s}$$

Por lo que el tiempo que tarda en llegar al suelo es de:

$$t = \frac{v_y - v_{0y}}{g} = \frac{-55.61 \frac{m}{s} - (-45.96 \frac{m}{s})}{-9.8 \frac{m}{s^2}} = 0.9846 \text{ s}$$

El alcance es de:

$$x = x_0 + v_x t = 0 + \left(38.57 \frac{m}{s}\right)(10.36 \text{ s}) = 38.97 \text{ m}$$

18. Se lanza una pelota desde lo alto de un edificio hasta otro edificio, localizado a una distancia de 50 metros. La rapidez inicial de la pelota es de $v_0 = 20 \text{ m/s}$, con una inclinación de $\theta_0 = 40^\circ$ sobre la horizontal. ¿A qué altura golpeará la pelota sobre el otro edificio?

Solución:

Hay que descomponer las velocidades en la dirección horizontal y vertical.

Para la dirección horizontal, se tiene:

$$v_x = v_0 \cos \theta_0 = \left(20 \frac{m}{s}\right) \cos 40^\circ = 15.32 \frac{m}{s}$$

Y

$$v_{0y} = \left(20 \frac{m}{s}\right) \operatorname{Sen} 40^\circ = 12.86 \frac{m}{s}$$

El tiempo que tarda en recorrer los 50 metros es de:

$$t = \frac{x - x_0}{v_x} = \frac{50 \text{ m} - 0}{15.32 \frac{m}{s}} = 3.26 \text{ s}$$

La altura a la que choca el objeto es de:

$$y = y_0 + v_{0y}t + g \frac{t^2}{2} = 0 + \left(12.86 \frac{m}{s}\right)(3.26 \text{ s}) + \frac{(-9.8 \text{ m/s}^2)(3.26 \text{ s})^2}{2} = -10.23 \text{ m}$$

19. Encuentre el ángulo con el que se debe disparar un proyectil con una rapidez de salida de $v_0 = 120 \text{ m/s}$ y alcanzar un blanco localizado en el mismo nivel, pero a una distancia de 1300 metros.

Solución:

$$x = -\frac{v_0^2 \operatorname{Sen} 2\theta}{g}$$

Despejando θ , se tiene:

$$\theta = \operatorname{Arc Sen} \left(-\frac{g x}{v_0^2} \right) = \operatorname{Arc Sen} \left(-\frac{(-9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})(1300 \text{ m})}{(120 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2} \right) = 62.22^\circ$$

20. Un proyectil es disparado horizontalmente desde un cañón situado a 50 m por encima de un plano horizontal y con una rapidez inicial de 240 m/s. ¿Cuánto tiempo permanece el proyectil en el aire? ¿A qué distancia horizontal choca con el suelo? ¿Cuál es la magnitud de la componente vertical de su rapidez al llegar al suelo?

Solución:

Hay que descomponer las velocidades en la dirección horizontal y vertical.

Para la dirección horizontal, se tiene:

$$v_x = v_0 \operatorname{Cos} \theta_0 = \left(240 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \operatorname{Cos} 0^\circ = 240 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Y

$$v_{0y} = \left(240 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \operatorname{Sen} 0^\circ = 0$$

Para calcular la velocidad con la que llega al suelo se utiliza la siguiente ecuación:

$$v_y = -\sqrt{2g(y - y_0) + v_{0y}^2} = \sqrt{2 \left(-9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) (0 - 50 \text{ m}) + (0)^2} = -31.30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Con este valor se puede calcular el tiempo que tarda en llegar al suelo:

$$t = \frac{v_y - v_{0y}}{g} = \frac{-31.30 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0}{-9.8 \text{ m/s}^2} = 3.19 \text{ s}$$

La distancia que recorre es de:

$$x = x_0 + v_x t = 0 + \left(240 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) (3.19 \text{ s}) = 766.65 \text{ m}$$

Elaboro: Dr. Guillermo Becerra Córdova.