



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA CHAPINGO
DPTO. DE PREPARATORIA AGRÍCOLA
ÁREA DE FÍSICA

“SISTEMAS PARA RESOLVER PROBLEMAS DE FÍSICA”

GUILLERMO BECERRA CÓRDOVA

ISBN: 978-607-29-2038-5



Índice

1. Sistema para resolver problemas de Cinemática	4
1.1. Movimiento Rectilíneo Uniforme	
1.2. Movimiento Rectilíneo Uniforme Acelerado	
1.3. Tiro Parabólico	
1.4. Movimiento Circular	
1.5. Descripción del sistema	
1.6. Conclusiones	
1.7. Bibliografía	
2. Sistema para resolver problemas de Dinámica	21
2.1. Introducción	
2.2. Plano Inclinado	
2.3. Máquina de Atwood	
2.4. Plano Horizontal	
2.5. Descripción del Sistema	
2.6. Conclusiones	
2.7. Bibliografía	
3. Sistema para resolver problemas de Momento Lineal	30
3.1. Introducción	
3.2. Momento Lineal	
3.3. Impulso	
3.4. Conservación del Momento Lineal o de la Cantidad de Movimiento	
3.5. Colisiones Inelásticas	
3.6. Coeficiente de Restitución	
3.7. Colisiones en Dos Dimensiones	
3.8. Colisiones Perfectamente Inelásticas en Dos Dimensiones	
3.9. Descripción de Sistema	
3.10. Conclusiones	
3.11. Bibliografía	
4. Un Sistema para Resolver Problemas de Hidrostática e Hidrodinámica	45
4.1. Introducción	
4.2. Principio de Arquímedes	
4.3. Presión en un líquido	
4.4. Principio de Pascal y el de Multiplicación de Fuerzas	

4.5. Ecuación de Continuidad	
4.6. Ecuación de Bernoulli	
4.7. Descripción del Sistema	
4.8. Conclusiones	
4.9. Bibliografía	
5. Un Sistema para Resolver Problemas Relacionados con los Gases Ideales	56
5.1. Introducción	
5.2. Ley de Gay-Lussac	
5.3. Ley de Charles	
5.4. Ley de Boyle	
5.5. Ecuación de Estado de un Gas Ideal	
5.6. Descripción del sistema	
5.7. Conclusiones	
5.8. Bibliografía	
6. Sistema para resolver problemas de Óptica	71
6.1. Introducción	
6.2. Lentes Delgadas	
6.3. Espejos Esféricos	
6.4. Ecuación del Fabricante de Lentes	
6.5. Descripción del Sistema	
6.6. Conclusiones	
6.7. Bibliografía	
7. Un Sistema que Resuelve Problemas de Conservación de la Energía Mecánica	80
7.1 Introducción	
7.2 Descripción del Sistema	
7.3 Conclusiones	
7.4 Bibliografía	
8. Sistema que Resuelve problemas de Segunda Ley de la Termodinámica	89
8.1 Introducción	
8.2 Descripción del Sistema	
8.3 Conclusiones	
8.4 Bibliografía	
9. Bibliografía	98

1. Un sistema para resolver problemas de Cinemática

1.1. Movimiento Rectilíneo Uniforme

La Cinemática es la ciencia de la Mecánica que describe el movimiento de los cuerpos sin preocuparnos por conocer sus causas. El estudio de las causas de los cambios de un movimiento dado es objeto de la Dinámica y constituye el tema propio de la Mecánica. El estudio detallado del movimiento de un cuerpo es bastante complejo. Se hace necesario hacer algunas simplificaciones que nos faciliten este estudio. Así, estudiaremos sólo el movimiento de un cuerpo como si fuera una partícula. Decimos que un cuerpo es una partícula cuando sus dimensiones son muy pequeñas en comparación con las demás dimensiones que participan en el movimiento. Cuando un cuerpo se trata como partícula, se simplifica enormemente el estudio de su movimiento, pues cualquier movimiento de rotación que pueda tener el cuerpo en un eje que pase por él, puede simplemente despreciarse.

Concepto de movimiento

Una de las características del movimiento de los cuerpos es su relatividad o dependencia respecto del observador que estudia el movimiento. El movimiento de un cuerpo depende del punto o sistema de referencia, esto es, un cuerpo puede estarse moviendo con respecto a un punto de referencia y estar en reposo con respecto a otro sistema de referencia. En consecuencia, no existe el verdadero movimiento pues todos son igualmente verdaderos. Tomemos en cuenta que, cuando nos refiramos al movimiento de un cuerpo, debemos mencionar obligatoriamente el punto de referencia. En general tomaremos como punto de referencia a la Tierra. Finalmente, el movimiento es el cambio de posición con respecto a un punto o sistema de referencia.

Movimiento rectilíneo uniforme

El movimiento rectilíneo uniforme es el más simple de los movimientos ya que la trayectoria seguida por un cuerpo es una línea recta y su velocidad permanece constante.

Para aclarar un poco más estos conceptos, suponga que una persona camina sobre una banqueta a razón de 2 metros en cada segundo. Por consiguiente, cada vez que se mida lo que recorre en un segundo, se encontrará que son exactamente dos metros. Ese andarín recorre distancias iguales en tiempos iguales. Un movimiento que cumple con esta característica se llama uniforme. Después de transcurridos 2 segundos, el caminante habrá recorrido 4 metros; a los 3 segundos su recorrido será de 6 metros, etc. De esta forma, si efectuamos el cociente de la distancia total recorrida entre el tiempo empleado para recorrerla, se observará que el resultado es constante, es decir:

$$\frac{2 \text{ m}}{1 \text{ s}} = \frac{4 \text{ m}}{2 \text{ s}} = \frac{6 \text{ m}}{3 \text{ s}} = 2 \text{ m/s}$$

A esta razón se le conoce con el nombre de velocidad y si no varía en todo el recorrido que efectúa el objeto. Así, la velocidad se dice que es constante.

Si para una serie de datos graficamos los puntos correspondientes a la posición con el tiempo empleado para recorrerla y los unimos por medio de una línea continua, observaremos que esa línea será recta y además pasará por el origen. En la siguiente figura se muestra las gráficas de dos movimientos, uno con velocidad de 2 m/s y el otro con velocidad de 3 m/s .

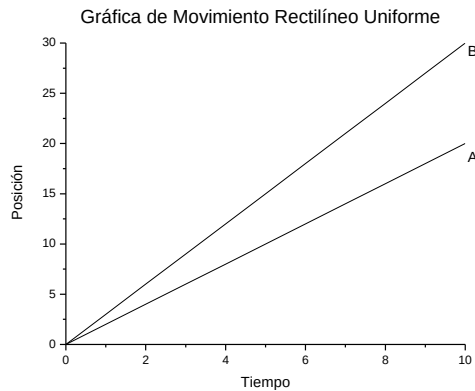


Figura 1.1

Observe que ambos movimientos están representados por una línea recta, con la diferencia de que la recta del movimiento con mayor velocidad tiene mayor inclinación en comparación con el movimiento de menor velocidad. Lo anterior nos permite afirmar que la gráfica de posición en función del tiempo en un Movimiento Rectilíneo Uniforme es una línea recta y que su inclinación o pendiente es proporcional a su velocidad. A mayor velocidad, mayor inclinación o pendiente y a menor velocidad, menor inclinación o pendiente.

La velocidad que lleve un cuerpo en el MRU también puede tener una representación gráfica. Si ubicamos ahora la velocidad sobre el eje vertical y el tiempo en el horizontal, la gráfica resultante será una línea recta paralela al eje de las abscisas. En la figura 2 se representan las gráficas de las velocidades de ambos movimientos. Observe en la figura que las gráficas son dos líneas rectas paralelas al eje de las abscisas. La de mayor altura corresponde al movimiento con mayor velocidad.

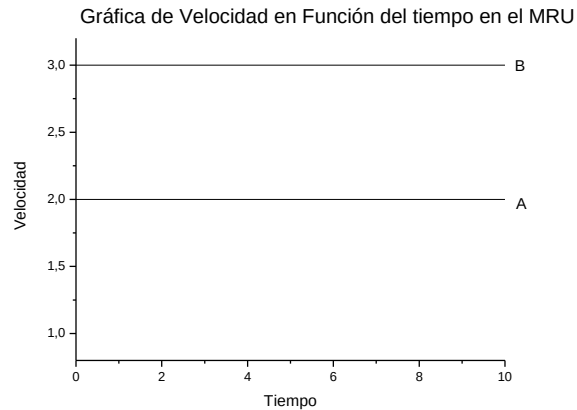


Figura 1.2

Hasta ahora se ha utilizado indistintamente los términos posición y distancia cuyo significado no es el mismo. El término posición corresponde al lugar donde un objeto se encuentra con respecto a un sistema de referencia y la distancia corresponde la longitud que existe entre dos posiciones. En general la ecuación para el MRU está dada por:

$$x = x_0 + v t \quad 1.1.1$$

Donde: x representa la posición del cuerpo al instante t . A esta posición se le conoce con el nombre de posición final; x_0 representa la posición del cuerpo al instante de accionar el cronómetro. A esta posición se le conoce como posición inicial; v representa la velocidad del cuerpo y es constante para todo el movimiento y t representa el tiempo final. La posición inicial representa la posición que tiene el cuerpo en el momento en que comienza su movimiento. No necesariamente el cuerpo debe estar en el origen del sistema o punto de referencia, puede estar ubicado en una posición fuera del origen. La posición puede adquirir valores positivos o negativos. Si es positiva, el cuerpo se encontrará a la derecha del origen y si es negativa, se encontrará a la izquierda del mismo, suponiendo que el cuerpo se mueve horizontalmente. De igual forma, el desplazamiento puede ser positivo si el cuerpo se mueve de izquierda a derecha y negativo si se mueve en sentido contrario. Así, el signo de la velocidad indica la dirección del movimiento. Según la ecuación 1, el número de variables que se emplean en el MRU es de 4 y el número de ecuaciones es de 1, por lo que tres variables serían independientes u sólo una sería dependiente de las demás.

1.2 Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado

Un tipo particular de movimiento es aquel en el cual un cuerpo se desplaza en línea recta y su velocidad cambia de una manera constante; es decir, la velocidad cambia en cantidades iguales para iguales intervalos de tiempo. Sin embargo, la distancia recorrida varía para idénticos intervalos de tiempo, ya que la velocidad del cuerpo cambia de un punto a otro. Al cociente que resulta de dividir el cambio de velocidad sobre el intervalo de tiempo utilizado, se le conoce con el nombre de aceleración promedio. Cuando la aceleración

promedio es idéntica para cualquier intervalo de tiempo, se dice que el movimiento es uniformemente acelerado. En este caso la velocidad cambia uniformemente y se establece que la aceleración es constante. Matemáticamente la ecuación que calcula la aceleración con la que se mueve un cuerpo, está dada por:

$$a = \frac{v-v_0}{t} \quad 1.2.2$$

La ecuación más general para un movimiento en el cual la aceleración es constante, se expresa en la siguiente ecuación:

$$x=x_0+v_0 t+\frac{at^2}{2} \quad 1.2.3$$

donde x_0 y v_0 representan la posición y la velocidad del cuerpo en el instante de accionar el cronómetro. A estos términos se les conoce con el nombre de posición y velocidad inicial, respectivamente. La variable t es el tiempo que utiliza el cuerpo para alcanzar la posición final x . La letra a representa la aceleración experimentada por el cuerpo en su movimiento. Esta aceleración es constante, ya que es lo que caracteriza a este tipo de movimientos. La posición puede adquirir valores positivos o negativos. Si es positiva, el cuerpo se encontrará a la derecha del origen y si es negativa, se encontrará a la izquierda del mismo, suponiendo que el cuerpo se mueve horizontalmente. De igual forma, el desplazamiento puede ser positivo si el cuerpo se mueve de izquierda a derecha y negativo si se mueve en sentido contrario. Así, el signo de la velocidad indica la dirección del movimiento. Si la aceleración es positiva, la velocidad aumentará y disminuirá la velocidad si la aceleración es negativa.

Despejando el tiempo en la ecuación 1.2 y sustituyéndolo en la ecuación 3, se tiene que la posición final es igual a:

$$x = x_0 + \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \quad 1.2.4$$

Vemos en esta ecuación que la posición final no dependerá del tiempo, sino de la velocidad final, de la velocidad inicial, de la aceleración y de la posición inicial.

Si definimos a la velocidad promedio como la mitad de la suma de la velocidad final más la inicial, se tiene:

$$\bar{v} = \frac{v + v_0}{2} \quad 1.2.5$$

Por lo que sustituyendo la ecuación 2 y la 5 en la ecuación 4, se concluye que:

$$x = x_0 + \bar{v}t \quad 1.2.6$$

Para este movimiento, el número de variables que se emplean es de 6 de las cuales 4 cuatro son independientes y sólo 2 son dependientes. Los valores de las variables dependientes pueden ser calculados por medio de las ecuaciones 2, 3, 4, 5 y 6. Así, el número de problemas diferentes que se pueden plantear

es de 15, ya que son las combinaciones de 6 elementos tomados de 4 en 4. Observe que el MRU es parte del MRUA, ya que es un movimiento con aceleración igual a cero.

Tiro vertical y caída libre

El tiro vertical y la caída libre es parte del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado. La única diferencia consiste en que la aceleración con la que se mueve un cuerpo es con la aceleración de la gravedad y su trayectoria es una línea vertical. De este modo, las ecuaciones para este tipo de movimientos son las mismas con la diferencia de que la aceleración es la de la gravedad, es decir:

$$y = y_0 + v_0 t + g t^2 / 2 \quad 1.2.7$$

$$y = y_0 + \frac{v^2 - v_0^2}{2g} \quad 1.2.8$$

$$v = v_0 + g t \quad 1.2.9$$

$$\bar{v} = \frac{v + v_0}{2} \quad 1.2.10$$

$$y = y_0 + \bar{v} t \quad 1.2.11$$

Por convención, vamos a considerar que si el cuerpo sube, la velocidad es positiva y si baja, será negativa. Si el cuerpo se encuentra arriba de la superficie, la posición será positiva y negativa en caso contrario. De esta forma, la aceleración de la gravedad tendrá el valor de -9.8 m/s^2 . Este valor nos indica que cuando el cuerpo suba, la velocidad descenderá y cuando baje, aumentará; y_0 y v_0 , es la posición y la velocidad inicial al instante de activarse el cronómetro; y y v es la posición y la velocidad del cuerpo al instante t y se les conoce como posición y velocidad final; $\bar{v}$ es la velocidad promedio.

1.3 Tiro parabólico

La trayectoria seguida por un proyectil sin considerar la presencia del aire, es parabólica. El tiro parabólico es un movimiento compuesto por un movimiento horizontal y otro vertical. La velocidad en la dirección horizontal es constante, por lo que el movimiento en esta dirección puede ser descrito completamente por la ecuación correspondiente al Movimiento Rectilíneo Uniforme. Para la posición horizontal del proyectil, se tiene:

$$x = x_0 + v_x t \quad 1.3.1$$

donde: x_0 es la posición horizontal del cuerpo al instante t_0 , a esta posición se le conoce con el nombre de posición horizontal inicial; x es la posición horizontal del cuerpo al instante t y se le conoce como posición horizontal final; v_x es la velocidad del proyectil en la dirección horizontal, la cual se considera constante.

Asimismo, la velocidad del cuerpo en la dirección horizontal, se puede calcular por medio de la siguiente ecuación:

$$v_x = v_0 \cos \theta_0 \quad 1.3.2$$

La velocidad vertical inicial está dada por la siguiente relación:

$$v_{y_0} = v_0 \sen \theta_0 \quad 1.3.3$$

donde: v_0 y θ_0 son la rapidez y el ángulo inicial con el que es disparado el proyectil, respectivamente.

Donde: v_0 y θ_0 son la rapidez y el ángulo inicial con el que es disparado el proyectil, respectivamente.

De igual forma, en la dirección vertical, el movimiento del proyectil es con aceleración de la gravedad, por lo que su posición y su velocidad pueden ser descritos a través de las ecuaciones correspondientes al Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado. Así, las ecuaciones para la posición vertical del cuerpo son:

$$t = \frac{v_y - v_{0_y}}{g} \quad 1.3.3$$

$$y = y_0 + v_{y_0} t + g t^2 / 2 \quad 1.3.4$$

$$y = y_0 + (v_y^2 - v_{y_0}^2) / 2g \quad 1.3.5$$

$$y = y_0 + \bar{v} t \quad 1.3.6$$

$$\bar{v} = \frac{v_y + v_{0_y}}{2} \quad 1.3.7$$

donde: y_0 es la posición vertical del cuerpo al instante de accionar el cronómetro, a esta posición se le conoce con el nombre de posición vertical inicial; y es la posición vertical del proyectil al instante t y se le conoce con el nombre de posición vertical final; v_{y_0} es la velocidad vertical del objeto al instante de accionar el cronómetro y se le conoce como velocidad vertical inicial; v_y es la velocidad vertical del proyectil al instante t y se le conoce como velocidad vertical final. Finalmente, g es la aceleración de la gravedad.

La velocidad vertical final puede ser calculada por medio de la ecuación:

$$v_y = v \sen \theta \quad 1.3.8$$

donde: v y θ son la rapidez y el ángulo con el que se desplaza el proyectil al instante t . De igual forma esta velocidad está expresada en función del tiempo a través de la siguiente igualdad:

$$v_y = v_0 \sen \theta_0 + g t \quad 1.3.9$$

Por medio de esta ecuación podremos calcular la velocidad del proyectil en la dirección vertical con sólo conocer el tiempo de vuelo, al igual que la rapidez y ángulo inicial.

La rapidez v_0 del proyectil al instante de accionar el cronómetro o rapidez inicial es igual a la magnitud de la velocidad inicial, es decir:

$$v_0 = \sqrt{v_x^2 + v_{y_0}^2} \quad 1.3.10$$

y el ángulo θ_0 que forma la velocidad inicial con la horizontal en dicho instante está dado por:

$$\tan \theta_0 = \frac{v_{y_0}}{v_x} \quad 1.3.11$$

La rapidez v del proyectil al instante t o rapidez final es igual a la magnitud del vector velocidad, es decir:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad 1.3.12$$

y el ángulo θ que forma el vector velocidad con la horizontal en dicho instante está dado por:

$$\tan \theta = \frac{v_y}{v_x} \quad 1.3.13$$

El vector velocidad es tangente a la trayectoria del cuerpo en todos sus puntos.

Las ecuaciones 1.2.1, 1.2.4, 1.2.5 y 1.2.6 determinan a x y a y en función del parámetro común t que es el tiempo de vuelo. Combinándolas y eliminando a t , obtenemos:

$$y = y_0 + (\tan \theta_0)(x - x_0) + \frac{g}{2(v_0 \cos \theta_0)^2} (x - x_0)^2 \quad 1.3.14$$

que relaciona a y con x , siendo la ecuación de la trayectoria del proyectil.

Como x_0, y_0, θ_0, v_0 y g son constantes, la ecuación anterior corresponde a la ecuación de una parábola. En consecuencia, la trayectoria de un proyectil es parabólica. Es prudente aclarar que en todo el desarrollo, hemos considerado que el valor de la aceleración de la gravedad es igual a $g = -9.8m/s^2$. El signo negativo nos indica que el movimiento del proyectil hacia arriba es desacelerado y hacia abajo es acelerado. Bajo estas circunstancias, toda parábola que describe el movimiento de un proyectil, tendrá su concavidad dirigida hacia abajo.

Para este movimiento, el número de variables que se encuentran involucradas es de 12, de las cuales 5 son independientes y el resto son dependientes, pudiéndose calcular sus valores por medio de las ecuaciones descritas anteriormente. El número de problemas diferentes que se pueden establecer, corresponde al conjunto de combinaciones de 12 elementos tomados de 5 en 5, dando un total de 792.

1.4 Movimiento circular

El movimiento en un círculo o movimiento circular es el que efectúa un cuerpo al moverse en un círculo. Supongamos que dos cuerpos se encuentran inicialmente en un punto común. Dos segundos después uno de ellos está a 2 radianes y el otro se encuentra a 1 radián. Esto quiere decir que el primero gira más rápidamente que el segundo. O sea que el primero recorre un ángulo mayor que el segundo durante el mismo intervalo. El primer cuerpo recorre 1 rad/s y el segundo recorre 0.5 rad/s. Decimos que el primer cuerpo tiene una velocidad angular de 1 rad/s y el segundo de 0.5 rad/s. La velocidad angular ω se define como el ángulo recorrido entre el tiempo que tarda en recorrerlo. La velocidad angular es positiva si el cuerpo se mueve en sentido contrario a las manecillas del reloj, y negativa si lo hace en sentido contrario. El movimiento circular uniforme es aquel en que la velocidad angular ω es constante en todo instante.

La aceleración angular α es el cambio de velocidad angular entre el tiempo que tarda en cambiar. Si la velocidad angular cambia uniformemente, entonces:

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} \quad 1.4.1$$

Así, las ecuaciones para el movimiento angular uniformemente acelerado son:

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \alpha t^2 / 2 \quad 1.4.2$$

$$\theta = \theta_0 + \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\alpha} \quad 1.4.3$$

$$\theta = \theta_0 + \bar{\omega} t \quad 1.4.4$$

$$\theta = \theta_0 + \frac{\omega + \omega_0}{2} t \quad 1.4.5$$

donde: θ_0 y ω_0 es el desplazamiento y la velocidad angular al instante de accionar el cronómetro y se le conoce como desplazamiento y velocidad angular inicial; α es la aceleración angular y es uniforme para cada instante y, finalmente, θ es el desplazamiento angular al tiempo t y se le conoce como desplazamiento angular final. Estas ecuaciones son análogas a las del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.

Cuando una rueda de radio r gira sobre su propio eje, un punto en el borde de la rueda se puede describir en términos de su posición final, de su rapidez tangencial, y de su aceleración tangencial. Estas cantidades están relacionadas con el desplazamiento angular final θ , con la velocidad angular final ω y con la aceleración angular α , que describen la rotación de la rueda a través de las siguientes ecuaciones:

$$x = \theta r \quad 1.4.6$$

$$v = \omega r \quad 1.4.7$$

Y

$$a_t = \alpha r \quad 1.4.8$$

Con θ , ω y α medidos en radianes.

La aceleración centrípeta es debido a que la dirección de la velocidad está cambiando continuamente. Este cambio en la velocidad da origen a una aceleración llamada aceleración centrípeta, que va dirigida hacia el centro del círculo y su valor está dado por:

$$a_c = \frac{v^2}{r} \quad 1.4.9$$

Para este movimiento, el número de variables que se encuentran involucradas es de 10, de las cuales 5 son independientes y el resto son dependientes, calculando sus valores por medio de las ecuaciones descritas anteriormente. El número de problemas diferentes que se pueden establecer, corresponde al conjunto de combinaciones de 10 elementos tomados de 5 en 5, dando un total de 252.

1.4 Descripción del sistema

La figura siguiente muestra la ventana del sistema como resultado del proyecto. La ventana contiene las diferentes opciones con las que cuenta el sistema. Las opciones corresponden con el Movimiento Rectilíneo Uniforme, Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado, Movimiento Circular y Tiro Parabólico. Cada una de las opciones tiene como objetivo resolver problemas relacionados con el tema correspondiente. Para resolver un problema específico, el usuario debe introducir el valor de un número mínimo de variables que son independientes, es decir, un número mínimo de variables con las cuales pueda ser posible obtener el valor de las variables restantes. Cada sistema indica el número mínimo de datos que se requieren para resolver un problema.



Figura 1.3

servirán como variables independientes y en las etiquetas sólo se desplegarán resultados. Como se puede observar en la figura, las cajas de opciones pueden ser escogidas dependiendo de las variables que se tienen como datos y de las que se tienen como incógnitas. Para ello, se han colocado a un lado de cada caja de texto, una caja de opciones que permita indicar al sistema que son variables que sirven como datos. Al

marcarlas se estarán identificando como variables independientes y las que no estén marcadas se considerarán como variables dependientes a las cuales se les asignarán los valores obtenidos, por medio de las variables independientes y las ecuaciones correspondientes para cada tema. La figura 4 muestra la ventana para el Movimiento Rectilíneo Uniforme y el Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado. En ella aparecen seis cajas de opción, seis cajas de texto y tres cajas de etiquetas. En las cajas de texto se pueden escribir los valores de las variables de los datos que proporcione el problema respectivo. Para que un problema sea resuelto, es necesario y suficiente marcar sólo cuatro opciones. Si se marcan más o menos opciones, el sistema no resolverá algún problema. De esta forma, de las seis opciones que se tienen, sólo cuatro son independientes y dos son dependientes. Las etiquetas que se presentan en la ventana sirven para desplegar resultados que no son únicos, sino que tienen más de una respuesta, por lo que las etiquetas son utilizadas sólo para desplegar resultados y no sirven para introducir datos. Sólo se podrán introducir datos en las cajas de texto que están asociadas con las cajas de opciones. Con los datos introducidos el sistema desplegará los resultados correspondientes. El usuario podrá escoger cualquier conjunto de 4 variables independientes para obtener los valores de las dos variables dependientes respectivas. El número de combinaciones de seis elementos tomados de cuatro en cuatro es igual a 15. Así, el número mínimo de problemas

Figura 1.4

diferentes de seis variables tomando cuatro incógnitas es igual a 15. A manera de ejemplo, suponga que se tienen como datos la posición inicial, la posición final, la velocidad inicial y la aceleración con la que se moverá un objeto. Estos datos pueden corresponder con el movimiento de un cuerpo en tiro vertical. La velocidad inicial es la velocidad con la que se lanza el objeto hacia arriba, la aceleración es la aceleración con la que se moverá el cuerpo, la posición inicial es igual a la posición en la que se lanza el cuerpo y la posición final es la posición que tiene el cuerpo para un tiempo determinado. Al hacer click sobre el botón **Resolver** el sistema desplegará la velocidad final y el tiempo que tarda en llegar a la posición final

alcanzada. Observe que existen dos tiempos ya que para esa posición final se tienen dos velocidades. En este caso las dos velocidades son iguales excepto por el signo, ya que uno indica que el cuerpo va en cierta dirección y el otro en dirección contraria. En este caso la velocidad positiva indica que el cuerpo va hacia arriba y la velocidad negativa nos dice que el cuerpo se desplaza hacia abajo. El usuario podrá comprobar este resultado haciendo uso de la ecuación 9. De esta forma, si un cuerpo es lanzado con una velocidad de 30 m/s, con una posición inicial de 100 m por arriba del suelo, se mueve con una aceleración de -9.8 m/s^2 y se quiere saber en qué instantes se encontrará en una posición de 130 m, se tiene que incluir estos datos en las cajas de texto correspondientes y además

The screenshot shows a window titled "MIRLU y MIRLUA" with the following fields and values:

- ☒ Posición Final: 130
- ☒ Posición Inicial: 100
- ☐ Velocidad Final 1: 17.66
- Velocidad Final 2: -17.66
- ☒ Velocidad Inicial 1: 30
- Velocidad Inicial 2: (empty)
- ☒ Aceleración: -9.8
- ☐ Tiempo 1: 1.26
- Tiempo 2: 4.86

Below the fields, there is a link "Escoge sólo 4 opciones", a "Resolver" button, and a "Regresar" button.

Figura 1.5

señalarlos con las cajas de opción. Haciendo click en el botón **Resolver**, observamos que los tiempos para los cuales se encuentra en esa posición son: 1.26 y 4.86 segundos y la velocidades para esos instantes y esa posición son: 17.66 y -17.66 metros en cada segundo.

Los tiempos se obtuvieron utilizando la ecuación 7, que es una ecuación de segundo grado, por lo que se obtienen estos dos resultados. Cabe aclarar que no siempre se obtienen tiempos que sean reales, por lo que el sistema indicará esta situación. Incluso podrá indicar que el problema no tiene solución si los datos no concuerdan con una situación real dados los datos del problema. Observe la figura 5.

La siguiente figura muestra una situación en la que los datos no concuerdan con una situación real. Una situación que no sea real puede ser aquella en la que la altura que alcanza no concuerda con la velocidad con la que es lanzado el objeto. Un cuerpo no puede alcanzar cualquier altura dada la velocidad con la que es lanzado. Así, si introducimos una altura a la que no pueda llegar, entonces la ecuación 7 no tiene solución porque al resolverla se observaría que las raíces no son reales y, al no ser reales, se obtienen resultados complejos.



Figura 1.6

Como se puede apreciar en la figura, un objeto que es lanzado con una velocidad de 30 m/s, desde una altura de 100 metros y una aceleración de -9.8 m/s^2 , no puede alcanzar una altura de 170 metros. Lo máximo que puede alcanzar es una altura de 145.95 metros. Más allá de esa altura, los resultados no pueden ser reales. En este caso el sistema indicará que el problema no tiene solución.

También puede suceder que el sistema proporcione un solo tiempo y, por consiguiente, una sola velocidad final. Si introducimos una posición inicial de 100 metros de altura, una velocidad inicial de 30 m/s, una aceleración de -9.8 m/s^2 y una posición final de 50 metros, se observa que el sistema proporciona un tiempo de 7.49 segundos y una velocidad final de -43.36 m/s . Para esta situación, sólo se tiene un tiempo ya que el otro tiempo es negativo y no correspondería con la realidad. Así, en este caso, no se tienen dos tiempos diferentes para una misma posición final.

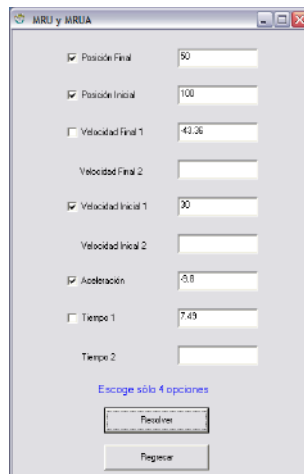


Figura 1.7

Al activar la opción Movimiento Circular (MC) aparecerá una ventana como la mostrada en la figura 8. En ella se presentan 10 cajas de texto con sus respectivos cuadros de opción y cuatro etiquetas que son utilizadas

para incluir algunos resultados que no sean únicos. En estas etiquetas no es posible escribir valores que sirvan para resolver algún problema.

Para resolver un problema particular se requiere introducir los datos de sólo 5 variables y marcarlas con las cajas de opción. El resto de las variables serán llenadas con datos que calcule el sistema usando las variables independientes y las ecuaciones

The screenshot shows a software window titled "Movimiento Circular en un Plano." with a light blue background. It contains two columns of input fields, each preceded by a checkbox. The left column includes: "Desplazamiento Angular Final", "Desplazamiento Angular Inicial", "Velocidad Angular Final 1", "Velocidad Angular Final 2", "Velocidad Angular Inicial 1", "Velocidad Angular Inicial 2", "Aceleración Angular", "Tiempo 1", and "Tiempo 2". The right column includes: "Radio", "Distancia", "Velocidad Tangencial", "Aceleración Tangencial", and "Aceleración Centrípeta". All input fields are currently set to "0". A blue text box in the center-right area contains the text: "Para resolver un problema. Escoja solo 5 opciones". At the bottom center, there are two buttons: "Resolver" and "Regresar".

Figura 1.8

relacionadas con el movimiento circular. Las variables que maneja el sistema son: desplazamiento angular final, desplazamiento angular inicial, velocidad angular final, velocidad angular inicial, aceleración angular, tiempo, radio del círculo, posición final, velocidad tangencial, aceleración tangencial y aceleración centrípeta. Está última no admite datos, sólo despliega los resultados que se obtienen haciendo uso de las variables restantes. Como se puede ver, el programa maneja 10 variables, de las cuales 5 son independientes. Al formar las combinaciones de 10 elementos tomados de 5 en 5, se tienen 252 combinaciones, es decir, al menos se pueden tener 252 problemas diferentes. Para que un problema pueda ser resuelto, dentro de las variables independientes, es necesario marcar al menos una que se encuentre en cada lado de las variables. Si no existe alguna variable independiente que no esté marcada en cualquiera de los dos lados, el problema no tendrá solución a pesar de que estén marcadas 5 variables. A manera de ejemplo, suponga que un objeto se mueve en una trayectoria circular con un desplazamiento angular inicial igual a 0, un desplazamiento angular final igual a 100 radianes, una velocidad angular inicial de 0 radianes en cada segundo, un tiempo de 4 segundos y, finalmente, un radio de 0.1 metros. Al hacer click sobre el botón de comando **Resolver** se observa que el sistema mostrará que la velocidad angular final del cuerpo es de 50 radianes en cada segundo, la aceleración es de 12.5 m/s^2 , la posición final, si fuera una rueda, sería de 10 metros, la velocidad tangencial es de 5 m/s, la aceleración tangencial es de 1.25 m/s^2 y la aceleración centrípeta es de 250 m/s^2 . Se debe aclarar que de los datos que se introdujeron, al menos uno se encuentra en cada lado de la línea vertical que

divide al conjunto de variables. El sistema no tiene solución si todos los datos se encuentran en un solo lado. La siguiente figura muestra los resultados obtenidos al correr el programa.

The screenshot shows a software window titled "Movimiento Circular en un Plano". It contains two columns of input fields with checkboxes. The left column includes: "Desplazamiento Angular Final" (checked, 100), "Desplazamiento Angular Inicial" (checked, 0), "Velocidad Angular Final 1" (unchecked, 30.00), "Velocidad Angular Final 2" (unchecked, empty), "Velocidad Angular Inicial 1" (checked, 0), "Velocidad Angular Inicial 2" (unchecked, empty), "Aceleración Angular" (unchecked, 12.50), "Tiempo 1" (checked, 4), and "Tiempo 2" (unchecked, empty). The right column includes: "Radio" (checked, 0.1), "Distancia" (unchecked, 10.00), "Velocidad Tangencial" (unchecked, 5.00), "Aceleración Tangencial" (unchecked, 1.25), and "Aceleración Centrípeta" (unchecked, 250.00). A blue text box in the center says "Para resolver un problema, Escoja solo 5 opciones". At the bottom are "Resolver" and "Registrar" buttons.

Figura 1.9

Si se cambian los datos por un desplazamiento final de 100 radianes, un desplazamiento inicial de 0 radianes, una velocidad inicial de 30 radianes en cada segundo, una aceleración angular de -2 rad/s^2 y un radio de 0.1 m. Al hacer click sobre el botón de comando **Resolver**, se observa que existen dos tiempos y dos velocidades finales para las cuales el desplazamiento angular es de 100 radianes. Los tiempos son iguales a 3.82 y 26.18 segundos y sus respectivas velocidades angulares finales son iguales a 22.36 y -22.36 radianes por segundo. La velocidad angular final negativa significa que el movimiento se ha invertido. Los datos nos indican que el objeto empieza a moverse con una velocidad angular inicial de 30 rad/s con una aceleración angular de -2 rad/s^2 . Después de cierto tiempo, el objeto se detiene y después invierte su movimiento. Al cabo de 26.18 segundos el objeto alcanza su misma velocidad solo que en dirección contraria. En ese instante el desplazamiento angular del cuerpo es de 100 radianes. De igual forma, la posición del cuerpo es de 10 metros, la velocidad tangencial es de 2.24 m/s, la aceleración tangencial es de -0.2 m/s^2 y, finalmente, la aceleración centrípeta es de 50 m/s^2 . La figura 10 muestra estos resultados.

The screenshot shows the same software window after clicking "Resolver". The results are populated in the input fields: "Velocidad Angular Final 1" is 22.36, "Velocidad Angular Final 2" is -22.36, "Velocidad Angular Inicial 1" is 30, "Velocidad Angular Inicial 2" is empty, "Aceleración Angular" is 2, "Tiempo 1" is 3.82, and "Tiempo 2" is 26.18. The right column now shows: "Radio" is 0.1, "Distancia" is 10.00, "Velocidad Tangencial" is 2.24, "Aceleración Tangencial" is -0.20, and "Aceleración Centrípeta" is 50.00. The "Resolver" button is now disabled.

Figura 1.10

Al activar la opción Tiro Parabólico aparecerá una ventana como la mostrada en la figura 11. En ella se presentan 12 cajas de texto con sus respectivos cuadros de opción y 6 etiquetas que son utilizadas para incluir algunos resultados que no sean únicos. En estas etiquetas no es posible escribir valores que sirvan para resolver algún problema.

Figura 1.11

Para resolver un problema particular se requiere introducir los datos de sólo 5 variables y marcarlas con las cajas de opción. El resto de las variables serán llenadas con datos que calcule el sistema usando las variables independientes y las ecuaciones relacionadas con el Tiro Parabólico. Las variables que maneja el sistema son: posición horizontal inicial, posición vertical inicial, rapidez inicial, ángulo o dirección inicial, velocidad horizontal, velocidad inicial vertical, tiempo 1, posición horizontal final, posición vertical final, rapidez final, ángulo o dirección final y velocidad vertical final. Las variables tiempo 2, posición horizontal final 2, posición vertical final 2, rapidez final 2, ángulo o dirección final 2 y velocidad vertical final 2, son variables a las cuales no se les puede introducir datos, sólo sirven para desplegar resultados.

A manera de ejemplo, supongamos que la posición horizontal inicial es igual a 0, la posición vertical inicial es de 100 m, la velocidad inicial es de 40 m/s, la dirección o ángulo inicial es igual a 60 grados y, finalmente, el tiempo de movimiento es de 2 segundos. El sistema desplegará como resultado una velocidad horizontal de 20 m/s, una velocidad vertical inicial de 34.64 m/s, una posición horizontal final de 40 metros, una posición vertical final de 149.66 metros, una rapidez final de 25.01 m/s, un ángulo o dirección final de 36.91 grados y una velocidad vertical final de 15.02 m/s. En este caso no se desplegarán valores en el resto de las variables porque no existen datos diferentes para un mismo tiempo.

Si ahora introducimos como dato a la posición vertical final en lugar del tiempo y le asignamos un valor de 120 metros, encontramos que existen dos tiempos y dos velocidades finales diferentes para una misma posición vertical final. Para este caso se tiene que los tiempos para los cuales el cuerpo alcanza una posición vertical final son de 0.63 y 6.43 segundos, y las velocidades verticales finales son de 28.42 y -28.42 m/s.

Ambas velocidades son iguales, con la diferencia de que el signo nos indica que las direcciones de los movimientos son contrarias. También observe que las rapidezces finales son iguales para esta posición, al igual que los ángulos finales que forma la trayectoria con la horizontal, con la diferencia de que una dirección es positiva y la otra negativa. El sistema también despliega las posiciones horizontales finales y son iguales a 12.69 y 128.56 metros. Estos resultados pueden ser obtenidos haciendo uso de las ecuaciones relacionadas con el Tiro Parabólico. Observe la figura 1.12.

Si el usuario introduce valores cuyo problema no pueda ser resuelto, el sistema indicará esta situación. Por ejemplo, si la posición vertical final está fuera del rango para los cuales no corresponda con el resto de los datos, el sistema desplegará una ventana indicando que el problema no puede resolverse. Por ejemplo, si la posición vertical final que se introduzca es

The screenshot shows the 'Tiro Parabólico' window with the following data:

Variable	Value	Variable	Value	Variable	Value
☒ No	0	☐ Tiempo 1	0.63	Tiempo 2	5.43
☒ Yo	100	☐ X1	12.69	X2	128.56
☒ Vo	40	☒ V1	120	V2	
☒ Ángulo Inicial	60	☐ V1	34.75	V2	34.75
☐ Vx	20.00	☐ Ángulo Final 1	54.86	Ángulo Final 2	54.98
☐ Vy	34.64	☐ Vy1	28.42	Vy2	28.42

Buttons: Resolver, Recibir

Text: Para resolver un problema, escoja solo 5 opciones

Figura 1.12

igual a 200 metros para una rapidez inicial de 40 m/s formando un ángulo de 60 grados, veríamos que el proyectil no podrá alcanzar esa altura. La máxima altura que pueda alcanzar es de 161.16 metros. Para una posición vertical final mayor a esa cantidad, el problema no puede resolverse y el sistema desplegará un aviso que el problema no tiene solución. La siguiente figura muestra esta situación.

The screenshot shows the 'Tiro Parabólico' window with the following data:

Variable	Value	Variable	Value	Variable	Value
☒ No	0	☐ Tiempo 1	0	Tiempo 2	
☒ Yo	100	☐ X1	0	X2	
☒ Vo	40	☒ V1	300	V2	
☒ Ángulo Inicial	60	☐ V1		V2	
☐ Vx	20.00	☐ Ángulo Final 1		Ángulo Final 2	
☐ Vy	34.64	☐ Vy1		Vy2	

Buttons: Resolver, Recibir

Text: Para resolver un problema, escoja solo 5 opciones

Modal Window: ProyectoResolvidorMenu
El problema no tiene solución
Aceptar

Figura 1.13

El número de problemas diferentes que se pueden generar con el sistema es igual al número de combinaciones de 12 elementos tomados de 5 en 5, los cuales corresponden a 792 combinaciones.

1.5 Conclusiones

El sistema:

1. Resuelve problemas relacionados con temas de la Cinemática como el Movimiento Rectilíneo Uniforme, el Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado, el Movimiento Circular y el Tiro Parabólico.
2. Puede ser utilizado para comprobar los resultados que se obtengan al resolver un problema relacionado con el tema de Cinemática.
3. Puede ser utilizado para la Educación a Distancia.
4. Sirve de apoyo a la labor docente y tutorial.

1.6 Bibliografía

1. Beltrán, V.; Braun, E. *Principios de Física*. Trillas. México, 1970.
2. Ceballos, F. J. *Enciclopedia de Visual Basic 4*. Alfaomega Grupo Editor. 1996.
3. Haaser, N. B.; LaSalle, J. P.; Sullivan, J. A. *Análisis Matemático, Curso de Introducción*. Trillas. México, 1977.
4. Resnick, R.; Halliday, D. *Física. Vol. I*. CECSA. México, 1980.
5. Sears, F. W.; Zemansky, M.; Young, H. D. *Física Universitaria*. Addison-Wesley Iberoamericana. 1988.
6. Wooton, W.; Beckenbach, E. F.; Fleming, F. J. *Geometría Analítica Moderna*. Publicaciones Cultural S.A. México. 1978.

2. Un Sistema para Resolver Problemas de Dinámica

2.1 Introducción

Antes de Newton casi todos suponían que era necesaria una fuerza para mantener un objeto en movimiento. Si se desliza un objeto sobre una superficie horizontal, pronto se detendrá. Para mantenerlo en movimiento, se deberá continuar empujándolo. En efecto, es casi obvio que los objetos en movimiento, abandonados a sí mismos, se frenan y pronto se detienen. Newton descubrió que esta observación, aunque correcta, no se aplica a objetos sobre los que actúa una fuerza resultante igual a cero. Para el caso del objeto que se desliza sobre una superficie horizontal, descubrió que existe una fuerza que frena al movimiento que es la fuerza de fricción que la superficie ejerce sobre el bloque. Por lo tanto, la fuerza neta que actúa sobre el cuerpo no es cero. Newton reconoció que el bloque disminuye su velocidad y se detiene a causa de la fuerza de fricción no equilibrada. Mientras más pequeña sea una fuerza de fricción, el cuerpo disminuirá su velocidad más lentamente. Newton propuso que si están ausentes las fuerzas de fricción, los objetos que se deslizan no se detendrán, es decir, si la fuerza resultante que actúa sobre un objeto en movimiento es cero, el objeto continuará su movimiento con velocidad constante.

Cuando una fuerza neta actúa sobre un objeto de masa m y produce una aceleración a , las cantidades están relacionadas por (Resnick, R. y Halliday, D, 1980: 87):

$$F = m a \quad 2.1$$

Esta conclusión es el enunciado de la segunda ley de Newton. Esta ley nos indica que cuanto mayor sea la masa del objeto, tanto mayor será la fuerza necesaria para cambiar su velocidad. En consecuencia, con la segunda ley de Newton, si la fuerza neta que actúa sobre un objeto es igual a cero, un objeto en reposo permanecerá en reposo y un objeto en movimiento conservará su velocidad original.

La segunda ley de Newton forma parte de las leyes de Newton que a su vez son la parte esencial de los conceptos básicos de la Dinámica, que es la ciencia que se encarga de establecer las causas del movimiento de los cuerpos y las leyes que obedecen los cuerpos en movimiento (Beltrán, V. y Braun E., 1970: 52). Newton estableció que en ausencia de fuerzas un cuerpo no alterará su estado, es decir, si está en reposo, permanecerá en reposo. Aunque escape a nuestro sentido común, lo mismo se puede afirmar de un cuerpo que se mueva con velocidad constante y describiendo una trayectoria rectilínea; éste permanecerá así mientras no haya una fuerza que altere su estado. Para un cuerpo que haya sido afectado por una fuerza, ese estado se romperá apareciendo con ello un cambio de rapidez o un cambio en la trayectoria del movimiento del cuerpo si originalmente se desplazaba con movimiento rectilíneo uniforme, o pueden aparecer ambos efectos simultáneamente.

2.2 Plano Inclinado

La segunda ley de Newton establece que la suma vectorial de todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo, es igual al producto de la masa del cuerpo por la aceleración que experimente. En consecuencia, para identificar las fuerzas que actúan sobre un cuerpo sobre un plano inclinado, se dibuja un diagrama por separado del cuerpo aislado, mostrando un marco de referencia y todas las fuerzas que actúan sobre él. Este diagrama se le conoce como Diagrama de Cuerpo Libre (Resnick, R. y Halliday, D, 1980: 99).

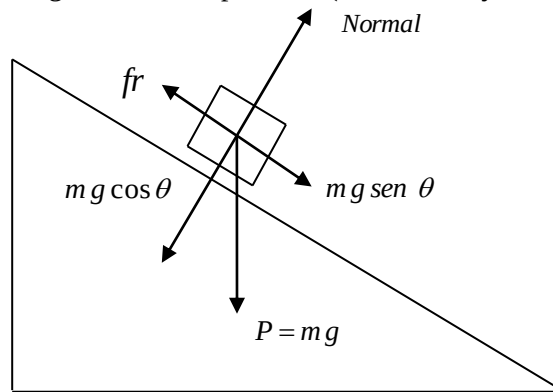


Figura 2.1 Plano Inclinado

La figura 1 muestra las fuerzas a las que está sujeto el bloque que se encuentra sobre el plano inclinado. Solo son tres las fuerzas que actúan sobre el bloque: el peso, la normal y la fricción. El peso se ha descompuesto en sus componentes normal y tangencial al plano.

La ecuación de las fuerzas que actúan sobre el bloque en la dirección paralela al plano es:

$$m g \sin \theta - f_r = m a \quad 2.2.1$$

Donde $m g \sin \theta$ es la componente del peso en la dirección paralela al plano, f_r es la fuerza de fricción entre el bloque y el plano, y a es la aceleración con la que se moverá el bloque.

Por otra parte, la fuerza de fricción puede ser calculada por medio de la siguiente expresión:

$$f_r = \mu N \quad 2.2.3$$

N es la fuerza normal y es la fuerza que ejerce el plano sobre el bloque, μ es el coeficiente de fricción entre el plano inclinado y el bloque. Esta ecuación nos indica que la fuerza de fricción es igual al coeficiente de fricción multiplicado por la fuerza Normal.

De igual forma, podemos ver en el diagrama que la componente del peso en la dirección perpendicular al plano y la fuerza normal, se equilibran. Es decir, la fuerza neta sobre el bloque en esta dirección es cero. Matemáticamente esta afirmación puede ser expresada por medio de la siguiente ecuación:

$$N - m g \cos \theta = 0 \quad 2.3.4$$

Donde $m g \cos \theta$ es la componente del peso en la dirección perpendicular al plano inclinado. Esta ecuación nos indica que ambas fuerzas están en equilibrio. Si no fuese así, la fuerza neta sería diferente de cero, provocando una aceleración sobre el bloque en la dirección perpendicular al plano.

Sustituyendo la ecuación 4 en la 3 y el resultado los sustituimos en la ecuación 2, concluimos que la aceleración con la que se moverá el bloque es:

$$a = g (\sin \theta - \mu \cos \theta) \quad 2.2.5$$

Si el coeficiente de fricción es igual a cero, la aceleración con la que se moverá el bloque sobre el plano inclinado corresponderá a (Bueche, F., 1990: 50):

$$a = g \sin \theta \quad 2.2.6$$

Así, observamos que la aceleración con la que se moverá un bloque sobre un plano inclinado y sin fricción, va a depender de la aceleración de la gravedad y del ángulo que forme el plano con la horizontal.

Si la fuerza de fricción es mayor que la componente del peso en la dirección paralela al plano, la aceleración del bloque será igual a cero, por lo que el bloque no se moverá. Así, la ecuación para este caso se expresa de la siguiente manera:

$$m g \sin \theta - fr = 0 \quad 2.2.7$$

Sustituyendo la ecuación 4 en la 3 y el resultado los sustituimos en la ecuación 7, concluimos que el coeficiente de fricción es igual a (Beltrán V. y Braun E., 1970: 44):

$$\mu = \tan \theta \quad 2.2.8$$

De esta forma, el coeficiente de fricción para un bloque que comienza a deslizarse sobre un plano inclinado es igual a la tangente del ángulo que forma el plano con la horizontal.

2.3 Máquina de Atwood

Este método es utilizado para calcular la tensión en la cuerda y la aceleración con la que se moverán dos objetos de diferente masa que estén atados a la cuerda que pasa por una polea sin fricción y masa despreciable. Dicho dispositivo se le conoce como máquina de Atwood. La figura 2 muestra un dispositivo similar. Para conocer la tensión en la cuerda y la aceleración con la que se moverán los bloques, es necesario establecer diagramas de cuerpo libre para cada uno de los bloques en la máquina de Atwood. En la figura se muestran las fuerzas que actúan en cada bloque. En cada bloquea actúa la tensión y su peso.

En este caso se antepondrá un signo positivo a la aceleración si el cuerpo se desplaza hacia arriba y un signo negativo en caso contrario. Las fuerzas que actúan sobre m_1 y m_2 se muestran en la figura 2 en la cual T representa la tensión en los extremos de la cuerda. La ecuación de las fuerzas para m_1 es:

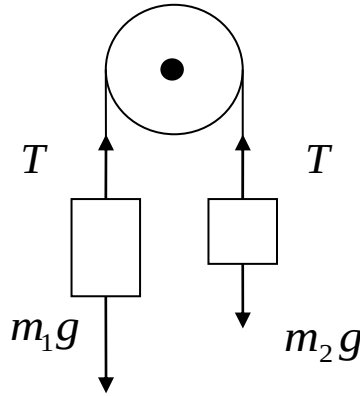


Figura 2.2 Máquina de Atwood.

$$T - m_1g = -m_1a \quad 2.3.1$$

Y para m_2 se tiene:

$$T - m_2g = m_2a \quad 2.3.2$$

Con m_1 mayor a m_2 .

Estas ecuaciones nos indican que la tensión es menor que el peso del cuerpo de masa m_1 y que la tensión es mayor que el peso del cuerpo de masa m_2 ; en consecuencia, el bloque de masa m_1 caerá y el bloque de masa m_2 subirá. Combinando ambas ecuaciones, tenemos (Resnick R. y Halliday D., 1980: 102):

$$a = \frac{(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2} g \quad 2.3.4$$

Y

$$T = \frac{2 m_1 m_2}{m_1 + m_2} g \quad 2.3.5$$

Estos resultados son válidos si la masa de la polea y la fricción son despreciables. Para el caso en que esta condición no se cumpla, encontraríamos que la tensión en cada extremo de la cuerda sería diferente. En la ecuación 11, nótese que el valor de la aceleración con la que se moverán los bloques siempre será menor o igual que la aceleración de la gravedad. En el caso extremo en que la masa m_2 sea igual a cero, el bloque de masa m_1 bajará con la aceleración de la gravedad. Si ambas masas son iguales, la aceleración de los bloques será igual a cero. La ecuación 12 nos indica que la magnitud de la tensión es siempre intermedia entre el peso de masa m_1 y el de masa m_2 . Este resultado parece razonable ya que la tensión debe ser menor que el peso del bloque de masa m_1 para proporcionar a m_2 una aceleración hacia arriba, en tanto que m_1

debe ser mayor que la tensión para proporcionar una aceleración hacia abajo. En el caso en que ambas masas sean iguales, la tensión es igual a los pesos de los bloques.

2.4 Plano Horizontal

En la figura 2.3 se muestra un bloque colocado sobre un plano horizontal. El bloque está unido a otro que se haya suspendido. Se desea saber con qué aceleración se moverán los bloques al dejar caer el bloque que se encuentra suspendido. Para ello, necesitamos conocer las fuerzas que actúan en cada uno de ellos.

Sobre el bloque de masa m_1 actúan la tensión, la normal, la fricción y su peso. Sobre el bloque de masa m_2 actúa la tensión y su peso.

La ecuación de las fuerzas que actúan sobre m_1 son:

$$T - fr = m_1 a \quad 2.4.1$$

$$N - m_1 g = 0 \quad 2.4.2$$

Y

$$fr = \mu N \quad 2.4.3$$

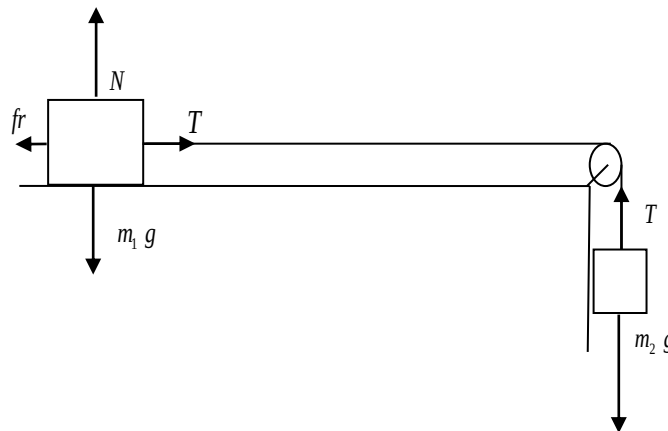


Figura 3. Plano Horizontal.

Para m_2 se tiene:

$$T - m_2 g = -m_2 a \quad 2.4.4$$

Combinando las ecuaciones 13, 14, 15 y 16, obtenemos (Bueche, F, 1990: 51):

$$a = \frac{(m_2 - \mu m_1)}{m_1 + m_2} g \quad 2.4.5$$

Y

$$T = \frac{m_1 m_2 (1 + \mu)}{m_1 + m_2} g \quad 2.4.6$$

La ecuación 17 nos indica que los bloques se podrán mover si el peso del bloque de masa m_2 es mayor que la fuerza de fricción que actúa sobre el bloque de masa m_1 . En consecuencia, si la fricción es mayor, los bloques permanecerán estáticos. Este hecho nos permite afirmar que el coeficiente de fricción entre el bloque de masa m_1 y la superficie puede ser encontrado experimentalmente al aumentar lentamente el valor de la masa m_2 hasta que los bloques comiencen a moverse. Así, el coeficiente de fricción podrá calcularse por medio de la siguiente expresión:

$$\mu = \frac{m_2}{m_1} \quad 2.4.7$$

Es decir, el coeficiente de fricción es igual al cociente de la masa m_2 entre la masa m_1 , cuando los bloques comiencen a moverse.

La ecuación 18 nos indica que la tensión de la cuerda va a ser mayor conforme aumente el valor de las masas de los bloques y el coeficiente de fricción estático.

2.5 Descripción del Sistema

En la figura 4 se muestra la ventana principal del sistema que se elaboró como resultado del proyecto.



Figura 4. Ventana principal del sistema.

En ella se muestran cuatro botones de comando. Uno de ellos corresponde al Plano Inclinado, el otro al Plano Horizontal, el siguiente a la Máquina de Atwood y Salir del programa. Al escoger la opción Plano Inclinado aparecerá otra ventana como la mostrada en la figura 5.

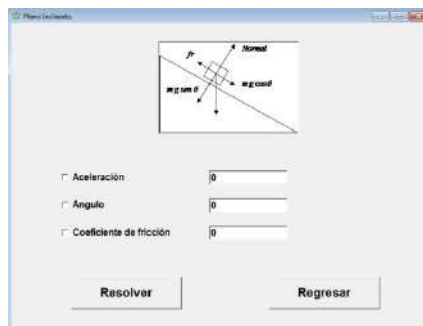


Figura 5. Ventana correspondiente al Plano Inclinado.

Las cajas de texto sirven para introducir los valores de la aceleración, del ángulo de inclinación del plano inclinado y del coeficiente de fricción entre el plano y el bloque. A manera de ejemplo, suponga que queremos conocer la aceleración con la que se moverá un bloque en un plano inclinado si el ángulo que forma con la horizontal es de 40 grados y el coeficiente de fricción entre el bloque y el plano es de 0.3. La figura 6 muestra los datos que se han introducido al sistema, junto con las cajas de opción seleccionadas. Después hacer click sobre el botón **Resolver**, el sistema calculará la aceleración con la que se deslizará el bloque. La figura 6 muestra estos resultados. Observe en la figura que la aceleración con la que se deslizará el bloque es de 4.05 m/s^2 .

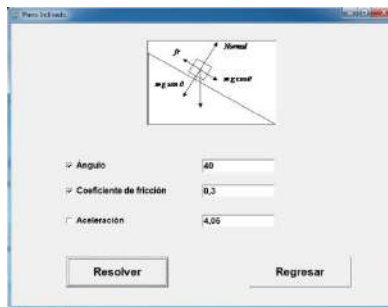


Figura 6. Ventana que muestra el valor de la aceleración.

Al escoger la opción Plano Horizontal de la figura 4, aparecerá otra ventana como la mostrada en la figura 7.

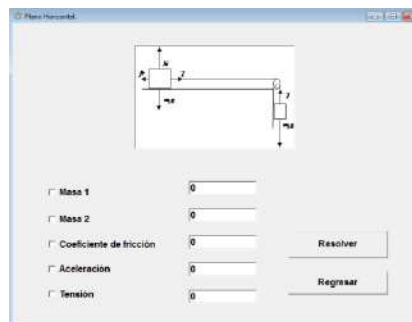


Figura 7. Ventana correspondiente al Plano Horizontal.

Las cajas de texto se diseñaron para introducir los valores de las masas de los bloques, del coeficiente de fricción, de la aceleración y de la tensión. Para cada una de las masas y coeficientes de fricción, el sistema mostrará el valor de la aceleración con la que se moverán los bloques y la tensión en la cuerda que los une. Suponga que queremos conocer la tensión en la cuerda y la aceleración con la que se moverán los bloques si la masa de los bloques es de 5 y 10 kg y el coeficiente de fricción es de 0,5. Al introducir estos datos en las cajas de texto correspondientes y marcar los datos que son necesarios para calcular la aceleración y la tensión en la cuerda, observamos que la aceleración con la que se moverán los bloques es de 4.91 m/s^2 y la tensión en la cuerda es de 49,05 N. Observe la figura 8.

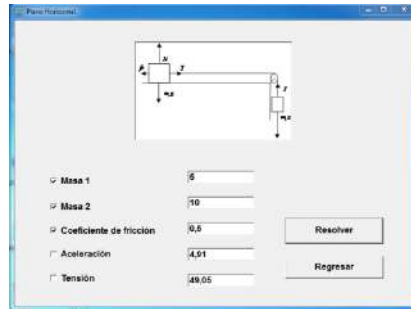


Figura 8. Ventana que muestra la aceleración y la tensión.

Finalmente, al escoger la opción Máquina de Atwood de la figura 4, aparecerá otra ventana como la mostrada en la figura 9.

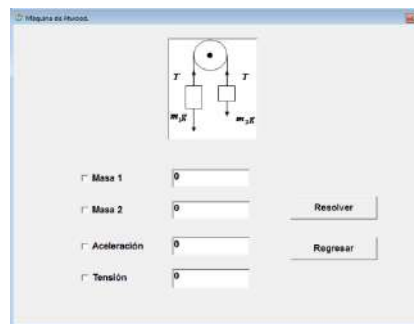


Figura 9. Ventana correspondiente a la Máquina de Atwood.

Las cajas de texto se diseñaron para introducir los valores de las masas de los bloques. Supongamos que las masas de los bloques son de 5 y 10 kg, entonces al introducir estos datos en las cajas de texto correspondientes y marcar los datos en las cajas de opción, veremos que la aceleración con la que se moverán los bloques y la tensión en la cuerda es de 3.27 m/s^2 y 65.4 N , respectivamente. Observe estos resultados en la figura 10.

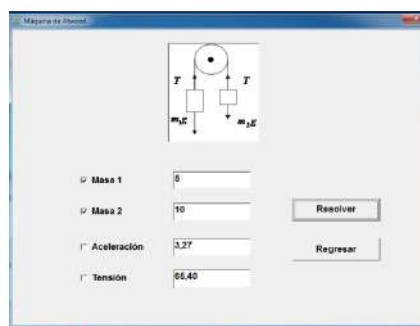


Figura 10. Ventana que muestra la aceleración y la tensión.

El sistema fue desarrollado en Visual Basic que es un lenguaje de propósitos generales que sirve para crear aplicaciones para Windows basado en el lenguaje Basic, QBasic o QuickBasic y en la programación orientada a objetos (Ceballos, F., 1997: 319).

2.6 Conclusiones

El sistema:

- Resuelve problemas relacionados con temas de Dinámica.
- Puede ser utilizado para obtener y comprobar resultados.
- Por su portabilidad es posible usarlo en Educación a Distancia.
- Sirve de apoyo a la labor docente y tutorial.

2.7 Bibliografía

1. Beltrán V. y Braun E. (1970) *Principios de Física*. México, D. F.: Trillas.
2. Buche, F. J. (1990) *Física General*. México, D. F.: McGRAW-HILL.
3. Ceballos F. J. (1997) *Enciclopedia de Visual Basic 4*. México, D. F.: Alfaomega Grupo Editor.
4. Resnick, R. y Halliday, D. (1980) *Física Vol. I*. México, D. F.: CECSA.

3. Un Sistema para Resolver Problemas Relacionados con el Momento Lineal

3.1 Introducción

Cuando se atraviesa una persona, ¿te has dado cuenta que es muy difícil detenerse si vas corriendo? ¿O si corres por una pendiente y con la velocidad que llevas es muy difícil detenerse a menos de que te caigas? ¿O qué es más fácil detener: ¿una pelota de hule o un balón de piel, a pesar de que lleven la misma velocidad? En este trabajo se muestra el uso de un sistema que resuelve problemas relacionados con el momento lineal.

3.2 Momento Lineal

En todos estos fenómenos están involucradas la velocidad y la masa de un objeto. La conjunción de ambas nos da un concepto llamado cantidad de movimiento. El producto de la masa que tiene un cuerpo por la velocidad con la que se mueve, se le conoce como momento lineal, cantidad de movimiento o ímpetu. Matemáticamente se tiene (Bueche, 1990):

$$p = m \ v \quad 3.1$$

Donde p es la cantidad de movimiento, m es la masa del cuerpo y v es la velocidad con la que se mueve el cuerpo. La cantidad de movimiento es una magnitud vectorial porque es el producto de una magnitud escalar (la masa) por una cantidad vectorial (la velocidad). En consecuencia, para que la cantidad de movimiento sea completamente especificada debe ser representada por su magnitud y su dirección. Esta expresión nos indica que mientras más grande sea la masa y/o la rapidez de un objeto, su cantidad de movimiento es mayor. O si la masa y la rapidez del cuerpo es pequeña, entonces su cantidad de movimiento también debe ser pequeño. Es por eso que un objeto con masa muy grande como un camión, es muy difícil de detener a pesar de que tenga una velocidad relativamente pequeña.

La unidad del momento lineal en el Sistema Internacional es kilogramo por metro entre segundo. La dirección de la cantidad de movimiento de un cuerpo coincide con la dirección de la velocidad del cuerpo. La masa no cambia la dirección de la cantidad de movimiento y de la velocidad del cuerpo; ambas direcciones son iguales (Beltrán, 1975).

3.3 Impulso

Una fuerza F que actúa durante un tiempo t sobre un cuerpo le proporciona un impulso, dado por:

$$I = F \ t \quad 3.2$$

La unidad del Impulso en el Sistema Internacional es Newton por segundo.

Cuando una fuerza actúa sobre un cuerpo se produce un cambio en la cantidad de movimiento. Así, el impulso aplicado a un cuerpo es igual al cambio de la cantidad de movimiento, es decir (Resnick, 1980):

$$I = F t = \Delta p \quad 3.3$$

Donde Δp es el cambio en la cantidad de movimiento, F es la fuerza que se aplica al cuerpo, t es el tiempo en el cual se aplica la fuerza e I es el impulso. El cambio en la cantidad de movimiento puede ocurrir debido al cambio de la masa, de la velocidad o de ambas. Si la masa permanece constante, entonces debe ocurrir un cambio de velocidad si la cantidad de movimiento cambia. Si el cambio en la cantidad de movimiento es constante, entonces el producto de la fuerza por el tiempo también sería constante y, si el transcurso del tiempo se considera constante, entonces la fuerza que se aplica también sería constante. Esto es un caso particular en el cual la fuerza aplicada es constante. En general, la fuerza puede variar y, en ese caso, el cambio en la cantidad de movimiento no sería constante. De esta forma, el impulso depende del producto de la fuerza que se le aplique a un cuerpo multiplicado por el tiempo en que aplique. El impulso será más grande si aplicamos la misma fuerza durante un tiempo más prolongado. O el impulso será más pequeño si aplicamos la misma fuerza en un tiempo muy corto. Tanto la fuerza como el tiempo son importantes para cambiar el impulso de un cuerpo. Se puede tener el mismo impulso aplicando una fuerza grande en un tiempo muy pequeño o aplicando una fuerza pequeña en un tiempo muy grande.

De la ecuación 3.3 concluimos que el impulso produce un cambio en cantidad de movimiento, es decir:

$$I = F t = \Delta p = m (v - v_0) \quad 3.4$$

3.4 Conservación del Momento Lineal o de la Cantidad de Movimiento

Cuando un cuerpo experimenta un impulso, la ecuación 3.4 afirma que ha actuado una fuerza sobre el cuerpo para que pueda cambiar su cantidad de movimiento. Una fuerza es consecuencia de la interacción con otros cuerpos. Así, por la tercera ley de Newton, las fuerzas que actúan sobre un cuerpo también las experimentan los cuerpos que las provocan. La cantidad de movimiento de un sistema de cuerpos en los que no existe una fuerza externa que influya, se mantiene constante. De esta forma, el cambio en la cantidad de movimiento de un cuerpo es igual al cambio en la cantidad de movimiento del resto de los cuerpos que componen el sistema, siempre y cuando, el sistema no reciba influencia de fuerzas externas. Cuando un sistema se encuentra aislado, la cantidad de movimiento se mantiene constante porque no hay fuerzas externas. En el caso en que el sistema estuviera influido por una fuerza, su cantidad de movimiento cambiaría. En consecuencia, podemos afirmar que (Tipler, 1995):

“Si sobre un sistema no se ejerce fuerza neta, la cantidad de movimiento no cambia”

De esta forma, la cantidad de movimiento de los cuerpos que interactúan en un sistema aislado, permanece constante. Para un sistema de dos cuerpos, al aplicar la ley de conservación de la cantidad de movimiento, se concluye que (Hewitt, 1995):

$$m_1v_{0_1} + m_2v_{0_2} = m_1v_1 + m_2v_2 \quad 3.5$$

Donde: v_{0_1} y v_{0_2} son las velocidades iniciales, v_1 y v_2 son las velocidades finales de los cuerpos y m_1 y m_2 son las masas de los cuerpos.

Como consecuencia de esto, podemos afirmar que en la colisión entre partículas o cuerpos, en la desintegración radiactiva o en una explosión, la cantidad de movimiento se mantiene constante, siempre y cuando no haya fuerzas externas.

Si consideramos la caída de un cuerpo, el cuerpo en sí mismo no estaría aislado y, en consecuencia, su cantidad de movimiento cambiaría. Cambiaría porque estaría expuesto a una fuerza externa como el peso. Pero si consideramos como sistema al formado por el cuerpo y la Tierra, la cantidad de movimiento del sistema permanecería constante. El problema es que el cambio en la cantidad de movimiento de la Tierra no se percibe por su gran masa. Pero teóricamente debe cambiar, independientemente de que se perciba o no. Sin embargo, si ponemos a interactuar dos cuerpos que tengan masas muy similares, el cambio en la cantidad de movimiento se percibiría fácilmente. Por ejemplo, supongamos que una bola de billar choca contra una pelota de esponja. Como la masa de la bola de billar es muy grande en comparación con la masa de la pelota de esponja, después del choque la bola de billar mantendría su movimiento en la misma dirección con la que se movía antes del choque. En cambio, la pelota de esponja comenzaría a moverse en la misma dirección con la que se movía la bola de billar. Si ahora la pelota de esponja es la que se mueve y la bola de billar se encuentra en reposo, al chocar la pelota de esponja veríamos que rebotaría y que la bola de billar se movería muy poco, en la misma dirección en la que se movía la pelota de esponja antes de la colisión. Si las masas de ambas pelotas son iguales, al impactar una de ellas sobre la otra veríamos que la que se encuentra en reposo se movería con la misma velocidad con la que se movía la bola que impactó y que la bola que impactó se quedaría estática después de la colisión. En todos estos casos la cantidad de movimiento de cada uno de los cuerpos cambia, pero la cantidad de movimiento del sistema permanece constante. Esto es considerando que los cuerpos giran sin fricción porque, si consideramos que influye la fricción, entonces la cantidad de movimiento no se mantendría constante debido a la presencia de una fuerza externa (Serway, 1985).

3.5 Colisiones Inelásticas

Los ejemplos de colisiones que hemos analizado anteriormente, son ejemplos de colisiones que se consideran perfectamente elásticas porque la deformación que sufren no es permanente y esta deformación no genera una pérdida de calor. En estas condiciones se dice que la colisión es perfectamente elástica.

Cuando un cuerpo se deforma permanentemente o genera calor en una colisión, se dice que la colisión es inelástica. De igual forma, cuando dos o más objetos en una colisión quedan unidos, decimos que la colisión es inelástica. Es muy común encontrar colisiones inelásticas. Por ejemplo, cuando aventamos un papel mojado hacia el techo o el piso, vemos que se queda pegado. En este caso se dice que la colisión es inelástica. De igual forma sucede cuando dos autos quedan unidos después de un choque. También sucede cuando una persona atrapa una pelota. También son ejemplos de colisiones inelásticas cuando dejamos caer al piso una pelota de esponja. Vemos que rebotaría un número finito de veces hasta que deja de botar. Estas colisiones son inelásticas porque, a pesar de que no se deforma permanentemente la pelota, se generaría calor en cada rebote y esto, teóricamente, aumentaría su temperatura. A pesar de que existan colisiones inelásticas, la cantidad de movimiento se conserva. Por ejemplo, se ha visto que cuando un cuerpo colisiona con otro que se encuentra en reposo y queda unido después de la colisión, la velocidad del cuerpo que lleva ahora el cuerpo que se movía, es menor ya que se encuentra unido al cuerpo que se encontraba en reposo. Esa unión hace que la velocidad del cuerpo que se movía disminuyera. Al hacer cálculos de la suma de la cantidad de movimiento de los cuerpos antes y después de la colisión, vemos que son iguales. Es decir, la cantidad de movimiento de un sistema en la que existen colisiones inelásticas, también se conserva.

3.6 Coeficiente de restitución

Para cualquier colisión entre dos cuerpos en la que se mueven a lo largo de una línea recta, el coeficiente de restitución e se define como:

$$e = \frac{v_2 - v_1}{v_{01} - v_{02}} \quad 3.6$$

Donde: v_{01} y v_{02} son las velocidades iniciales y v_1 y v_2 son las velocidades finales de los cuerpos. Para una colisión perfectamente elástica, $e = 1$, para una colisión inelástica $e < 1$ y para una colisión perfectamente inelástica $e = 0$. En una colisión perfectamente inelástica, los cuerpos permanecen unidos después de la colisión. Esto sucede cuando una bala impacta un bloque de madera que se encuentra suspendido de un hilo.

Para conocer las velocidades finales de los cuerpos después de una colisión frontal, utilizamos la ecuación 3.6 y despejamos la velocidad v_2 , es decir:

$$v_2 = e (v_{0_1} - v_{0_2}) + v_1 \quad 3.7$$

Y la sustituimos en la ecuación 3.5

$$m_1 v_{0_1} + m_2 v_{0_2} = m_1 v_1 + m_2 (e(v_{0_1} - v_{0_2}) + v_1) \quad 3.8$$

Al despejar v_1 , obtenemos:

$$v_1 = \frac{m_1 v_{0_1} + m_2 v_{0_2} - m_2 e (v_{0_1} - v_{0_2})}{m_1 + m_2} \quad 3.9$$

Finalmente, sustituyendo la ecuación 3.9 en la ecuación 3.77, obtenemos:

$$v_2 = \frac{m_1 v_{0_1} + m_2 v_{0_2} + m_1 e (v_{0_1} - v_{0_2})}{m_1 + m_2} \quad 3.10$$

3.7 Colisiones en Dos Dimensiones

En la sección anterior, analizamos el comportamiento de las colisiones en una dimensión. Las colisiones en una dimensión son aquellas en las cuales se llevan a cabo en una línea recta. En esta sección analizaremos aquellas colisiones en las cuales se llevan a cabo en un plano. Es decir, aquellas colisiones en las cuales los cuerpos se desplazan en dos dimensiones. Para describir las colisiones en un plano, es necesario describirlos por medio de dos coordenadas. Si queremos describir las colisiones en un plano cartesiano, las velocidades de los cuerpos que colisionan deben ser dos: una en la dirección del eje de las abscisas y la otra en la dirección del eje de las ordenadas. De esta forma, las ecuaciones para el momento lineal en cada una de las direcciones, son las siguientes (White, 2013):

$$m_1 v_{0_1} \cos \theta_{0_1} + m_2 v_{0_2} \cos \theta_{0_2} = m_1 v_1 \cos \theta_1 + m_2 v_2 \cos \theta_2 \quad 3.11$$

Y

$$m_1 v_{0_1} \text{seno} \theta_{0_1} + m_2 v_{0_2} \text{seno} \theta_{0_2} = m_1 v_1 \text{seno} \theta_1 + m_2 v_2 \text{seno} \theta_2 \quad 3.12$$

Donde: m_1 y m_2 son las masas de los cuerpos que colisionan, v_{0_1} y v_{0_2} son las velocidades iniciales, θ_{0_1} y θ_{0_2} son las direcciones del movimiento de los cuerpos antes de la colisión, v_1 y v_2 son las velocidades de los cuerpos después de la colisión y θ_1 y θ_2 son las direcciones del movimiento de los cuerpos después de la colisión.

De las ecuaciones 3.11 y 3.12 vemos que en cada dirección se debe conservar la cantidad de movimiento. El número de variables que intervienen en una colisión bidimensional de dos cuerpos es de 10. Por ello, es necesario conocer 8 de ellas para que pueda ser resuelto un problema, ya que sólo existen dos ecuaciones.

De hecho, es necesario que se conozcan al menos tres de las cuatro direcciones que intervienen en la colisión debido a que si se conocen sólo dos de ellas, es muy difícil conocer las otras dos restantes.

En el caso en que la colisión sea perfectamente elástica, la energía cinética es la misma antes y después de la colisión, por lo que:

$$\frac{1}{2}m_1v_{01}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{02}^2 = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 \quad 3.13$$

Como caso particular de una colisión en un plano en donde el segundo cuerpo se encuentra en reposo y el primero lo colisiona formando un ángulo de cero grados con respecto al eje positivo de las abscisas, se tiene:

$$m_1v_{01} = m_1v_1 \cos \theta_1 + m_2v_2 \cos \theta_2 \quad 3.14$$

Y

$$m_1v_1 \sin \theta_1 = -m_2v_2 \sin \theta_2 = -m_2v_2(1 - \cos^2 \theta_2)^{1/2} \quad 3.15$$

Elevando al cuadrado y despejando la función coseno, se tiene:

$$\cos \theta_2 = \left(\frac{m_2^2v_2^2 - m_1^2v_1^2 \sin^2 \theta_1}{m_2^2v_2^2} \right)^{1/2} \quad 3.16$$

Sustituyendo la ecuación 3.16 en la ecuación 3.14, se tiene:

$$m_1v_{01} = m_1v_1 \cos \theta_1 + m_2v_2 \left(\frac{m_2^2v_2^2 - m_1^2v_1^2 \sin^2 \theta_1}{m_2^2v_2^2} \right)^{1/2} \quad 3.17$$

Despejando la raíz cuadrada y elevando al cuadrado, se tiene:

$$\cos \theta_1 = \frac{m_1^2(v_{01}^2 + v_1^2) - m_2^2v_2^2}{2m_1^2v_{01}v_1} \quad 3.18$$

De la ecuación 3.13, despejamos $m_2v_2^2$ y la multiplicamos por m_2 , obteniendo:

$$m_2^2v_2^2 = m_1m_2(v_{01}^2 - v_1^2) \quad 3.19$$

Con $m_2v_{02}^2 = 0$

Sustituyendo la ecuación 19 en la ecuación 18, tenemos finalmente:

$$\cos \theta_1 = \frac{m_1(v_{01}^2 + v_1^2) - m_2(v_{01}^2 - v_1^2)}{2m_1v_{01}v_1} \quad 3.20$$

Esta ecuación es válida para el caso en que una bola choque contra otra que esté en reposo y se desvíe un ángulo θ_1 . La otra dirección se puede calcular sustituyendo este resultado en la ecuación 18 y despejando $\cos \theta_2$. Es decir:

$$\cos \theta_2 = \frac{(m_1 + m_2)}{2v_{01}} \left(\frac{v_{01}^2 - v_1^2}{m_1 m_2} \right)^{1/2} \quad 3.21$$

3.8 Colisiones Perfectamente Inelásticas en Dos Dimensiones

Las colisiones perfectamente inelásticas en dos dimensiones son aquellas en donde dos cuerpos se mueven en un plano y después de la colisión permanecen unidos. Para calcular la velocidad y la dirección con la que se moverán dos cuerpos que se encuentran unidos después de una colisión perfectamente inelástica al moverse en un plano, se utilizan las ecuaciones 3.11 y 3.12. Si suponemos que los cuerpos quedan unidos después de la colisión, entonces las ecuaciones 3.11 y 3.12 se transforman en:

$$m_1 v_{01} \cos \theta_{01} + m_2 v_{02} \cos \theta_{02} = (m_1 + m_2) v_x \quad 3.22$$

Y

$$m_1 v_{01} \operatorname{seno} \theta_{01} + m_2 v_{02} \operatorname{seno} \theta_{02} = (m_1 + m_2) v_y \quad 3.23$$

En consecuencia, las velocidades v_x y v_y , son iguales a:

$$v_x = \frac{m_1 v_{01} \cos \theta_{01} + m_2 v_{02} \cos \theta_{02}}{m_1 + m_2} \quad 3.24$$

Y

$$v_y = \frac{m_1 v_{01} \operatorname{seno} \theta_{01} + m_2 v_{02} \operatorname{seno} \theta_{02}}{m_1 + m_2} \quad 3.25$$

Cuya rapidez es igual a:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad 3.26$$

La dirección con la que se moverá el cuerpo después de la colisión se calcula por medio de la siguiente ecuación:

$$\theta = \arctan \left(\frac{v_y}{v_x} \right) \quad 3.27$$

3.9 Descripción del Sistema

En esta sección describiremos la forma en que se utiliza el sistema. En la figura 3.1 se muestra la ventana principal del sistema que se elaboró como resultado del proyecto. En esta ventana se muestran tres botones de comando. Uno de ellos corresponde al tema de Colisiones en una dimensión, el otro al de Colisiones en dos dimensiones y finalmente la opción Salir.

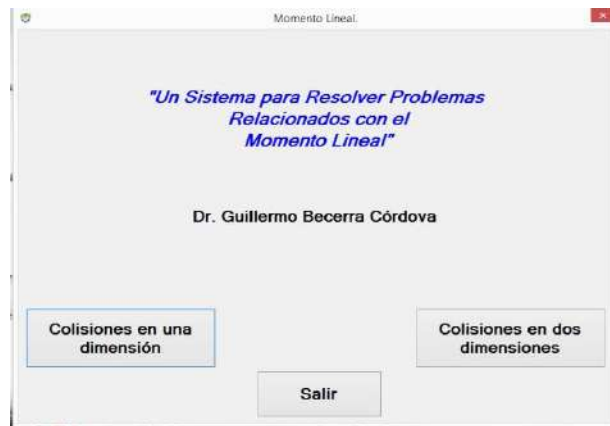


Figura 3.1 Ventana principal del sistema.

Al escoger la opción Colisiones en una dimensión aparecerá otra ventana como la mostrada en la figura 3.2.



Figura 3.2 Ventana correspondiente colisiones en una dimensión.

En esta ventana se muestran siete opciones: Velocidad inicial 1, Velocidad inicial 2, Velocidad final 1, Velocidad final 2, Masa 1, Masa 2 y Coeficiente de restitución. Para resolver un problema sólo es necesario escoger cinco de las siete opciones. A manera de ejemplo, suponga que cuerpo de $m_1 = 6.0 \text{ kg}$ de masa se mueve con una velocidad inicial de $v_{0_1} = 12 \text{ m/s}$ y choca contra otro cuerpo de $m_2 = 10.0 \text{ kg}$ de masa que se mueve con una velocidad inicial de $v_{0_2} = -8 \text{ m/s}$. Si el coeficiente de restitución es igual a $e = 0.4$, calcule la velocidad final de los dos cuerpos.

Al introducir los datos al sistema y marcándolos en la caja de opción correspondiente, observamos que la ventana de la figura 3 mostrará los resultados para este caso.

El sistema muestra que la velocidad final del primer cuerpo es de $v_1 = -5.5 \text{ m/s}$ y que la velocidad final del segundo cuerpo es de $v_2 = 2.5 \text{ m/s}$. Si utilizamos la ecuación de la conservación del momento lineal, observaríamos que se conservan los momentos lineales antes y después de la colisión.

The screenshot shows a software window titled "Colisiones en una dimensión." with the following fields and values:

Variable	Value	Unit
Velocidad inicial 1	12.0	m/s
Velocidad inicial 2	-8	m/s
Velocidad final 1	-5.50	m/s
Velocidad final 2	2.50	m/s
Masa 1	6.0	kg
Masa 2	10.0	kg
Coefficiente de restitución	0.4	

Below the fields, there is a blue link that says "Escoja 5 de las 7 opciones." and two buttons: "Regresar" and "Resolver".

Figura 3.3 Solución para los datos introducidos al problema.

Al hacer clic sobre el botón de comando Colisiones en dos dimensiones, aparecerá una ventana como la mostrada en la siguiente figura 3.4.



Figura 3.4 Ventana correspondiente a las opciones para colisiones en dos dimensiones.

Al hacer clic sobre el botón de comando Colisiones elásticas en dos dimensiones, aparecerá una ventana como la mostrada en la siguiente figura 3.5.

Colisiones en dos dimensiones.

Masa 1		kg	☐ Velocidad Final 1		m/s
Velocidad Inicial 1		m/s	☐ Dirección Final 1		grados
Dirección Inicial 1		grados	☐ Velocidad Final 2		m/s
Masa 2		kg	☐ Dirección Final 2		grados
Velocidad Inicial 2		m/s	Escoja 2 de las 4 opciones.		
Dirección Inicial 2		grados			
Regresar			Resolver		

Figura 3.5 Ventana correspondiente a colisiones elásticas en dos dimensiones.

En esta ventana se muestran cuatro opciones: Velocidad final 1, Dirección final 1, Velocidad final 2, Dirección final 2. Para resolver un problema sólo es necesario escoger dos de las cuatro opciones. A manera de ejemplo suponga que una bola de $m_1 = 1.2 \text{ kg}$ de masa que viaja a una velocidad de $v_{0_1} = 0.5 \text{ m/s}$ hacia el este, choca contra otra bola de $m_2 = 0.4 \text{ kg}$ de masa que se mueve con una velocidad de $v_{0_2} = 0.8 \text{ m/s}$ hacia el oeste. Después de la colisión la primera bola se mueve con una velocidad de $v_1 = 0.3 \text{ m/s}$ con una dirección de $\theta_1 = 40^\circ$ sureste. ¿Cuál es la velocidad y dirección final de la segunda bola?

Si la primera bola se mueve hacia el este, entonces su dirección es de $\theta_{0_1} = 0^\circ$ y la dirección inicial de la segunda bola es de $\theta_{0_2} = 180^\circ$ por viajar hacia el oeste. La dirección final de la primera bola es de $\theta_1 = 320^\circ$ por moverse hacia el sureste. Al introducir los datos en las opciones correspondientes y hacer click sobre el botón de comando Resolver, obtenemos los resultados mostrados en la ventana de la figura 3.6.

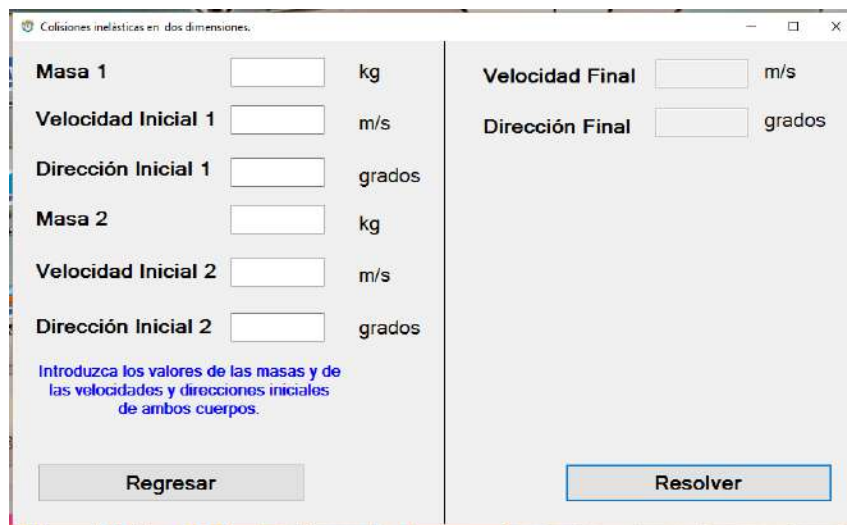
Colisiones en dos dimensiones.

Masa 1	1.2	kg	☒ Velocidad Final 1	0.3	m/s
Velocidad Inicial 1	0.5	m/s	☒ Dirección Final 1	320	grados
Dirección Inicial 1	0	grados	☐ Velocidad Final 2	0.58	m/s
Masa 2	0.4	kg	☐ Dirección Final 2	88.95	grados
Velocidad Inicial 2	0.8	m/s	Escoja 2 de las 4 opciones.		
Dirección Inicial 2	180	grados			
Regresar			Resolver		

Figura 3.6 Resultados del ejemplo.

El sistema muestra que la velocidad final del segundo cuerpo es de $v_2 = 0.58 \text{ m/s}$ y la dirección final del mismo cuerpo es de $\theta_2 = 88.95^\circ$. Si utilizamos la ecuación de la conservación del momento lineal, observaríamos que se conservan los momentos lineales antes y después de la colisión.

Al hacer clic sobre el botón de comando Colisiones inelásticas en dos dimensiones, que se encuentra en la figura 4, aparecerá una ventana como la mostrada en la siguiente figura 3.7.



Colisiones inelásticas en dos dimensiones.

Masa 1 kg

Velocidad Inicial 1 m/s

Dirección Inicial 1 grados

Masa 2 kg

Velocidad Inicial 2 m/s

Dirección Inicial 2 grados

Introduzca los valores de las masas y de las velocidades y direcciones iniciales de ambos cuerpos.

Regresar

Velocidad Final m/s

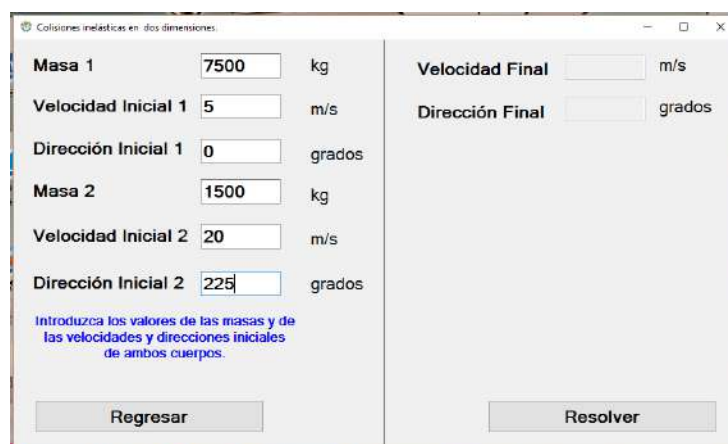
Dirección Final grados

Resolver

Figura 3.7 Ventana correspondiente a colisiones inelásticas en dos dimensiones.

En esta ventana se muestran 6 cajas de texto en las cuales se tiene que introducir masa y las velocidades inicial y final de los dos cuerpos. Como son colisiones perfectamente inelásticas en dos dimensiones, el sistema calculará la velocidad de los dos cuerpos unidos y la dirección en la que se moverán. A manera de ejemplo suponga que una un camión de $m_1 = 7\,500\text{ kg}$ de masa que viaja hacia el este a una velocidad de $v_{01} = 5\text{ m/s}$, choca contra un automóvil de $m_2 = 1\,500\text{ kg}$ de masa que se mueve con una velocidad de $v_{02} = 20\text{ m/s}$ hacia el suroeste. Si después de la colisión los dos vehículos quedan unidos, ¿con qué rapidez y en qué dirección se mueven los vehículos después del impacto?

La figura 3.8 muestra los datos que se introdujeron en la ventana correspondiente a colisiones inelásticas en dos dimensiones.



Colisiones inelásticas en dos dimensiones.

Masa 1 kg

Velocidad Inicial 1 m/s

Dirección Inicial 1 grados

Masa 2 kg

Velocidad Inicial 2 m/s

Dirección Inicial 2 grados

Introduzca los valores de las masas y de las velocidades y direcciones iniciales de ambos cuerpos.

Regresar

Velocidad Final m/s

Dirección Final grados

Resolver

Figura 3.8 Ventana correspondiente a los datos del ejemplo de colisiones inelásticas en dos dimensiones.

Haciendo clic en el botón de comando Resolver, el sistema calculará la rapidez y la dirección de los dos móviles unidos. La figura 9 muestra los resultados del problema.

Colisiones inelásticas en dos dimensiones	
Masa 1	7500 kg
Velocidad Inicial 1	5 m/s
Dirección Inicial 1	0 grados
Masa 2	1500 kg
Velocidad Inicial 2	20 m/s
Dirección Inicial 2	225 grados
Introduzca los valores de las masas y de las velocidades y direcciones iniciales de ambos cuerpos.	
Regresar	
Velocidad Final	2.97 m/s
Dirección Final	307.52 grados
Resolver	

Figura 3.9 Ventana correspondiente a los resultados del ejemplo de colisiones Inelásticas en dos dimensiones.

Vemos en la figura 3.9 que los móviles se van a desplazar con una rapidez $v = 2.97 \text{ m/s}$ y con una dirección de $\theta = 307.52^\circ$.

Al hacer clic sobre el botón de comando Colisiones frontales en dos dimensiones, que se encuentra en la figura 4, aparecerá una ventana como la mostrada en la siguiente figura 3.10.

Colisiones frontales en dos direcciones	
Masa 1	kg
Velocidad Inicial 1	m/s
Velocidad Final 1	m/s
Masa 2	kg
Introduzca los valores de las masas y de las velocidades inicial y final del primer cuerpo.	
Regresar	
Velocidad Final 2	m/s
Dirección Final 1	grados
Dirección Final 2	grados
Resolver	

Figura 3.10 Ventana correspondiente a colisiones frontales en dos dimensiones.

En esta ventana se muestran 4 cajas de texto en las cuales se tiene que introducir las masas de los cuerpos y las velocidades inicial y final del primer cuerpo. Como son colisiones frontales en dos dimensiones, el sistema calculará la velocidad del segundo cuerpo y la dirección en la que se moverán los dos cuerpos. En

este caso se considera que en el momento de la colisión, el segundo cuerpo se encuentra en reposo; es decir, la velocidad inicial del segundo cuerpo es igual a cero, por lo que no es necesario introducirla en los datos del problema. También se debe mencionar que no se introduce el valor de la dirección con la que se desplaza el primer cuerpo, ya que se considera que se desplaza con una dirección de 0 grados. A manera de ejemplo, suponga que una pelota de 90 g choca a 1 m/s de frente con otra pelota de 10 g que se encuentra en reposo. Si la velocidad final del primer cuerpo es igual a 0.9 m/s, determínese la velocidad final de la segunda pelota y las direcciones en las que se desplazarán cada una de ellas.

La figura 3.11 muestra los datos que se introdujeron en la ventana correspondiente a colisiones frontales en dos dimensiones.

Colisiones frontales en dos direcciones.

Masa 1	0.9	kg	Velocidad Final 2		m/s
Velocidad Inicial 1	1	m/s	Dirección Final 1		grados
Velocidad Final 1	0.9	m/s	Dirección Final 2		grados
Masa 2	0.01	kg			

Introduzca los valores de las masas y de las velocidades inicial y final del primer cuerpo.

Regresar Resolver

Figura 3.11 Ventana correspondiente con los datos del problema.

Haciendo clic en el botón de comando Resolver, el sistema calculará la rapidez de la segunda pelota y las direcciones en las que se moverán. La figura 3.12 muestra los resultados del problema.

Colisiones frontales en dos direcciones.

Masa 1	0.09	kg	Velocidad Final 2	1.31	m/s
Velocidad Inicial 1	1	m/s	Dirección Final 1	6.37	grados
Velocidad Final 1	0.9	m/s	Dirección Final 2	316.59	grados
Masa 2	0.01	kg			

Introduzca los valores de las masas y de las velocidades inicial y final del primer cuerpo.

Regresar Resolver

Figura 3.12 Ventana correspondiente a los resultados del ejemplo de colisiones frontales en dos dimensiones.

Vemos en la figura 12 que la segunda pelota se va a desplazar con una rapidez $v_2 = 1.31 \text{ m/s}$ y con una dirección de $\theta_2 = 316.59^\circ$. La dirección con la que se desplazará la primera pelota es $\theta_1 = 6.37^\circ$. Vemos que la primera pelota casi no se desvía ya que su masa es mucho mayor que la masa de la segunda pelota.

3.10 Conclusiones

- En muchas ocasiones los problemas que proponen los libros que tratan temas relacionados con el momento lineal y la conservación del momento lineal, no muestran los resultados. El sistema sirve para que el alumno compruebe y/o compare los resultados obtenidos con los que calcula el sistema.
- En clase, se puede resolver un problema por medio del profesor y por medio del sistema. Esto motiva al alumno para que compare ambos resultados, los cuales deben ser iguales.
- Cuando el sistema muestra que un problema no tiene solución, se debe analizar el motivo por el cual no se puede resolver. Esto promueve la revisión de los conceptos que se utilizan en la solución de un problema.
- Existen muchos casos de problemas que no contemplan los textos relacionados con estos temas. El sistema cubre muchos más casos que los incluidos en los textos.
- La idea no es que el alumno resuelva los problemas con el sistema, sino que los compare con los obtenidos por él.
- Se podrá creer que el sistema puede facilitar la solución de un problema, pero la idea es que se desarrolle la habilidad de diferenciar los datos de las incógnitas.
- Los resultados obtenidos por el sistema se pueden contrastar con situaciones reales.
- Se puede argumentar la solución obtenida de un problema mediante el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.
- Con el sistema se puede analizar las relaciones entre variables para estimar su comportamiento.
- El usuario se dará cuenta que el sistema se basa en un enfoque determinista para la solución de problemas.

3.11 Bibliografía

- Beltrán V. y Braun E. (1975) *Principios de Física*. México, D. F.: Trillas.

- Bueche, F. J. (1990) *Física General*. México, D. F.: McGRAW-HILL.
- Ceballos F. J. (1997) *Enciclopedia de Visual Basic 4*. México, D. F.: Alfaomega Grupo Editor.
- Hewitt, P. (1995) *Física Conceptual*. México, D.F.: Addison-Wesley Iberoamericana.
- Resnick, R. y Halliday, D. (1980) *Física. Vol. I*. México, D.F.: CECSA.
- Serway, R.A. (1985) *Física*. México, D.F.: Interamericana.
- Tipler, P. A. (1995) *Física*. México, D.F.: Reverté.

4. Un Sistema para Resolver Problemas de Hidrostática e Hidrodinámica

4.1 Introducción

Un cuerpo al estar sumergido en un líquido experimenta una aparente pérdida de peso. Es decir, un objeto sumergido en un líquido puede ser levantado mucho más fácilmente que cuando está fuera de él. Esto se debe a que cuando el objeto está sumergido, el líquido ejerce una fuerza hacia arriba. Esta fuerza hacia arriba debida al fluido se llama Empuje.

4.2 Principio de Arquímedes

Si el peso del objeto es mayor que el empuje, el objeto se hundirá. Si el peso es igual al empuje, el objeto permanecerá en el mismo nivel. Si el peso es menor que el empuje, el objeto flotará.

La relación entre el Empuje y el peso del líquido desplazado fue descubierta por el filósofo griego Arquímedes y establece que:

“El empuje es igual al peso del fluido desplazado por el cuerpo que se encuentra inmerso en él”

Este principio es válido para líquidos y para gases, que son los que constituyen los fluidos.

El peso de un fluido depende, entre otros factores, de su densidad. La densidad es el cociente de la masa de un cuerpo entre el volumen que ocupa. La densidad es un parámetro que indica si un cuerpo puede flotar en un determinado fluido. Si un cuerpo es más denso que el fluido en el que está inmerso, el objeto se hundirá. Si un objeto es menos denso que el fluido en el que está inmerso, el objeto flotará. Si ambas densidades son iguales, el objeto se hundirá a cualquier profundidad. Cuando un objeto flota en un determinado líquido, la masa del objeto debe ser igual a la masa del líquido desplazado y cuando el objeto se encuentra totalmente sumergido en un fluido, ambos volúmenes, tanto del objeto como del fluido desplazado, serán iguales. En este caso, el peso del objeto debe ser mayor o igual que el empuje. Cuando el peso del objeto es mayor que el empuje, aparece el peso aparente, que es el peso del cuerpo dentro del fluido. Así, el peso aparente es diferente de cero cuando la densidad del cuerpo es mayor que la densidad del fluido.

4.3 Presión en un Líquido

La presión es la fuerza dividida entre el área sobre la que se ejerce. La presión que ejerce un bloque sobre una superficie horizontal es el peso del bloque dividido entre el área del bloque que se encuentra en contacto con la superficie. Lo mismo sucede con la presión que ejerce un líquido sobre el fondo del recipiente que lo contiene. El peso de un líquido y por lo tanto la presión que puede ejercer, dependen de su densidad. Así, para líquidos que tengan la misma densidad, la presión será mayor en el fondo del líquido que tenga mayor profundidad. La presión que ejerce un líquido es proporcional a la profundidad. A mayor profundidad, mayor presión.

La presión que ejerce un líquido no sólo depende de su profundidad, también depende de su densidad. Para dos puntos situados a la misma profundidad en diferentes líquidos, la presión que se ejerza será mayor para el líquido con mayor densidad. Así, la presión que ejerza un líquido es proporcional a su densidad. A mayor

densidad, mayor presión. La ecuación que relaciona la presión con la densidad de un líquido y la profundidad a la que se encuentra un punto situado en él, es igual a:

$$p = \rho h g \quad 4.1$$

Donde: p es la presión ejercida por el fluido, ρ la densidad del fluido y h la profundidad.

4.4 Principio de Pascal y el de Multiplicación de Fuerzas

Cuando aumenta la presión que ejerce un fluido sobre las paredes del recipiente que lo contiene, ese aumento se transmite íntegramente a todas las regiones del fluido y actúa en todas direcciones. Este principio se le conoce como Principio de Pascal.

Si tomamos dos recipientes que se encuentren unidos por un conducto como se muestra en la figura y le vaciamos un líquido, observaremos que los niveles del líquido en ambos recipientes, serán iguales.



Figura 4.1 Principio de Multiplicación de Fuerzas.

Esto nos indica que ambas presiones en el fondo de los recipientes, también serán iguales. Sin embargo, si aplicamos una fuerza en un pistón de cualquiera de los recipientes, es necesario que se le aplique una fuerza en el pistón del otro recipiente para que se mantengan los niveles del líquido a la misma altura. La experiencia nos ha mostrado que si el área de ambos pistones son diferentes, las fuerzas aplicadas también serán diferentes. Sin embargo, al dividir la fuerza ejercida en ambos pistones entre sus respectivas áreas de aplicación, observamos que el cociente en ambos casos es igual. Esto nos indica que para que ambos niveles permanezcan a la misma altura, la presión ejercida en la superficie de los líquidos debe ser igual. Esto es consecuencia del Principio de Pascal.

Como la presión en ambas superficies del líquido debe ser igual y la presión es igual al cociente de la fuerza entre el área de la superficie donde se aplica la fuerza, entonces la ecuación siguiente establece la relación entre las fueras y las áreas.

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \quad 4.2$$

Esta ecuación es conocida como el Principio de Multiplicación de Fuerzas y nos indica que si las áreas son diferentes, entonces las fuerzas que se apliquen a las superficies del líquido, serán diferentes. En consecuencia, si el área de una superficie es mucho mayor que la otra, la fuerza que se ejerza sobre la

superficie de mayor área, debe ser mucho más grande que la fuerza que se ejerza sobre la superficie de menor área para que las alturas de ambos niveles permanezcan iguales. Por ejemplo, una persona que se coloque en la superficie de menor área puede equilibrar el peso de un automóvil, siempre y cuando la relación entre las áreas de las superficies sea igual a la relación entre las fuerzas.

4.5 Ecuación de Continuidad

Cuando un fluido que llena un tubo se mueve a lo largo de él con velocidad promedio v , el flujo o descarga Q se define como:

$$Q = vA \quad 4.3$$

Donde A es el área de la sección transversal del tubo y v es la velocidad promedio del fluido en el tubo.

Supongamos que un fluido llena un tubo y fluye a través de él. Además, suponga que el área de la sección transversal del tubo en un punto es A_1 y A_2 en otro punto. Si el fluido no puede cruzar las paredes del tubo y no hay ni “fuentes” ni “sumideros” donde el flujo fuese creado o destruido en el interior del tubo, la masa que cruza cada sección del tubo por unidad de tiempo debe ser siempre la misma. En particular el flujo en un punto debe ser igual al flujo en otro punto en el tubo mostrado en la figura 1. En otras palabras:

$$v_1 A_1 = v_2 A_2 \quad 4.4$$

Donde v_1 y v_2 son las velocidades promedio del fluido en A_1 y A_2 , respectivamente. Esta ecuación es conocida como *Ecuación de Continuidad*.

4.6 Ecuación de Bernoulli

En un fluido hay tres tipos de energía: la energía cinética debida al movimiento, la energía potencial debida a la presión y la energía potencial gravitacional debida a la altura a la que se encuentra con respecto a un sistema de referencia.

La energía cinética debida al movimiento del fluido, está expresada en la forma siguiente:

$$E_c = \rho v^2 / 2 \quad 4.5$$

Donde: ρ es la densidad del fluido y v es su velocidad.

La energía potencial debida a la presión se expresa matemáticamente:

$$E_p = p \quad 4.6$$

Donde p es la presión sobre el fluido.

La energía potencial gravitacional, se expresa por medio de la siguiente ecuación:

$$E_g = \rho g h \quad 4.7$$

Donde ρ es la densidad del fluido, g es la aceleración de la gravedad y h es la altura a la que se encuentra el fluido.

La energía total de un fluido está dada por la suma de estas tres energías:

$$E_{total} = \rho v^2 / 2 + \rho g h + p \quad 4.8$$

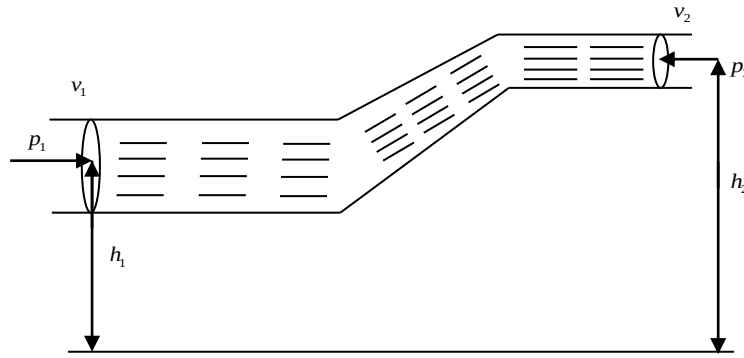


Figura 4.2 Diagrama relativo a la ecuación de continuidad.

Daniel Bernoulli estableció que, en un fluido ideal, al que ni se añade ni se resta energía, la suma de estas formas de energía permanece constante:

$$\rho v^2 / 2 + \rho g h + p = \text{Cons} \quad 4.9$$

Es decir, en dos puntos distintos de un fluido la energía total del fluido permanece constante. La figura 4.2 muestra dos puntos diferentes de un fluido. En cada punto de la figura se pueden tener diferentes energías cinéticas, gravitacionales y de presión, pero la suma de todas ellas debe permanecer constante. En otras palabras, la energía cinética, la energía potencial debida a la presión y la energía potencial gravitacional debida a la elevación pueden cambiar de un punto a otro, pero su suma debe permanecer constante. Por consiguiente:

$$1/2 \rho v_1^2 / 2 + \rho g h_1 + p_1 = 1/2 \rho v_2^2 + \rho g h_2 + p_2 \quad 4.10$$

Esta ecuación es conocida como ecuación de Bernoulli. La ecuación de Bernoulli es consecuencia del principio de conservación de la energía. La ecuación de Bernoulli es válida si la rapidez del fluido no es demasiado grande. Si la rapidez del flujo es muy grande, el flujo puede volverse turbulento y describir trayectorias curvilíneas variables conocidas como remolinos. En tal caso la ecuación de Bernoulli no es válida. En el movimiento de los fluidos existen fuerzas análogas a las de fricción que reducen la energía de las partículas. Estas fuerzas son la causa del fenómeno llamado viscosidad y están presentes en la inmensa mayoría de los líquidos. En el flujo de cualquier otro fluido, aunque sea estacionario, las pérdidas de energía causadas por la viscosidad obligan a que la ecuación de Bernoulli no sea exacta. Sin embargo, esta ecuación se puede usar en la forma dada si las pérdidas de energía causadas por la viscosidad son pequeñas comparadas con las demás energías y esto ocurre en una considerable cantidad de problemas cotidianos donde la velocidad del fluido no es muy pequeña.

4.7 Descripción del Sistema

En la figura 4.3 se muestra la ventana principal del sistema que se elaboró como resultado del proyecto.



Figura 4.3 Ventana principal del sistema.

En ella se muestran cuatro botones de comando. Uno de ellos corresponde al tema de **Hidrostática**, el otro al tema de **Hidrodinámica** y la opción **Salir**. Al escoger la opción Hidrostática aparecerá otra ventana como la mostrada en la figura 5.



Figura 4.4 Ventana correspondiente al tema de Hidrostática.

Al escoger la opción **Principio de Pascal** aparecerá otra ventana como la mostrada en la figura 4.5. En ella se muestran las opciones Prensa Hidráulica y Presión Hidrostática.



Figura 4.5 Ventana correspondiente a las opciones Prensa Hidráulica y Presión Hidrostática.

Al escoger la opción Prensa Hidráulica aparecerá otra ventana como la mostrada en la figura 7.

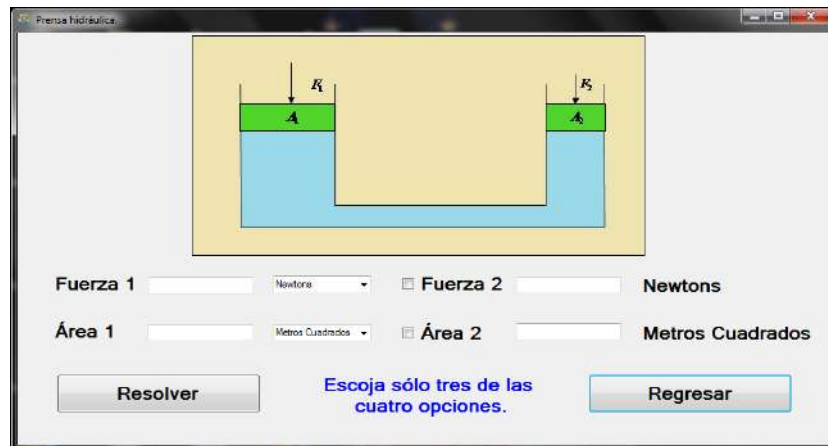


Figura 4.6 Prensa Hidráulica.

Esta parte del sistema calcula el área o la fuerza a la que debe someterse una prensa hidráulica para que las presiones en las superficies del líquido en ambos recipientes sean iguales. La figura 4.6 muestra 4 variables, dos para introducir los valores de las fuerzas y dos para introducir los valores de las áreas. La fuerza y el área 1 no tienen cuadros de opción, son los datos que tiene que introducir el usuario. La fuerza y el área 2 tienen dos cuadros de opción que sirven para escoger cuál de las dos va a ser utilizada como dato. En consecuencia, la variable restante no debe marcarse, ya que corresponde a la incógnita del problema. Después de que el usuario introduzca los datos y de escoger la incógnita, al hacer clic en el botón **Resolver**, el sistema calculará el valor de la incógnita escogida. El sistema tiene la particularidad de poder introducir los datos en Newton o en Dinass para la fuerza y para el área, en metros o centímetros cuadrados. La respuesta estará dada en Newtons o en metros cuadrados dependiendo la incógnita.

A manera de ejemplo, supongamos que en una Prensa Hidráulica el valor de la fuerza que se aplica en una de la superficie es igual a 75 N y el área es de 300 cm². Si queremos conocer el valor de la fuerza que se aplica en la otra superficie de la prensa, debemos introducir su área. Supongamos que es igual a 20 cm² que equivalen a 0.002 m² La figura 4.7 muestra el valor de la fuerza después de hacer clic sobre el botón Resolver.



Figura 4.7 Ejemplo del uso del programa Prensa Hidráulica.

Observamos que sólo se requiere una fuerza de 5 N para que las presiones en ambas superficies sean iguales. Se requiere una fuerza muy pequeña porque el área donde se ejerce la fuerza también es muy pequeña. Esta cualidad es la que caracteriza a la Prensa Hidráulica. El usuario podrá utilizar el sistema para conocer el valor de la fuerza o del área.

Si en la figura 4.5 el usuario escoge la opción **Presión Hidrostática**, el sistema desplegará una ventana como la mostrada en la figura 4.8.

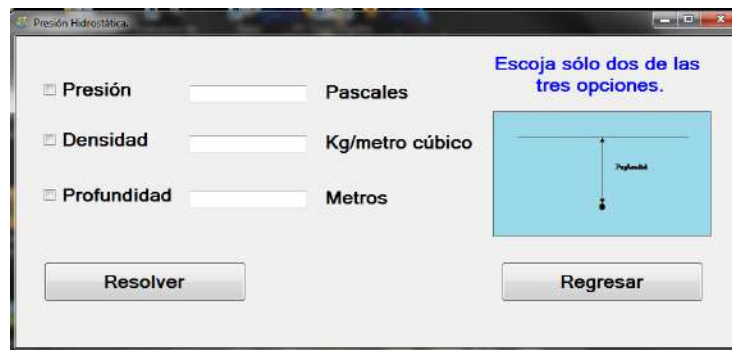


Figura 4.8 Presión Hidrostática.

Esta parte del sistema calcula la presión, la densidad o la profundidad en un líquido conociendo dos datos del problema. Los cuadros de opción sirven para identificar los datos. Si están marcados identifican los datos y los cuadros no marcados, las incógnitas. Se requiere marcar dos variables para que el sistema pueda resolver un problema. Como ejemplo, calculemos la presión ejercida por un líquido como el agua a una profundidad de 3 metros. La densidad del agua es de 1000 Kg/m^3 . Con estos datos el sistema calculará la presión ejercida por el líquido a esa profundidad. La figura 4.9 muestra los datos que se introdujeron y su respectivo valor de la presión después de hacer clic sobre el botón **Resolver**.

Figura 4.9 Ejemplo de Presión hidrostática.

Observe que la presión que ejerce el líquido es de 29 430 N, la cual se obtuvo multiplicando la densidad del líquido por la profundidad y, finalmente, por la gravedad. El usuario podrá escoger cualquiera de las variables como incógnita y el resto como datos.

Si en la figura 5 el usuario escoge la opción Principio de Arquímedes, el sistema desplegará una ventana como la mostrada en la figura 4.4.

Figura 4.10 Principio de Arquímedes.

Esta ventana presenta 9 variables de las cuales el usuario podrá elegir 3 o 4 como datos. El resto de las variables se considerarán como incógnitas. Si se escogen solo 3 variables como datos, el sistema calculará sólo tres incógnitas de las 6 variables restantes. Si se escogen 4 variables como datos, el sistema calculará las 5 incógnitas restantes. El número de datos que se pueda introducir depende del problema que se trate. Cada variable tiene especificada su respectiva unidad.

Como ejemplo de uso del sistema, supongamos que una pieza de vidrio pesa 24.5 N en el aire y 14.7 N en el agua. Calcule la densidad del vidrio y el empuje que experimenta. La densidad del agua es de 1000 kg/m^3 . Para resolver el problema debemos introducir el peso del vidrio en el aire, en el agua y la densidad del agua. La siguiente figura 4.11 muestra los datos y los resultados calculados por el sistema.

☐ Empuje	9.8	Newton
☒ Peso Aparente	14.7	Newton
☒ Peso Real	24.5	Newton
☐ Masa del Líquido	1	Kg
☒ Densidad del Líquido	1000	Kg/metros cúbicos
☐ Volumen del Líquido	0.001	Metros Cúbicos
☐ Masa del Cuerpo	2.5	Kg
☐ Densidad del Cuerpo	2500	Kg/metros cúbicos
☐ Volumen del Cuerpo	0.001	Metros Cúbicos

Escoja tres o cuatro de las nueve opciones.

Resolver

Regresar

Figura 4.11 Solución al ejemplo relacionado con el Principio de Arquímedes.

Como se puede observar en la figura, el empuje es igual a 9.8 N. El empuje se obtiene restando el peso real al peso aparente. Con este dato se puede calcular la masa del líquido desalojado, dividiendo el valor de la aceleración de la gravedad. El volumen del líquido desalojado es igual a la masa del líquido dividida entre su densidad. Por otra parte, como el peso aparente es mayor que cero, esto implica que todo el cuerpo se encuentra sumergido. En consecuencia, el volumen del cuerpo es igual al volumen del líquido desalojado. Con el volumen y la masa del cuerpo, se puede calcular su densidad, que es igual a 2500 kg/m^3 .

Con el sistema se pueden resolver una gran cantidad de problemas, considerando 3 o 4 datos en el programa. Son 210 problemas diferentes como consecuencia de las combinaciones de 9 elementos tomados de 3 o 4 elementos. Sin embargo, no todos los problemas de esa combinación, tienen solución. El sistema indicará al usuario el caso en que un problema carezca de solución. Cuando se introduzcan sólo 3 datos, el sistema no siempre desplegará los valores de todas las incógnitas, eso dependerá del tipo de datos.

Si en la figura 4.3 el usuario escoge la opción Hidrodinámica, el sistema desplegará una ventana como la mostrada en la figura 4.12.

☐ Presión Inicial		Pascales	☐ Presión Final		Pascales
☐ Altura Inicial		Metros	☐ Altura Final		Metros
☐ Velocidad Inicial		m/s	☐ Velocidad Final		m/s
☐ Area Inicial		m*m	☐ Area Final		m*m

Escoja sólo seis de las ocho opciones.

Resolver

Regresar

Figura 4.12 Ventana correspondiente al tema de Hidrodinámica.

Esta ventana presenta 8 variables de las cuales el usuario podrá elegir 6 para considerarlas como datos. El resto de las variables se tomarán como incógnitas. Cada variable tiene especificada su respectiva unidad. Este tema está basado en la Ecuación de Continuidad y la Ecuación de Bernoulli.

Como ejemplo de este sistema, supongamos que en un tubo horizontal se tienen dos secciones de diferente área. En uno de los puntos el área es de $2.827 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$, con una velocidad de 2 m/s y una presión de 180 kPa y en la otra sección se tiene un área de $3.14 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$. Calcule la velocidad del agua y la presión en esta sección. En las variables de la izquierda se colocan los valores de la primera sección del tubo. El valor de la altura se puede considerar como cero metros en ambas secciones por encontrarse horizontalmente, aunque se pueden colocar otros valores siempre y cuando sean iguales. En la parte derecha de las variables se deben colocar el valor del área de la otra sección. Al hacer clic en el botón resolver, observamos que el valor de la presión es 20049.38 Pascales y la velocidad es de 17.99 m/s.

En esta parte se pueden incluir alrededor de 28 problemas diferentes. Sin embargo, no todos los problemas de esa combinación tienen solución. El sistema indicará al usuario el caso en el que un problema carezca de solución. Por ejemplo, si se da la altura, la presión y la velocidad del fluido en dos secciones diferentes de un tubo, el sistema no podrá calcular las áreas de esas secciones. Si no se da como dato alguna área, no se podrá conocer el valor del área de la sección restante. Pero si se diera el dato de una de las áreas, no se debe introducir el valor de alguna de las velocidades porque no siempre coincidirá la relación de las velocidades con las de las áreas.

El sistema fue desarrollado en Visual Basic que es un lenguaje de propósitos generales que sirve para crear aplicaciones para Windows basado en el lenguaje Basic, QBasic o QuickBasic y en la programación orientada a objetos (Ceballos, F., 1997: 319).

4.8 Conclusiones

El sistema:

- Resuelve problemas relacionados con temas de Hidrostática e Hidrodinámica.
- Puede ser utilizado para obtener y comprobar resultados.
- Por su portabilidad es posible usarlo en Educación a Distancia.
- Sirve de apoyo a la labor docente y tutorial.

4.9 Bibliografía

- Beltrán V. y Braun E. (1970) *Principios de Física*. México, D. F.: Trillas.
- Buche, F. J. (1990) *Física General*. México, D. F.: McGRAW-HILL.
- Ceballos F. J. (1997) *Enciclopedia de Visual Basic 4*. México, D. F.: Alfaomega Grupo Editor.

- Resnick, R. y Halliday, D. (1980) *Física Vol. I*. México, D. F.: CECSA.

5. Un Sistema para Resolver Problemas Relacionados con los Gases Ideales

5.1 Introducción

En los cursos de termodinámica se estudian la ley de Boyle, de Gay-Lussac y de Charles, al igual que la ecuación general de los gases y la ecuación de estado para describir las características principales de los gases ideales. La ley de Boyle establece la relación entre el volumen de un gas y la presión a la que se encuentra sujeto, para una temperatura constante. La ley de Gay-Lussac establece la relación entre el volumen de un gas y su temperatura, para una presión constante. La ley de Charles establece la relación entre la presión en un gas y su temperatura, para un volumen constante. La ecuación general de los gases establece la relación entre la presión, el volumen y la temperatura absoluta en un gas con el número de moles que contiene el gas. Finalmente, la ecuación de estado relaciona la presión, el volumen y la temperatura absoluta de un gas para dos estados diferentes. En el presente trabajo se muestra el uso de un sistema que resuelve problemas relacionados con estos temas. La solución de problemas es esencial dentro de las actividades contempladas en la parte teórica. Los problemas consisten en proporcionar ciertos datos para obtener los valores de las variables por medio de las ecuaciones correspondientes. El número de datos y de incógnitas, depende del tema que se trate. Para cada tema, el sistema desplegará un conjunto de variables las cuales el usuario podrá escoger las que vayan a utilizarse como datos y las que vayan a considerarse como incógnitas. Después de introducir los valores de los datos del problema correspondiente, el sistema calculará los valores de las incógnitas. En cada caso, el sistema indicará el número mínimo de datos que debe introducir el usuario para que pueda ser resuelto un problema. El objetivo que se busca con este proyecto es que el usuario pueda comparar los resultados obtenidos al resolver un problema con los resultados calculados por el sistema.

5.2 Ley de Gay-Lussac

¿Te has dado cuenta que un globo aerostático se infla con solo calentar el aire contenido en él? ¿O qué una pelota de ping pong abollada, se puede reparar poniéndola en agua hirviendo? Estos fenómenos, nos indican que el aire caliente tiende a expandirse y a contraerse cuando se enfría. Esto se conoce como dilatación. La dilatación, es el cambio de volumen de una sustancia al cambiar su temperatura. La dilatación es la causa de la circulación del aire caliente en los sistemas de calefacción. De la circulación del aire frío en los refrigeradores. Del desplazamiento del humo en las chimeneas. De los vientos. Esto se debe a que asciende el aire caliente al expandirse, y desciende el aire frío al contraerse.

Estos hechos nos hacen pensar que al variar la temperatura de un gas y medir su respectivo volumen, encontramos que:

“El volumen de un gas varía proporcionalmente con la temperatura para un proceso en el cual la presión en el gas permanece constante”.

Es decir, la gráfica resultante del volumen de un gas en función de su temperatura para un proceso isobárico (presión constante), es una línea recta.

Un hecho aún más interesante se presenta cuando realizamos este experimento bajo las mismas condiciones iniciales de presión, volumen y temperatura, pero ahora con un gas diferente. Lo importante es que al graficar el volumen del nuevo gas con su respectiva temperatura observamos que la recta resultante es idéntica a la del gas anterior. Del análisis hecho se puede concluir que:

“Todos los gases se dilatan de igual manera, independientemente de su naturaleza”

La afirmación anterior se puede enunciar de forma equivalente diciendo que todos los gases poseen el mismo coeficiente de dilatación volumétrica, cuyo valor es igual a $\gamma = 1/273.16 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} = 3.66 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$.

Además, si los experimentos anteriores se hubiesen realizado con un volumen diferente al que ocupaban los gases para la misma presión a una temperatura de cero grados centígrados, tendríamos de nuevo una recta, aunque con diferente inclinación. Esto da pauta para pensar que la inclinación de la recta depende del volumen que tenga un gas para una presión y temperatura determinada. La figura 5.1 muestra las rectas de los volúmenes de dos gases en función de su temperatura. Observe que la recta que representa un mayor volumen del gas a cero grados centígrados, tiene mayor inclinación. Observe también que las rectas mostradas en la figura 5.1 se cruzan en un punto que se halla sobre el eje horizontal, aproximadamente a la temperatura de $t = -273.16 \text{ } ^\circ\text{C}$. Esta temperatura corresponde con la temperatura del cero absoluto. Para esta temperatura se dice que teóricamente el volumen del gas sería nulo. Este fenómeno es imposible que se lleve a cabo ya que el gas a temperaturas muy bajas se convertiría en líquido. Sin embargo, no debemos dejar de mencionar que, para todos los gases, al variar su volumen con la temperatura en un proceso isobárico, la gráfica resultante será una línea recta que cruce el eje horizontal justo en la temperatura antes señalada. Para deducir completamente la ecuación de una recta, como las que se han mencionado, es necesario y suficiente conocer un par de puntos de esa recta. Por ejemplo, en la recta con menor inclinación que se muestra en la figura, se ubican dos puntos cuyas coordenadas son fácilmente identificables.

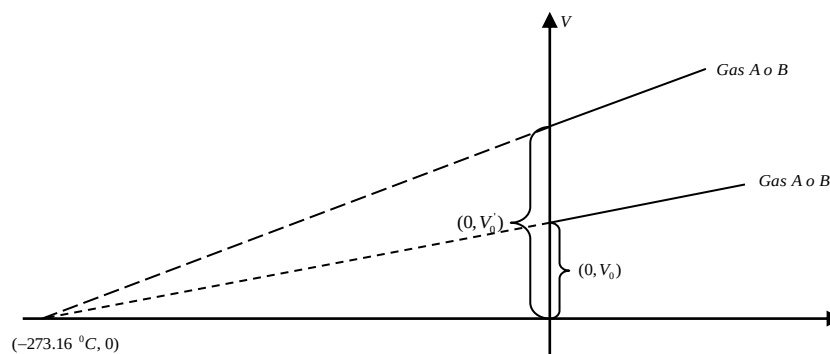


Figura 5.1 Volúmenes de dos gases en función de su temperatura en un proceso isobárico.

El primero de ellos es el formado por el cruce de la recta y el eje vertical y el segundo, es el formado por el cruce con el eje horizontal. El primer punto tiene como coordenadas $(0, V_0)$ que físicamente representa el volumen del gas a cero grados centígrados. El segundo punto tiene como coordenadas $(-273.16^\circ\text{C}, 0)$ expresándonos que el volumen del gas a esa temperatura es igual a cero.

De esta manera, al conocer las coordenadas de los puntos antes señalados podemos deducir la ecuación que relaciona el volumen del gas con su temperatura. Al tomar un punto arbitrario sobre la recta observamos que las proporciones entre las diferencias de volumen y las diferencias de temperatura son iguales, es decir:

$$\frac{V-0}{t-(-273.16^\circ\text{C})} = \frac{V_0-0}{0-(-273.16^\circ\text{C})} \quad 5.1$$

Simplificando, se tiene:

$$V = V_0 + V_0 \gamma t = V_0 \gamma (t + 273.16^\circ\text{C}) \quad 5.2$$

Donde:

$$\gamma = 1/273.16^\circ\text{C} = 3.66 * 10^{-3}^\circ\text{C}^{-1} \quad 5.3$$

Es decir:

$$V = V_0 + \gamma V_0 t \quad 5.4$$

Note que el coeficiente que multiplica a la temperatura corresponde al producto del volumen V_0 por el coeficiente de dilatación volumétrico γ , que a su vez este producto representa la pendiente o inclinación de la recta. De esta forma, se puede afirmar que la pendiente de la recta depende directamente de estos dos parámetros. Para mayor V_0 se tendrá mayor pendiente. También concluimos que se puede obtener el valor del cero absoluto y que el valor del cero absoluto no depende del tipo de gas que se use. Es decir, es independiente de la naturaleza del gas.

Note también que V_0 es el término independiente y a su vez representa la longitud que existe entre el origen y el cruce de la recta con el eje vertical.

Como a la temperatura de -273.16°C el volumen del gas es igual a cero, se ha conformado una nueva escala de temperatura dada por la siguiente ecuación:

$$T = t + 273.16 \quad 5.5$$

Así, la nueva escala de temperatura es igual a la suma de la temperatura centígrada más 273.16. Esta escala comúnmente se conoce como escala absoluta o escala Kelvin.

Al sustituir la ecuación 5.5 en la ecuación 5.2, llegamos al siguiente resultado:

$$V = V_0 \gamma T \quad 5.6$$

Es decir:

$$\frac{V}{T} = V_0 \gamma = \text{Const.} \quad 5.7$$

Para dos volúmenes y temperaturas absolutas diferentes, se tiene:

$$\frac{V_1}{T_1} = V_0 \gamma = \text{Const.} \quad 5.8$$

Y

$$\frac{V_2}{T_2} = V_0 \gamma = \text{Const.} \quad 5.9$$

Si dos términos son iguales a un tercero, entonces son iguales entre sí. Es decir:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \quad 5.10$$

Esta expresión corresponde a la ecuación para la Ley de Gay-Lussac y nos dice que:

“Para dos estados diferentes de un gas dado, el cociente del volumen de un gas entre su respectiva temperatura absoluta permanece constante para un proceso isobárico”

Como consecuencia de esta ley, podemos afirmar lo siguiente:

“Al duplicarse la temperatura absoluta de un gas, también se duplicará su volumen y al disminuir su temperatura absoluta a la mitad, también disminuirá su volumen a la mitad, para un proceso isobárico”

Es por ello que un globo aerostático se infla con solo calentar el aire contenido en él o que un pelota de ping pong abollada se repara colocándola en agua hirviendo o que el aire caliente tiende a subir y el aire frío tiende a bajar, provocando los vientos y la circulación del aire dentro de los refrigeradores y de los sistemas de calefacción.

5.3 Ley de Charles

¿A qué se debe que a un neumático se le deba extraer aire cuando su temperatura ha aumentado por estar rodando en un piso caliente? ¿Por qué a los tanques que tienen poco gas se les vacía agua caliente para que aumente la intensidad de la llama producida por el gas? ¿Por qué un balón rebota más en un día soleado que en un día frío? Todo esto está relacionado con el incremento de presión que ejercen los gases al cambiar su temperatura, cuando su volumen permanece constante. Es decir, para un proceso isocórico. Esto indica que la presión que ejerce el gas sobre las paredes del recipiente que lo contiene es proporcional a su temperatura. Para saber cómo se relaciona la presión que ejerce un gas con su respectiva temperatura en un proceso de esta naturaleza, pongamos una cierta masa de gas en un recipiente hermético cuyo volumen permanezca constante. Al variar la temperatura del gas y midiendo la presión que ejerza para diferentes temperaturas, observamos que:

“La presión que ejerce un gas sobre las paredes del recipiente que lo contiene, es directamente proporcional a su temperatura, para un proceso en el cual el volumen del gas permanece constante”

Esto nos indica que a mayor temperatura, mayor es la presión que ejerce el gas y a menor temperatura, menor presión.

Al graficar los datos de la presión ejercida por el gas para cada valor de la temperatura, observamos que la gráfica resultante es una línea recta como la mostrada en la figura 2.

Se llega a una conclusión aun más interesante al hacer esta experiencia con la misma masa de un gas diferente. Lo importante es que al graficar, vemos que resulta una recta idéntica a la anterior. De todo este se puede concluir que:

“Todos los gases ejercen la misma presión independientemente de su naturaleza”

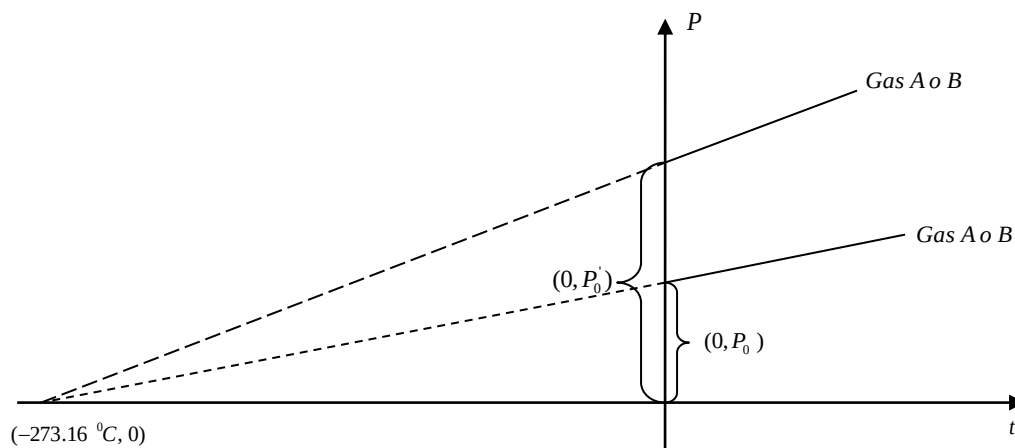


Figura 2. Presión en un gas en función de su temperatura centígrada para un proceso isocórico.

La afirmación anterior se puede enunciar de forma equivalente diciendo que todos los gases poseen el mismo coeficiente de compresibilidad, cuyo valor es igual a $\gamma = 1/273.16\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1} = 3.66 * 10^{-3}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$.

Si los experimentos anteriores se hubiesen hecho bajo las mismas condiciones pero con una masa diferente de gas, obtendríamos de nuevo una recta aunque con diferente inclinación. Esto da pauta para pensar que la inclinación de la recta depende de la presión que tenga un gas para un volumen y temperatura determinada. La figura muestra las rectas de las presiones de dos gases en función de sus temperaturas. Observe que la recta que representa una mayor presión del gas a cero grados centígrados tiene mayor inclinación. Si observó detenidamente la figura 2 se habrá dado cuenta que las rectas se cruzan en un punto que se encuentra sobre el eje horizontal aproximadamente a $t = -273.16\text{ }^{\circ}\text{C}$. Esta temperatura corresponde a la temperatura del cero absoluto. Para esa temperatura se dice que teóricamente la presión en un gas sería igual a cero.

Para deducir la ecuación de la recta que relaciona la presión con la temperatura, solo es necesario conocer un par de puntos. Por ejemplo, en la recta con menor inclinación se ubican dos puntos cuyas coordenadas son fácilmente identificables. El primero es el formado por el cruce de la recta y el eje vertical, y el segundo es el cruce de la misma con el eje horizontal. Las coordenadas del primer punto son $(0, P_0)$ y las del segundo, son $(-273.16\text{ }^{\circ}\text{C}, 0)$, que físicamente representan la presión que ejerce el gas a cero grados centígrados y la temperatura a la cual la presión es nula, respectivamente. Al tomar un punto arbitrario sobre la recta observamos que las proporciones entre las diferencias de presión y las diferencias de temperatura son iguales, es decir:

$$\frac{P - 0}{t - (-273.16\text{ }^{\circ}\text{C})} = \frac{P_0 - 0}{0 - (-273.16\text{ }^{\circ}\text{C})} \quad 5.11$$

Simplificando, se tiene:

$$P = P_0 + P_0 \gamma t = P_0 \gamma (t + 273.16\text{ }^{\circ}\text{C}) \quad 5.12$$

Donde:

$$\gamma = 1/273.16\text{ }^{\circ}\text{C} = 3.66 * 10^{-3}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1} \quad 5.13$$

Note que el coeficiente que multiplica a la temperatura es igual del producto de la presión P_0 que ejerce el gas a cero grados centígrados por γ que representa el coeficiente de compresibilidad de los gases. De esta forma se puede afirmar que la inclinación de la recta depende directamente de estos dos parámetros. Para mayor P_0 se tendrá mayor pendiente de la recta. También concluimos que se puede obtener el valor del cero absoluto y que el valor del cero absoluto no depende del tipo de gas que se use. Es decir, es independiente de la naturaleza del gas.

Como a la temperatura de $-273.16\text{ }^{\circ}\text{C}$ la presión del gas es igual a cero, se ha conformado una nueva escala de temperatura dada por la siguiente ecuación:

$$T = t + 273.16 \quad 5.14$$

Así, la nueva escala es igual a la suma de la temperatura centígrada más el término constante. Esta escala comúnmente se conoce con el nombre de escala Kelvin o escala Absoluta.

Sustituyendo la ecuación 11 en la ecuación 9, llegamos al siguiente resultado:

$$P = P_0 \gamma T \quad 5.15$$

Es decir:

$$\frac{P}{T} = P_0 \gamma = \text{Const.} \quad 5.16$$

Para dos presiones y temperaturas absolutas diferentes, se tiene:

$$\frac{P_1}{T_1} = P_0 \quad \gamma = \text{Const.} \quad 5.17$$

Y

$$\frac{P_2}{T_2} = P_0 \quad \gamma = \text{Const.} \quad 5.18$$

Si dos términos son iguales a un tercero, entonces son iguales entre sí. Es decir:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \quad 5.18$$

Esta expresión corresponde a la ecuación para la Ley de Charles y nos dice que:

“Para dos estados diferentes de un gas dado, el cociente de la presión que ejerce el gas entre su respectiva temperatura absoluta permanece constante para un proceso isocórico”

Como consecuencia de esta ley, podemos afirmar lo siguiente:

“Al duplicarse la temperatura absoluta de un gas, también se duplicará su presión y al disminuir su temperatura absoluta a la mitad, también disminuirá su presión a la mitad”

Por ello los balones botan más en un día soleado que en un día nublado, porque la presión que ejerce el aire dentro del balón es mayor por tener mayor temperatura. También las llantas están sujetas a mayor presión debido a que se calientan al rodar en un piso caliente. Finalmente, la presión ejercida por el gas en un tanque aumenta al aumentar su temperatura cuando agregamos el agua caliente. Al ejercer mayor presión el gas, tenderá a salir mayor cantidad de masa y con ello aumentar la intensidad de la flama producida por el gas.

5.4 Ley de Boyle

¿Te has preguntado por qué los buzos no deben contener la respiración al ascender? ¿O por qué un globo inflado se revienta al comprimirlo? Estos fenómenos, nos indican que el aire disminuye su volumen al aumentar la presión ejercida sobre ellos. Equivalentemente, el volumen del aire aumenta al disminuir la presión en él. Si encerráramos aire o cualquier gas en un cilindro provisto de un pistón móvil. Al hacer descender el pistón hasta la mitad de su volumen, se observaría que es necesario duplicar la presión. Si disminuimos el volumen del gas hasta un tercio de su valor original, la presión se debe triplicar. Cuando ocurre un proceso en el cual la temperatura de un sistema se mantiene constante, se dice que tenemos un proceso isotérmico. Robert Boyle fue la primera persona la cual estudió este tipo de procesos. En 1660 observó que si mantenemos constante la masa y la temperatura de un gas, al provocar variaciones en la presión que se ejerce en éste, forzosamente provocaremos variaciones en su volumen. Haciendo mediciones cuidadosas de la presión y el volumen en cada estado del gas, esto es midiendo $P_1, P_2, P_3, \text{etc.}$ y sus volúmenes correspondientes $V_1, V_2, V_3, \text{etc.}$, verificó que:

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 = P_3 V_3 = \dots = \text{Const.} \quad 5.19$$

Es decir:

“Si mantenemos constante la temperatura de una cierta cantidad de masa gaseosa, el volumen del gas será inversamente proporcional a la presión ejercida sobre él”

Los valores de la presión y del volumen pueden trazarse en un gráfico y obtener curvas similares a las de la figura 3.

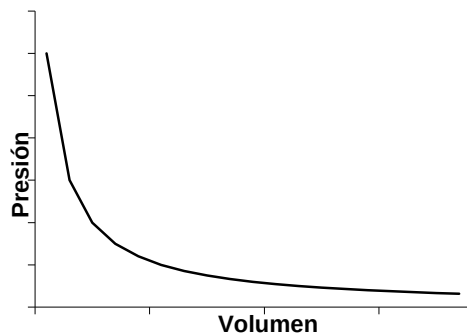


Figura 3. Presión en función del volumen de un gas para un proceso isotérmico.

5.5. Ecuación de Estado de un Gas Ideal

Los gases son muy similares a los líquidos debido a que fluyen; por eso se les llaman fluidos. A diferencia de los líquidos, los gases llenan todo el recipiente que los contiene. Un gas ideal o perfecto es una sustancia imaginaria que se propone para su estudio. Los gases reales a bajas presiones se comportan con mucha aproximación a los gases ideales. Un gas ideal o perfecto es aquel que obedece exactamente la Ley de Boyle a todas las presiones.

Una transformación o proceso termodinámico es el mecanismo mediante el cual un sistema cambia de estado, por ejemplo, si el estado está caracterizado por una presión P , un volumen V y una temperatura T , suponiendo que la masa del sistema se mantiene constante, entonces estas magnitudes pueden experimentar variaciones y la variación de una de ellas puede acarrear cambios en las demás, así que en términos generales, una transformación se define como el cambio de estado que sufre un sistema.

La ecuación de estado para un gas ideal establece la relación entre V , P , n y T . Esta relación está dada por:

$$V P = n R T \quad 5.20$$

Donde V es el volumen, P la presión y T la temperatura Kelvin del gas. n es el número de moles del gas y R es la constante universal de los gases. La ecuación de estado de un gas ideal establece una relación entre V , P , n y T , para un estado de equilibrio de un gas, lo que significa que de estas cuatro variables solamente tres son independientes y la otra se fija por la ecuación de estado. Así que si se escoge

arbitrariamente, por ejemplo, el volumen y la presión de una masa gaseosa dada, entonces no será posible que se elija la temperatura, sino que ésta la dictará la naturaleza, obedeciendo la ecuación de estado.

Con relación a la constante R universal de los gases es la misma para todos los gases. Es relativamente fácil determinar experimentalmente la magnitud de R , midiendo los valores de V , P , n y T , en un estado cualquiera de equilibrio de un gas. Se tiene como resultado experimental que 1 mol de cualquier gas a la temperatura de 273.16°C y a la presión de 1 atmósfera ($1.013 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$), ocupa el volumen de 22.4 litros ($22.4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$). Sustituyendo estos valores en la ecuación de estado, se obtiene:

$$R = \frac{P V}{n T} = \frac{(1 \text{ atm})(22.4 \text{ l})}{(1 \text{ mol})(273 \text{ K})} = 0.082 \frac{\text{atm l}}{\text{mol K}} \quad 5.21$$

La constante R tiene valores diferentes y éstos dependen del sistema de unidades que se elijan para V , P , n y T . Por ejemplo:

$$R = 8.3 \frac{\text{Joules}}{\text{mol K}}$$

$$R = 62.396 \frac{\text{litros mmHg}}{\text{mol K}}$$

$$R = 82.1 \frac{\text{cm}^3 \text{ mmHg}}{\text{mol K}}$$

$$R = 62\,396 \frac{\text{cm}^3 \text{ mmHg}}{\text{mol K}}$$

La ecuación de estado de un gas ideal puede ser expresada en otra forma. Para esto se supone que un gas experimenta una transformación en la cual la masa permanece constante, pero las magnitudes que lo describen P , V y T pueden variar. Así que si el gas en un estado, digamos 1, tiene los valores P_1 , V_1 y T_1 y para otro estado tiene los valores P_2 , V_2 y T_2 , en consecuencia, de acuerdo con la ecuación de estado, se tiene:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = n R \quad 5.22$$

Y

$$\frac{P_2 V_2}{T_2} = n R \quad 5.23$$

Es decir:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \quad 5.24$$

Que es otra forma de expresar la ecuación de estado de un gas ideal.

5.6 Descripción del Sistema

En esta sección describiremos la forma en que se utiliza el sistema. En la figura 3 se muestra la ventana principal del sistema que se elaboró como resultado del proyecto.



Figura 5. Ventana principal del sistema.

En esta ventana se muestran tres botones de comando. Uno de ellos corresponde al tema de **Ecuación de Estado**, el otro al de **Ecuación General de los Gases** y finalmente la opción **Salir**. Al escoger la opción **Ecuación de Estado** aparecerá otra ventana como la mostrada en la figura 6.



Figura 6. Ventana correspondiente a Ecuación de Estado.

En esta ventana se muestran seis opciones: Temperatura, Volumen, Presión, Número de Moles, Masa y Masa Molecular. Para resolver un problema sólo es necesario escoger cuatro de las seis opciones. A manera de ejemplo, considere que se colocan 64 gramos de oxígeno (O_2) a la temperatura de $27\text{ }^{\circ}C$ en un recipiente cuyo volúmenes de 2 litros, ¿Cuál será la presión ejercida por el gas?

Como el gas es oxígeno, entonces la masa molecular es de $M_{O_2} = 32\text{ grs/mol}$. Si suponemos que el oxígeno se comporta como un gas ideal entonces se debe cumplir la ecuación de estado. Al introducir los datos al sistema y marcarlos en la caja de opción correspondiente, observamos que la ventana mostrará los resultados para este caso.

Variable	Valor	Unidad
Temperatura	27	Centígrados
Volumen	2	Litros
Presión	24.62988982	Atmosferas
Número de Moles	2	Moles
Masa	64	Gramos
Masa Molecular	32	Gramos/Mol

Figura 7. Solución para los datos introducidos al problema.

El sistema muestra que el número de moles de oxígeno es de 2 moles y que la presión a la que está sujeto el gas es de 24.629 atm de presión.

Supongamos ahora que se tienen 1600 litros de oxígeno a una presión de 2 atmósferas , sujetos a una temperatura de $190\text{ }^{\circ}C$, ¿Cuántos gramos de oxígeno serán?

Al introducir los datos en el sistema y marcando las incógnitas en las cajas de opción correspondientes, obtenemos los resultados que se muestran en la ventana de la figura siguiente.

Variable	Valor	Unidad
Temperatura	190	Centígrados
Volumen	1600	Litros
Presión	2	Atmosferas
Número de Moles	84.199160238346	Moles
Masa	2694.37171276271	Gramos
Masa Molecular	32	Gramos/Mol

Figura 7. Resultados para los datos del problema.

Observamos que en los resultados mostrados en la figura que el número de moles del oxígeno es de 84.199 moles y que su masa es de $2\,694.37 \text{ gramos}$.

Como siguiente ejemplo, supongamos que se tienen 0.1 gramos de oxígeno a presión y temperaturas normales. ¿Qué volumen ocuparían?

Las condiciones normales a las que se encuentra un gas son: $P = 1 \text{ atm}$ y $T = 273 \text{ }^{\circ}\text{C}$. Como es oxígeno la masa molecular es de $M_{\text{O}_2} = 32 \text{ grs/mol}$. En consecuencia, al introducir estos datos y hacer click en el botón resolver obtenemos los siguientes resultados.

Variable	Valor	Unidad
Temperatura	0	Centígrados
Volumen	2.2414471552	Litros
Presión	1	Atmosferas
Número de Moles	0.1	Moles
Masa	3.2	Gramos
Masa Molecular	32	Gramos/Mol

Figura 8. Resultados para los datos del problema.

Por lo tanto, el volumen ocupado por el oxígeno bajo estas condiciones es de $V = 2.24 \text{ litros}$ y tienen $m = 3.2 \text{ g}$ de masa.

Como ejemplo de ecuación de estado 2, supongamos que se tienen 5 *litros* de aire a la temperatura de $t = -40\text{ }^{\circ}\text{C}$ y una presión $P = 700\text{ mmHg}$. Si la temperatura del aire aumentó hasta $t_2 = 30\text{ }^{\circ}\text{C}$ y su presión tomó el valor de $P_2 = 800\text{ mmHg}$, ¿qué volumen ocupará el gas?

Al introducir los datos en el sistema y marcando las incógnitas en las cajas de opción correspondientes en la ecuación de estado 2, obtenemos los resultados que se muestran en la ventana de la figura siguiente.

The screenshot shows a software window titled "Ecuación General de los Gases". It contains input fields for initial and final temperature, volume, and pressure, along with unit dropdown menus and checkboxes to mark unknowns. The "Temperatura Inicial" is -40 (Centígrados), "Temperatura Final" is 30 (Kelvin), "Volumen Inicial" is 5 (Litros), "Volumen Final" is 5.68847572482415 (Litros), "Presión Inicial" is 700 (Atmósferas), and "Presión Final" is 800 (Atmósferas). The "Resolver" button is highlighted in blue.

Figura 9. Resultados para los datos del problema.

Se observa que el volumen final del gas para estas condiciones es de $V_1 = 5.68\text{ litros}$.

Como siguiente ejemplo se tiene $V_1 = 1\text{ litro}$ de helio a la presión de $P_2 = 2\text{ atm}$ y a la temperatura de $t_1 = 27\text{ }^{\circ}\text{C}$ se calienta hasta que la presión y el volumen se dupliquen. ¿Cuál es la temperatura final?

Introduciendo los datos en el sistema y marcando las incógnitas en las cajas de opción correspondientes en la Ecuación de Estado 2, obtenemos los resultados que se muestran en la ventana de la figura siguiente.

The screenshot shows the same software window with different input values. "Temperatura Inicial" is 27 (Centígrados), "Temperatura Final" is 1200.64 (Kelvin), "Volumen Inicial" is 1 (Litros), "Volumen Final" is 2 (Litros), "Presión Inicial" is 2 (Atmósferas), and "Presión Final" is 4 (Atmósferas). The "Resolver" button is highlighted in blue.

Figura 9. Resultados para los datos del problema.

Observamos que la temperatura final del helio bajo esta condiciones es de $T_2 = 1200.64\text{ K}$. Observe que al duplicar simultáneamente la presión y la temperatura absoluta del helio, la temperatura absoluta aumento cuatro veces.

40 litros ($V_1 = 40\text{ litros}$) de oxígeno se encuentran a una temperatura de $t_1 = 87\text{ }^{\circ}\text{C}$ y la presión es de $P_1 = 3\text{ atm}$. ¿Cuál será el volumen del oxigeno cuando su temperatura sea de $t_2 = -3\text{ }^{\circ}\text{C}$ y la presión sea de $P_2 = 2\text{ atm}$?

Introduciendo los datos en el sistema y marcando las incógnitas en las cajas de opción correspondientes en la Ecuación de Estado 2, obtenemos los resultados que se muestran en la ventana de la figura siguiente.

The screenshot shows a window titled "Ecuación General de los Gases". It has three rows of input fields:

- Temperatura:** "Temperatura Inicial" is 87, unit is "Centígrados". "Temperatura Final" is -3, unit is "Centígrados". A checkbox is checked.
- Volumen:** "Volumen Inicial" is 40, unit is "Litros". "Volumen Final" is 45.0066370502, unit is "Litros". A checkbox is unchecked.
- Presión:** "Presión Inicial" is 3, unit is "Atmósferas". "Presión Final" is 2, unit is "Atmósferas". A checkbox is checked.

At the bottom, there are two buttons: "Resolver" and "Regresar".

Figura 9. Resultados para los datos del problema.

Observamos que el volumen final del oxígeno bajo esta condiciones es de $V_2 = 45 \text{ litros}$.

5.7 Conclusiones

- En muchas ocasiones los problemas que proponen los libros que tratan temas de Óptica no muestran los resultados. El sistema sirve para que el alumno compruebe o compare los resultados obtenidos con los que calcula el sistema.
- En clase, se puede resolver un problema por medio del profesor y por medio del sistema. Esto motiva al alumno para que compare ambos resultados, los cuales deben ser iguales.
- Cuando el sistema muestra que un problema no tiene solución, se debe analizar el motivo por el cual no se puede resolver. Esto promueve la revisión de los conceptos que se utilizan en la solución de un problema.
- Existen muchos casos de problemas que no contemplan los textos relacionados con estos temas. El sistema cubre mucho más casos que los incluidos en los textos.
- La idea no es que el alumno resuelva los problemas con el sistema sino que los compare con los obtenidos por él.
- Se podrá creer que el sistema puede facilitar la solución de un problema, pero la idea es que se desarrolle la habilidad de diferenciar los datos de las incógnitas.
- Para usuarios con más conocimientos en Óptica sería muy interesante preguntarse cómo el sistema resuelve los problemas.
- El sistema puede ser usado para alumnos de nivel bachillerato y profesional.
- El sistema es una buena herramienta que sirve de apoyo al aprendizaje de la Óptica.
- Por su portabilidad el sistema puede ser usado en Educación a Distancia.

5.8 Bibliografía

- Beiser, Arthur. (1991). *Física Aplicada*. México, D.F.:McGraw-Hill.

- Beltrán V. y Braun E. (1975) *Principios de Física*. México, D. F.: Trillas.
- Buche, F. J. (1990) *Física General*. México, D. F.: McGRAW-HILL.
- Ceballos F. J. (1997) *Enciclopedia de Visual Basic 4*. México, D. F.: Alfaomega Grupo Editor.
- Hewitt, P. (1995) *Física Conceptual*. México, D.F.: Addison-Wesley Iberoamericana.
- Resnick, R. y Halliday, D. (1980) *Física. Vol. I*. México, D.F.: CECSA.
- Serway, R.A. (1985) *Física*. México, D.F.: Interamericana.
- Tipler, P. A. (1995) *Física*. México, D.F.: Reverté.

6. Un Sistema para Resolver Problemas de Óptica

6.1 Introducción

El microscopio o el proyector de cine, la cámara fotográfica y los telescopios son solamente algunos de los instrumentos ópticos que utiliza el hombre. La construcción y el desarrollo de estos aparatos resulta de la aplicación de las leyes de la reflexión y refracción al diseño de espejos, prismas y lentes que son sus elementos constituyentes.

6.2 Lentes Delgadas

En esta sección analizaremos las características más importantes relacionadas con las lentes delgadas. Se puede entender la forma particular en que funcionan las lentes suponiendo que una lente está constituida por un gran número de porciones de prismas triangulares. Si dichos prismas están distribuidos de una manera adecuada refractarán los rayos paralelos incidentes de modo que converjan en un solo punto o que diverjan de él. Si la distribución de las prismas es más ancha en el centro, concentrará la luz. Observe la *figura 1*.

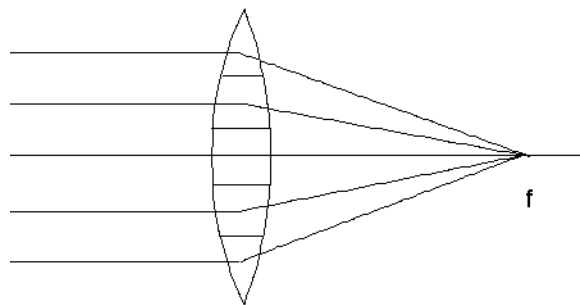


Figura 1. Imagen de una lente convergente.

La mayor desviación de la luz ocurre en los prismas más exteriores, pues son aquellos para los que es mayor el ángulo entre las dos superficies refractantes. En el centro no hay desviación ya que sus caras son paralelas y el rayo emerge en la dirección original.

Por supuesto, las lentes reales no están hechas de prismas, sino de piezas sólidas de vidrio cuyas superficies se pulen para darles una forma generalmente esférica. Las lentes son medios transparentes limitados por caras curvas que comúnmente son esféricas.

Las lentes convergentes o positivas son más gruesas en su centro que en la periferia. Un haz de luz de rayos paralelos que incida sobre una lente positiva convergerá en un punto llamado foco real. Las lentes divergentes o negativas son más delgadas en su centro que en su periferia. Un haz de luz de rayos paralelos que incida sobre una lente negativa divergirá de un punto llamado foco virtual.

El foco principal de una lente delgada con caras esféricas es el punto donde los rayos paralelos y próximos al eje principal son enfocados; el foco es real para una lente convergente y virtual para una divergente. La

distancia focal f es la distancia que hay del foco principal a la lente; existen dos puntos focales para cada lente.

Para cualquier tipo de lente delgada, se cumple la siguiente ecuación:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \quad 6.1$$

Donde p es la distancia del objeto a la lente; q es la distancia de la imagen a la lente y f es la distancia focal medida desde la lente. p es positiva para un objeto real y negativa para un objeto virtual; q es positiva para una imagen real y negativa para una imagen virtual y f es positiva para una lente convergente y negativa para una divergente.

Las lentes convergentes forman imágenes invertidas y reales de objetos que se localizan fuera del foco principal. Cuando el objeto se localiza entre el foco principal y la lente, la imagen es virtual y derecha. Las lentes divergentes sólo producen imágenes virtuales y derechas, y más pequeñas que el objeto. Una imagen real de un objeto real siempre está del lado opuesto de la lente en la que se encuentra el objeto y una imagen virtual está del mismo lado. Por lo tanto si un objeto real se encuentra a la izquierda de una lente, una distancia positiva q de la imagen significa que se trata de una imagen real que está a la derecha de la lente, mientras que una distancia negativa q de la imagen denota una imagen virtual del lado izquierdo de la lente.

6.3 Espejos Esféricos

En esta sección analizaremos las características más importantes de los espejos esféricos. Existen dos tipos de espejos según la parte donde se encuentre la superficie reflectora. Si el lado interno es el reflector, el espejo se llama cóncavo y si el lado externo es el reflector, el espejo se llama convexo. La figura 2 muestra un tipo de espejo cóncavo. Para un espejo cóncavo los rayos de luz que incidan paralelamente al eje focal del espejo, se reflejarán hacia un punto llamado foco. La distancia que existe entre el vértice del espejo y el foco, se le conoce como distancia focal.

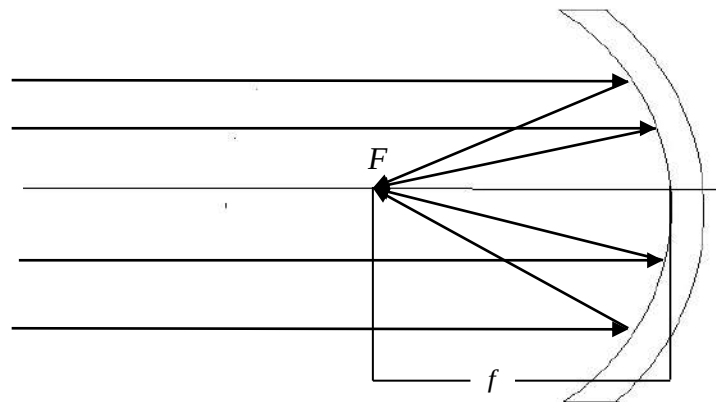


Figura 2. Imagen de un espejo cóncavo.

Para cualquier tipo de espejo esférico, se cumple la siguiente ecuación:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \quad 6.2$$

Donde p es la distancia del objeto medida desde el espejo; q es la distancia de la imagen al espejo y f es la distancia focal medida desde el espejo. p es positiva para un objeto real y negativa para un objeto virtual; q es positiva para una imagen real y negativa para una imagen virtual y f es positiva para un espejo cóncavo y negativa para uno convexo.

Los espejos cóncavos forman imágenes invertidas y reales de objetos que se localizan fuera del foco principal. Cuando el objeto se localiza entre el foco principal y el espejo, la imagen es virtual y derecha. Los espejos convexos sólo producen imágenes virtuales y derechas, y más pequeñas o iguales que el objeto. Una imagen real de un objeto real siempre está del mismo lado en la que se encuentra el objeto y una imagen virtual está del otro lado. Por lo tanto si un objeto real se encuentra a la izquierda de un espejo, una distancia positiva q de la imagen significa que se trata de una imagen real que está a la izquierda del espejo, mientras que una distancia negativa q de la imagen denota una imagen virtual del lado derecho del espejo.

Para cualquier tipo de espejo la relación entre su radio de curvatura y la distancia focal, está dada por:

$$f = \frac{R}{2} \quad 6.3$$

Esta ecuación nos indica que la distancia focal de un espejo esférico es igual a la mitad de su radio de curvatura. De esta forma, si queremos conocer la distancia focal de un espejo esférico, solo se debe dividir entre dos el radio de espejo. O si conocemos la distancia focal de un espejo esférico, al multiplicarla por dos obtenemos su radio. Esta ecuación es válida para espejos cóncavos y convexos. La única diferencia es que un espejo cóncavo tiene radio positivo y un espejo convexo un radio negativo.

6.4 Ecuación del Fabricante de Lentes

La distancia focal de una lente delgada se puede calcular por medio de la siguiente ecuación:

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_2} \right) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad 6.4$$

Donde n_1 es el índice de refracción del material del que está hecha la lente, n_2 es el índice de refracción del medio donde se encuentra inmersa la lente, y R_1 y R_2 son los radios de curvatura de las caras de la lente. Esta ecuación se cumple para todo tipo de lentes, tomando los radios con sus signos apropiados. Los radios de curvatura se toman positivos para las caras convexas y negativos para las caras cóncavas.

6.5 Descripción del Sistema

En la figura 3 se muestra la ventana principal del sistema que se elaboró como resultado del proyecto.

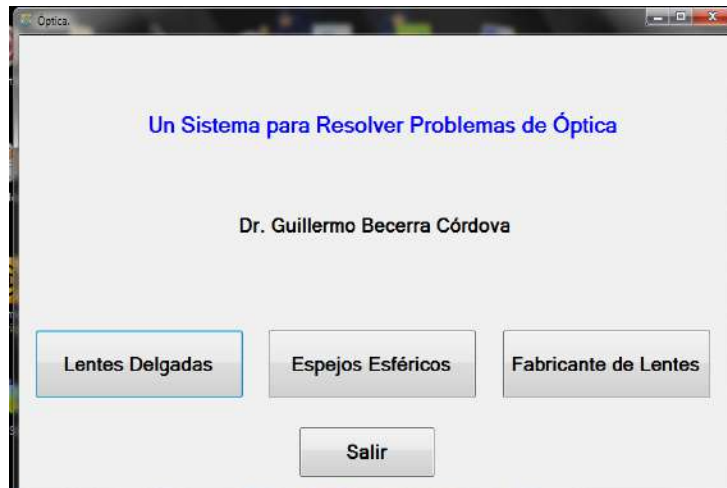


Figura 3. Ventana principal del Sistema.

En ella se muestran cuatro botones de comando. Uno de ellos corresponde al tema de **Lentes Delgadas**, el otro al de **Espejos Esféricos**, el otro al **Fabricante de Lentes** y finalmente la opción **Salir**. Al escoger la opción **Lentes Delgadas** aparecerá otra ventana como la mostrada en la figura 4.

Figura 4. Ventana correspondiente a la opción Lentes Delgadas.

En esta ventana se muestran cuatro opciones: Distancia Objeto, Distancia Imagen, Distancia Focal y Amplificación. Para resolver un problema sólo es necesario escoger dos de las cuatro opciones. A manera de ejemplo, considere que se quiere conocer la posición y la amplificación de la imagen de un objeto producida por una lente convergente de 40 cm. de distancia focal al colocar el objeto a 20 cm. de la lente. Al introducir los datos en el sistema y marcar los datos en la caja de texto correspondiente, observamos los resultados que se muestran en la figura siguiente.

Lentes Delgados

☒ Distancia Objeto 20 cm. Tipo de Imagen. Tipo de Imagen.

☐ Distancia Imagen -40 cm. Imagen Virtual y Derecha

☒ Distancia Focal 40 cm. Tipo de lente. Tipo de lente.

☐ Amplificación 2

Para resolver un problema, marque dos de las cuatro opciones.

Resolver Regresar

Figura 5. Resultados para el problema del ejemplo.

El sistema nos indica que la imagen se forma a 40 cm. de la lente y que es negativo su valor, por lo que la imagen es virtual y derecha. También nos indica que el tamaño de la imagen es dos veces mayor que el tamaño del objeto.

Supongamos ahora que deseamos conocer la posición y el aumento de la imagen de un objeto que se coloca a 60 cm. de una lente de 40 cm. de distancia focal. La siguiente figura muestra los datos y los resultados calculados por el sistema.

Lentes Delgados

☒ Distancia Objeto 60 cm. Tipo de Imagen. Tipo de Imagen.

☐ Distancia Imagen 120 cm. Imagen Real e Invertida

☒ Distancia Focal 40 cm. Tipo de lente. Tipo de lente.

☐ Amplificación 2

Para resolver un problema, marque dos de las cuatro opciones.

Resolver Regresar

Figura 6. Resultados para el problema del ejemplo.

El sistema nos indica que ahora la imagen se encontrará a 120 cm. de la lente y que es dos veces mayor que el objeto. Como la posición de la imagen es positiva, la imagen es real e invertida.

Si en la figura 3 se hubiese escogido la opción Espejos Esféricos, se mostraría una ventana como la que se presenta en la figura siguiente.

Espejos Esféricos

☐ Distancia Objeto	120	cm.	Tipo de Imagen.	Tipo de Imagen.
☒ Distancia Imagen	40	cm.		
☒ Distancia Focal	30	cm.	Tipo de Espejo.	Tipo de Espejo.
☐ Radio del Espejo	60	cm.		
☐ Amplificación	0.3333333333333333		Para resolver un problema, marque dos de las cinco opciones.	

Resolver Regresar

Figura 7. Ventana correspondiente a la opción Espejos Esféricos.

En esta ventana se muestran cinco opciones: Distancia Objeto, Distancia Imagen, Distancia Focal, Radio del Espejo y Amplificación. Para resolver un problema sólo es necesario escoger dos de las cinco opciones. A manera de ejemplo, considere que se quiere conocer la posición en la que se debe colocar un objeto si la imagen que se forma se encuentra a 40 cm. de un espejo cóncavo de 30 cm. de distancia focal. La figura muestra que el objeto se debe colocar a 120 cm. del espejo y que el radio del espejo es de 60 cm. De igual forma, el tamaño de la imagen es la tercera parte del tamaño del objeto.

Supongamos ahora que el objeto se coloca a 20 cm. de un espejo cóncavo de 30 cm. de distancia focal. La figura 8 muestra los resultados para este caso.

Espejos Esféricos

☒ Distancia Objeto	20	cm.	Tipo de Imagen.	Tipo de Imagen.
☐ Distancia Imagen	-60	cm.	Imagen Virtual y Derecha	
☒ Distancia Focal	30	cm.	Tipo de Espejo.	Tipo de Espejo.
☐ Radio del Espejo	60	cm.		
☐ Amplificación	3		Para resolver un problema, marque dos de las cinco opciones.	

Resolver Regresar

Figura 8. Resultados para el problema del ejemplo.

La figura muestra que la distancia de la imagen al espejo es de -60 cm. lo cual indica que es una imagen virtual y derecha. También indica que el radio del espejo es de 60 cm. y que el tamaño de la imagen es tres veces mayor que la del objeto.

Finalmente, si se hubiese escogido la opción Fabricante de Lentes, el sistema mostraría una ventana similar a la que se presenta en la figura 9. En ella se muestran las opciones: Índice de refracción 1, Índice de

Refracción 2, Radio 1, Radio 2 y Distancia Focal. Para resolver un problema el usuario debe escoger 4 de las 5 opciones. A manera de ejemplo, suponga que se quiere fabricar una lente biconvexa con caras de 20 cm. de radio de curvatura. Si el índice de refracción del vidrio es de 1.5 y se encuentra en el aire, ¿cuál es la distancia focal de la lente? La figura 9 muestra que la distancia focal de la lente sería de 20 cm. lo cual nos indica que es una lente convergente.

The screenshot shows a software window titled 'Fabricante de Lentes'. It contains five input fields with checkboxes: 'Índice de Refracción 1' (checked, value 1.5), 'Índice de Refracción 2' (checked, value 1), 'Radio 1' (checked, value 20 cm), 'Radio 2' (checked, value 20 cm), and 'Distancia Focal' (unchecked, value 20 cm). To the right, under 'Tipo de Lente', it says 'La lente es convergente'. At the bottom, there are 'Resolver' and 'Regresar' buttons. A blue instruction text reads: 'Para resolver un problema, marque cuatro de las cinco opciones.'

Figura 9. Ventana correspondiente a la opción Fabricante de Lentes.

Si la lente se colocara en un medio como disulfuro de carbono con un índice de refracción de 1.63, veríamos que la distancia focal de la lente sería de -125.38 cm. que corresponde con una lente divergente. La figura 10 muestra estos resultados.

The screenshot shows the same software window with updated values: 'Índice de Refracción 2' is now 1.63, and 'Distancia Focal' is now -125.384615384615 cm. The 'Tipo de Lente' section now says 'La lente es divergente'. The 'Resolver' and 'Regresar' buttons remain at the bottom, along with the same blue instruction text.

Figura 10. Resultados para el problema del ejemplo.

Finalmente, supongamos que una lente tiene una cara convexa con un radio de curvatura de 20 cm. y la otra cara es cóncava con un radio de curvatura de 40 cm. La lente está hecha de vidrio con un índice de refracción de 1.54. Calcule la distancia focal de la lente y diga si es convergente o divergente. Consideramos que por

ser convexa una cara, su radio de curvatura es de +20 cm. y por ser cóncava la otra, su radio de curvatura es de -40 cm. Como la lente se encuentra sumergida en aire, su índice de refracción es aproximadamente de 1. Con estos datos vemos que la distancia focal de la lente es de 74.1 cm. lo que nos indica que la lente es convergente. La figura 11 muestra estos resultados.

The screenshot shows a software window titled "Fabricante de Lentes." with a light gray background. On the left, there are five input fields, each preceded by a checked checkbox: "Índice de Refracción 1" (value 1.5), "Índice de Refracción 2" (value 1), "Radio 1" (value 20), "Radio 2" (value -40), and "Distancia Focal" (value 80). Each value is followed by a unit "cm.". To the right of these fields is a section titled "Tipo de Lente" which contains a text box displaying "La lente es convergente". Below the input fields, there is a blue text instruction: "Para resolver un problema, marque cuatro de las cinco opciones." At the bottom of the window, there are two buttons: "Resolver" on the left and "Regresar" on the right.

Figura 11. Resultados para el problema del ejemplo.

6.6 Conclusiones

- En muchas ocasiones los problemas que proponen los libros que tratan temas de Óptica no muestran los resultados. El sistema sirve para que el alumno compruebe o compare los resultados obtenidos con los que calcula el sistema.
- En clase, se puede resolver un problema por medio del profesor y por medio del sistema. Esto motiva al alumno para que compare ambos resultados, los cuales deben ser iguales.
- Cuando el sistema muestra que un problema no tiene solución, se debe analizar el motivo por el cual no se puede resolver. Esto promueve la revisión de los conceptos que se utilizan en la solución de un problema.
- Existen muchos casos de problemas que no contemplan los textos relacionados con estos temas. El sistema cubre muchos más casos que los incluidos en los textos.
- La idea no es que el alumno resuelva los problemas con el sistema sino que los compare con los obtenidos por él.
- Se podrá creer que el sistema puede facilitar la solución de un problema, pero la idea es que se desarrolle la habilidad de diferenciar los datos de las incógnitas.
- Para usuarios con más conocimientos en Óptica sería muy interesante preguntarse cómo el sistema resuelve los problemas.
- El sistema puede ser usado para alumnos de nivel bachillerato y profesional.

- El sistema es una buena herramienta que sirve de apoyo al aprendizaje de la Óptica.
- Por su portabilidad el sistema puede ser usado en Educación a Distancia.

6.7 Bibliografía

- Beiser, Arthur. (1991). *Física Aplicada*. México, D.F.: McGraw-Hill.
- Beltrán V. y Braun E. (1975) *Principios de Física*. México, D. F.: Trillas.
- Buche, F. J. (1990) *Física General*. México, D. F.: McGRAW-HILL.
- Ceballos F. J. (1997) *Enciclopedia de Visual Basic 4*. México, D. F.: Alfaomega Grupo Editor.
- Hewitt, P. (1995) *Física Conceptual*. México, D.F.: Addison-Wesley Iberoamericana.
- Resnick, R. y Halliday, D. (1980) *Física. Vol. I*. México, D.F.: CECSA.
- Serway, R.A. (1985) *Física*. México, D.F.: Interamericana.
- Tipler, P. A. (1995) *Física*. México, D.F.: Reverté.

7. Un sistema que Resuelve Problemas de Conservación de la Energía Mecánica

7.1 Introducción

Se dice que la energía es la capacidad de realizar un trabajo. El trabajo se define como el producto de la fuerza que actúa sobre un cuerpo, multiplicada por el desplazamiento que recorre (Tipler, 1995). Si no actúa ninguna fuerza sobre un cuerpo, no se realizará trabajo sobre él, a pesar de que se esté moviendo. De igual forma, si sobre un cuerpo actúa una fuerza pero éste no se mueve, no se estaría realizando trabajo sobre el cuerpo. En consecuencia, para que se afirme que se realiza trabajo sobre un cuerpo, debe actuar sobre él una fuerza y además el cuerpo debe desplazarse en dirección de esa fuerza o al menos una componente de la fuerza debe estar en la dirección en la que se desplaza el cuerpo.

El trabajo es directamente proporcional a la fuerza y a la distancia que recorre el cuerpo. Esto quiere decir que mientras más grande sea la fuerza que se le aplique a un cuerpo y mayor sea la distancia que recorra debido a esa fuerza, mayor va a ser el trabajo que se realice sobre él.

Cuando levantas un objeto, actúan sobre él dos fuerzas: una debido al peso del cuerpo y la otra debido a la fuerza que le estás aplicando para levantarlo. Mientras mayor sea la altura a la que lo levantes, mayor será el trabajo que realices sobre el cuerpo. Si la fuerza con que lo levantas es mayor que su peso, entonces el

cuerpo se acelerará hacia arriba. Generalmente, la fuerza con la que se levanta un cuerpo es similar al peso, por eso el cuerpo no se acelera en la dirección vertical hacia arriba.

En el caso de que el objeto se mueva horizontalmente, la fuerza que se le aplique provocará que se acelere si no existe fuerza que lo detenga, como la fricción. Si no existe fricción o es menor que la fuerza horizontal que actúe sobre un cuerpo, éste se acelerará, es decir, cambiará su velocidad. En consecuencia, si el trabajo que se realice sobre un cuerpo es diferente de cero, entonces el cuerpo cambiará su velocidad. La velocidad aumentará o disminuirá dependiendo de la dirección de la fuerza que actúe sobre el cuerpo y de la dirección con la que se mueva el mismo. Si la fuerza sobre la que actúa en cuerpo tiene dirección contraria a la dirección en la que se mueve, entonces la velocidad disminuirá y si ambas tienen la misma dirección, aumentará su velocidad (Beltrán, 1975).

Hemos visto que al elevar un cuerpo a determinada altura, se requiere emplear una fuerza. Si al cuerpo lo subimos de tal manera que no cambie su velocidad conforme lo vayamos subiendo, entonces la fuerza con la que lo subimos es muy similar su peso. También podemos decir que mientras más alto llegue el cuerpo, se requiere utilizar por más tiempo la misma fuerza y, en consecuencia, se efectuará mayor trabajo sobre el cuerpo.

Si soltásemos el cuerpo desde la altura a la que lo elevamos, veríamos que el cuerpo caería y no sólo eso, sino que conforme vaya cayendo su velocidad aumentaría. Es decir, se estaría liberando la energía que se acumuló por subir el cuerpo hasta una determinada altura. A la energía que se acumula debido a la posición que tiene un cuerpo con respecto a la Tierra se le conoce como energía potencial. De esta forma, la energía potencial va a depender de la altura a la que se encuentre un cuerpo. Mientras mayor sea la altura a la que se encuentre, mayor será la energía potencial que tenga. De igual forma, la energía potencial que tenga un cuerpo va a depender de la masa que tenga. No es lo mismo subir un cuerpo con una masa pequeña, que subir un cuerpo con una masa muy grande. Se requiere de mayor fuerza para elevar un cuerpo con mayor masa que un cuerpo que tenga menor masa.

El Principio de Conservación de la Energía es el principio básico y fundamental de todas las Ciencias Naturales y, en particular, de la Física. Este principio nos dice que existe una cantidad que no cambia en el universo y es la energía. La energía puede transformarse de una a otra, pero la suma de todas esas energías permanece constante. Así, formalmente este principio nos dice lo siguiente (Hewitt, 1995):

“La energía no se crea ni se destruye; se puede transformar de una forma en otra, pero la cantidad total de energía no cambia jamás”

Para el caso de un cuerpo que es lanzado hacia arriba, vemos que su energía cinética disminuye conforme va ascendiendo. Esta pérdida de energía debe reflejarse en un aumento de otro tipo de energía. En este caso, la energía que va aumentando es la energía potencial, porque depende de la altura a la que se encuentre el cuerpo. De esta forma, el cuerpo al subir libremente, su energía cinética disminuye y su energía potencial aumenta. Al llegar a la altura máxima, la energía cinética del cuerpo es igual a cero porque su velocidad es también igual a cero. En ese momento, la energía potencial del cuerpo es máxima y su energía cinética es mínima. Al comenzar a descender, la energía potencial del cuerpo empieza disminuir y su energía cinética comienza a aumentar. Justo antes de que llegue al suelo, su energía cinética es máxima y su energía potencial es mínima. Sin embargo, en todo el trayecto, la suma de la energía potencial más la cinética es constante porque consideramos que no hay pérdidas de energía debidas a la resistencia con el aire. A la suma de la energía potencial más la energía cinética de un cuerpo se le conoce como energía mecánica. Matemáticamente, la energía mecánica se expresa por medio de la siguiente ecuación (Beltrán, 1975):

$$E_{mecánica} = mgh + \left(\frac{1}{2}\right) m v^2 \quad 7.1$$

Para un sistema en el cual no existen pérdidas de energía debido a la resistencia con el aire, la energía mecánica se conserva (Resnick, 1980), es decir:

$$m g h_0 + \left(\frac{1}{2}\right) m v_0^2 = m g h + \left(\frac{1}{2}\right) m v^2 \quad 7.2$$

Esta ecuación nos dice que la energía mecánica de un cuerpo que sube o que cae libremente, se conserva. Equivalentemente, la energía mecánica de un cuerpo que se mueve verticalmente y sin fricción es la misma en cualquier punto de la trayectoria seguida por el cuerpo.

Al pasar al lado izquierdo de la ecuación anterior los términos correspondientes a la energía potencial y al lado derecho los términos correspondientes a la energía cinética, llegamos a lo siguiente:

$$-\Delta E_p = mgh_0 - mgh = \left(\frac{1}{2}\right)mv^2 - \left(\frac{1}{2}\right)mv_0^2 = \Delta E_K \quad 7.3$$

La ecuación anterior nos indica que un aumento/disminución de la energía potencial va acompañado de una disminución/aumento en la energía cinética de un cuerpo cuando se desplaza por una trayectoria vertical libre de resistencia con el aire y sólo influenciado por la acción de la gravedad.

7.2 Descripción del sistema

En esta sección describiremos la forma en que se utiliza el sistema que se desarrolló como resultado del proyecto. En la figura 1 se muestra la ventana principal del sistema. En esta ventana se muestran dos botones de comando. Uno de ellos corresponde a la opción **Continuar** y el otro a la opción **Salir**.



FIGURA 1. Ventana principal del sistema.

Al escoger la opción **Continuar** aparecerá otra ventana como la mostrada en la figura 2.

Conservación de la Energía Mecánica.

☐ Energía Potencial Inicial Joules ☐ Energía Potencial Final Joules
☐ Energía Cinética Inicial Joules ☐ Energía Cinética Final Joules
☐ Altura Inicial Metros ☐ Altura Final Metros
☐ Velocidad Inicial m/s ☐ Velocidad Final m/s
☐ Masa kg

Para resolver un problema, introduzca 4 de las 9 variables y márquelas.

Regresar Resolver

FIGURA 2. Ventana correspondiente a la opción conservación de la energía mecánica.

En esta ventana se muestran 9 opciones: energía potencial inicial, energía cinética inicial, energía potencial final, energía cinética final, altura inicial, altura final, velocidad inicial, velocidad final y la masa del cuerpo. Para resolver un problema sólo es necesario escoger 4 de las 9 opciones. Los valores de las incógnitas las calculará el sistema. Eso es uno de los objetivos que se buscan con el sistema.

A manera de ejemplo, suponga que un cuerpo tiene una energía potencial inicial de 10 J, una energía cinética inicial de 25 J, una energía potencial final de 20 J y una altura inicial de 5 metros. Calcule la energía cinética final, la altura final, la velocidad inicial como la final y la masa del cuerpo.

La figura 3 muestra los valores de las variables que fueron dadas por el problema. Observe que las variables que corresponden a los datos están marcadas por las cajas de opción. Esto indica al sistema que se utilizarán como datos.

Conservación de la Energía Mecánica.

☒ Energía Potencial Inicial Joules ☒ Energía Potencial Final Joules
☒ Energía Cinética Inicial Joules ☐ Energía Cinética Final Joules
☒ Altura Inicial Metros ☐ Altura Final Metros
☐ Velocidad Inicial m/s ☐ Velocidad Final m/s
☐ Masa kg

Para resolver un problema, introduzca 4 de las 9 variables y márquelas.

Regresar Resolver

FIGURA 3. Ventana correspondiente con los datos del problema.

Para resolver el problema, simplemente debemos hacer clic en el botón de comando **Resolver**. La figura 4 muestra los resultados del problema.

FIGURA 4. Solución para los datos introducidos al problema.

Vemos que el sistema nos indica que, para este problema, la energía cinética final es de 15 J, la altura final es de 10.00 metros, la velocidad inicial y final del cuerpo es de 15.66 y 12.13 m/s, respectivamente, y la masa del cuerpo es de 0.20 kg. Observe que la energía mecánica se conserva y es de 35 J.

Como siguiente ejemplo, considere que un cuerpo tiene una energía potencial inicial de 30 J, una energía cinética inicial de 50 J, una energía potencial final de 50 J y una velocidad inicial de 5 m/s. La siguiente figura muestra los datos que se introdujeron al sistema. Observe que los datos fuerzon marcados por la cajas de opción. Si no se marcan los datos, el sistema consideraría que no son datos y los tomaría como incógnitas.

FIGURA 5. Ventana correspondiente con los datos del problema.

Al hacer clic sobre el botón de comando **Resolver**, el sistema resolverá el problema. La figura 5 muestra los resultados del problema correspondiente.

Conservación de la Energía Mecánica.

☒ Energía Potencial Inicial	30	Joules	☒ Energía Potencial Final	50	Joules
☒ Energía Cinética Inicial	50	Joules	☐ Energía Cinética Final	30.00	Joules
☐ Altura Inicial	0.76	Metros	☐ Altura Final	1.27	Metros
☒ Velocidad Inicial	5	m/s	☐ Velocidad Final	3.87	m/s
☐ Masa	4.00	kg			

Para resolver un problema, introduzca 4 de las 9 variables y márquelas.

Regresar Resolver

FIGURA 5. Ventana correspondiente con la solución del problema.

Vemos que el sistema nos indica que, para este problema, la energía cinética final es de 30 J, la altura inicial es de 0.76 m, la altura final es de 1.27 m, la velocidad final del cuerpo es de 3.87 y la masa del cuerpo es de 4.00 kg. Vemos que la energía mecánica se conserva y es de 80 J.

Como siguiente ejemplo, considere que un cuerpo tiene una energía potencial inicial de 50 J, una energía cinética inicial de 40 J, una energía potencial final de 20 J y una masa de 1 kg. La siguiente figura muestra los datos que se introdujeron al sistema. Observe que los datos fueron marcados con la cajas de opción. Si no se marcan los datos, el sistema consideraría que no son datos y los tomaría como incógnitas.

Conservación de la Energía Mecánica.

☒ Energía Potencial Inicial	50	Joules	☒ Energía Potencial Final	20	Joules
☒ Energía Cinética Inicial	40	Joules	☐ Energía Cinética Final		Joules
☐ Altura Inicial		Metros	☐ Altura Final		Metros
☐ Velocidad Inicial		m/s	☐ Velocidad Final		m/s
☒ Masa	1	kg			

Para resolver un problema, introduzca 4 de las 9 variables y márquelas.

Regresar Resolver

FIGURA 6. Ventana correspondiente con los datos del problema.

Al hacer clic sobre el botón de comando **Resolver**, el sistema resolverá el problema. La figura 7 muestra los resultados del problema correspondiente.

Conservación de la Energía Mecánica.

☒ Energía Potencial Inicial	50	Joules	☒ Energía Potencial Final	20	Joules
☒ Energía Cinética Inicial	40	Joules	☐ Energía Cinética Final	70.00	Joules
☐ Altura Inicial	5.10	Metros	☐ Altura Final	2.04	Metros
☐ Velocidad Inicial	8.94	m/s	☐ Velocidad Final	11.83	m/s
☒ Masa	1	kg			

Para resolver un problema, introduzca 4 de las 9 variables y márquelas.

Regresar Resolver

FIGURA 7. Resultados del ejemplo.

Vemos que el sistema nos indica que, para este problema, la altura inicial y final es de 5.10 m y 2.04 m, respectivamente, la energía cinética final es de 70.00 J, la velocidad inicial y final del cuerpo es de 8.94 y 11.83 m/s, respectivamente. Observe que la energía mecánica se conserva y es de 90 J.

De esta forma, el usuario puede hacer cualquier tipo de combinaciones. El número de tipos de problemas diferentes que se pueden plantear corresponde al número de combinaciones que se pueden hacer de 9 elementos tomados de 4 en 4. Haciendo una análisis combinatorio se concluye que corresponden a 126 tipos de problemas diferentes. Debemos aclarar que no todos los problemas tienen solución. Los problemas que no tienen solución corresponden con datos que se encuentran en una misma ecuación sin que queden incógnitas. Por ejemplo, no se pueden resolver problemas en los que los 4 datos corresponden a los valores de las energías potenciales y cinéticas, tanto inicial como final (¿por qué?).

El sistema fue desarrollado utilizando Visual Studio 12. Este programa es de propósitos generales, por lo que se puede hacer casi cualquier tipo de programa (Ramírez, 2012).

7.3 Conclusiones

- En muchas ocasiones los problemas que proponen los libros que tratan temas relacionados con la conservación de la energía mecánica, no muestran los resultados. El sistema sirve para que el alumno compruebe y/o compare los resultados obtenidos con los que calcula el sistema.
- En clase, se puede resolver un problema por medio del profesor y por medio del sistema. Esto motiva al alumno para que compare ambos resultados, los cuales deben ser iguales.
- Cuando el sistema muestra que un problema no tiene solución, se debe analizar el motivo por el cual no se puede resolver. Esto promueve la revisión de los conceptos que se utilizan en la solución de un problema.
- Existen muchos casos de problemas que no contemplan los textos relacionados con estos temas. El sistema cubre mucho más casos que los incluidos en los textos.
- La idea no es que el alumno resuelva los problemas con el sistema sino que los compare con los obtenidos por él.
- Se podrá creer que el sistema puede facilitar la solución de un problema, pero la idea es que se desarrolle la habilidad de diferenciar los datos de las incógnitas.

7.4 Bibliografía

- Beltrán V. y Braun E. (1975) *Principios de Física*. México, D. F.: Trillas.
- Bueche, F. J. (1990) *Física General*. México, D. F.: McGRAW-HILL.
- Hewitt, P. (1995) *Física Conceptual*. México, D.F.: Addison-Wesley Iberoamericana.
- Ramírez, F. (2012) *Aprenda Practicando ASP.NET Usando Visual Studio 2012*. México, D. F.: Alfaomega Grupo Editor.
- Resnick, R. y Halliday, D. (1980) *Física. Vol. I*. México, D.F.: CECSA.
- Serway, R.A. (1985) *Física*. México, D.F.: Interamericana.
- Tipler, P. A. (1995) *Física*. México, D.F.: Reverté.

8. Un Sistema que Soluciona Problemas Relacionados con la Segunda Ley de la Termodinámica

8.1 Introducción

¿Te has dado cuenta que al golpear un clavo con un martillo, su temperatura aumenta? ¿O que, al manipular un pedazo de plastilina, cada vez se hace más maleable debido a que se calienta? En estos casos hemos realizado un trabajo sobre el clavo o sobre la plastilina. ¡Hemos transformado todo el trabajo en calor! Sin embargo, se ha observado que el proceso inverso, transformar todo el calor en trabajo, no es posible. Sólo se puede transformar algo de calor en trabajo. ¡No todo el calor se puede transformar en trabajo! Si eso fuese posible, las máquinas que transforman el calor en trabajo, tendrían un 100% de eficiencia. Pero se ha visto que esto no es posible. Mucho del calor que se invierte en una máquina, no se utiliza para realizar trabajo; gran parte de este calor no se utiliza.

Una máquina térmica es cualquier dispositivo capaz de transformar energía interna en trabajo mecánico (Hewitt, pp. 384) Para que una máquina térmica realice un trabajo, es necesario que fluya calor de una fuente a alta temperatura a una fuente de baja temperatura. La segunda ley de la termodinámica nos dice que no existe máquina térmica que pueda convertir todo el calor que se le suministra en trabajo. Sólo una parte del calor puede transformarse en trabajo; el resto se desecha. De todo esto podemos afirmar que una máquina térmica no convierte en trabajo todo el calor que se le suministra, gran parte de ese calor se transfiere a un depósito frío. De aquí se puede decir que una máquina térmica no es eficiente al 100%, por lo que debe manejarse diferentes grados de eficiencia. En 1824 el ingeniero francés Sadi Carnot (Bueche, pp. 209) descubrió que la máxima cantidad de calor que se puede convertir en trabajo útil depende de la diferencia de temperatura entre el depósito caliente y el depósito frío. Su ecuación proporciona la eficiencia ideal, o eficiencia de Carnot de una máquina térmica.

$$\varepsilon = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad 8.1$$

Donde:

$\varepsilon = \text{Eficiencia Ideal}$

$T_1 = \text{Temperatura mayor}$

$T_2 = \text{Temperatura menor}$

De esta forma, la eficiencia ideal depende de la diferencia de temperaturas entre el depósito caliente y el frío. Es importante hacer notar que esta expresión es válida sólo si las temperaturas se expresan en la escala absoluta, es decir en Kelvin; esta expresión no es válida si se expresan las temperaturas en escalas diferentes a la Kelvin.

Como se dijo, la ecuación para la eficiencia de una máquina térmica depende de la diferencia de temperaturas; mientras más grande sea esta diferencia, mayor será la eficiencia. Incluso, si la temperatura

del depósito a menor temperatura es igual a 0 K, la eficiencia de una máquina térmica sería del 100%. Desafortunadamente esa temperatura es difícil de lograr, por lo que una máquina térmica no funcionará al 100%. También debemos notar que, si la diferencia de temperatura entre ambos depósitos es igual a cero, la eficiencia de una máquina térmica sería del 0%.

La eficiencia de una máquina térmica se ve disminuida por la presencia de la fricción en los componentes de una máquina térmica. La eficiencia de Carnot reflejada en su ecuación no incluye la fricción. Si se incluyeran las pérdidas ocasionadas por la fricción, la eficiencia de una máquina de Carnot todavía sería menor (Resnick, pp. 298). De esta forma, la eficiencia ideal de una máquina de Carnot es independiente de la fricción. La fricción disminuye aún más la eficiencia. En este caso, estaríamos hablando de una eficiencia real. En la práctica, todas las máquinas presentan fricción y la eficiencia real siempre será menor que la ideal. Así, la Segunda Ley de la Termodinámica nos dice que sólo una parte del calor suministrado puede convertirse en trabajo, incluso cuando no hay fricción.

Como la eficiencia de una máquina térmica depende del calor absorbido del depósito caliente y del calor cedido al reservorio frío, entonces podemos expresarla en términos de estos calores. Es decir, matemáticamente la eficiencia se puede expresar también por medio del calor absorbido y cedido:

$$\varepsilon = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \quad 8.2$$

Donde:

$\varepsilon = \text{Eficiencia Ideal}$

$Q_1 = \text{Calor absorbido}$

$Q_2 = \text{Calor cedido}$

Esta expresión nos indica que, mientras más grande sea la diferencia entre el calor absorbido y cedido por la máquina térmica, mayor es la eficiencia. De hecho, si no se cediera calor al depósito frío, la eficiencia de una máquina térmica sería del 100% (Serway, pp. 160). Pero nos hemos percatado que una máquina térmica siempre cede calor al depósito frío, por lo que su eficiencia siempre es menor al 100%.

Las expresiones 1 y 2 nos dicen que son equivalentes. Que da lo mismo calcular la eficiencia de una máquina térmica conociendo las temperaturas absolutas de los reservorios o conociendo las cantidades de calor que se absorben y se ceden.

Como se ha dicho, todas las máquinas térmicas funcionan al absorber calor de un depósito que se encuentra a una temperatura alta, realizan trabajo, y después ceden calor a un depósito que permanece a una temperatura más baja. De acuerdo con el principio de conservación de la energía, el trabajo realizado en un ciclo completo que hace que la máquina regrese a su estado original, es igual a la diferencia del calor absorbido y el calor cedido (Beisser, pp 215). De esta forma, la eficiencia de una máquina térmica se puede expresar en función del trabajo que realiza en un ciclo, es decir:

$$\varepsilon = \frac{W}{Q_1} \quad 8.3$$

Donde:

$$\varepsilon = \text{Eficiencia Ideal}$$

$$Q_1 = \text{Calor absorbido}$$

$$W = \text{Trabajo realizado por la máquina térmica}$$

Recordemos que el trabajo que realiza una máquina térmica se ve representado por el área de la gráfica de presión en función del volumen. Si esa área fuese igual a cero, el trabajo realizado por la máquina sería igual a cero.

De las ecuaciones 1 y 2, concluimos que:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad 3$$

Donde:

$$Q_1 = \text{Calor absorbido}$$

$$Q_2 = \text{Calor cedido}$$

$$T_1 = \text{Temperatura mayor}$$

$$T_2 = \text{Temperatura menor}$$

Con estas ecuaciones nos damos cuenta que se tienen 6 variables, de las cuales sólo es necesario conocer 3 de ellas para conocer las restantes. No todas las variables son independientes, solo 3 de ellas se pueden considerar independientes, es decir, cualquiera de ellas no puede ser calculada a partir de las otras 2 restantes. Es necesario tenerlas como datos de un problema para poder calcular las demás variables. Con estas condiciones, se desarrolló un sistema que resuelve problemas relacionados con la segunda ley de la termodinámica. Sólo se requiere conocer tres de las variables para que el sistema calcule las variables restantes.

En los cursos de Termodinámica de bachillerato, se estudia la Segunda Ley de la Termodinámica. Dentro de este tema se encuentra la eficiencia, el trabajo, el calor absorbido y cedido, y las temperaturas a las que se encuentran los depósitos donde absorbe y cede calor en una máquina térmica. Como se ha mencionado, una máquina térmica es un dispositivo que puede llevar a cabo la transformación de energía calorífica en mecánica. La Segunda Ley de la Termodinámica nos dice que una máquina térmica no puede convertir completamente en trabajo todo el calor que se le suministra. Esto nos indica que la eficiencia de una máquina térmica, no es del 100%. En el presente trabajo se muestra el uso de un sistema que resuelve problemas relacionados con la Segunda Ley de la Termodinámica. Los problemas consisten en proporcionar ciertos datos para obtener los valores de las incógnitas. De esta forma, el sistema desplegará un conjunto de variables de las cuales el usuario podrá escoger las que vayan a utilizarse como datos y las que vayan a considerarse como incógnitas. El número de variables que despliega el sistema es 6, por lo que el número

de incógnitas es 3. El usuario podrá escoger las variables que servirán como datos para un problema determinado; el resto de las variables se considerarán como incógnitas. Después de introducir los valores de los datos del problema correspondiente, el sistema calculará los valores de las incógnitas. El objetivo que se busca con este proyecto es que el usuario pueda comparar los resultados obtenidos al resolver un problema con los calculados por el sistema.

Por otra parte, la solución de problemas de Física, y en particular de Termodinámica, es una estrategia que es utilizada por el profesor para que el alumno trate de repetir la forma como fue resuelto un problema. Se trata de aplicar los procedimientos desarrollados por el profesor en la solución de problemas similares. El profesor supone que los alumnos tienen una base teórica para que ellos razonen y puedan resolver un problema. Generalmente, los problemas deben comenzar con un bajo grado de dificultad y conforme vaya adquiriendo habilidad en la solución de los problemas sencillos, poco a poco vaya incrementando el grado de dificultad. Todo esto con la idea de que piensen, razonen, conecten conceptos vistos con lo que traten de resolver. En este sentido, los alumnos deben buscar las fórmulas y los ejemplos que da el profesor para encontrar la solución a un problema.

En esta técnica, el profesor no debe limitarse a una sola metodología en la solución de un problema particular. Puede suceder que un alumno presente otra metodología para resolver el mismo problema. Incluso pueden existir muchas formas de resolver un problema, las cuales es pertinente que se expongan. Esto muestra que el resultado o los resultados de un problema, no dependen de la forma como se resolvió; todos deben ser equivalentes. Así, podemos comprobar los resultados obtenidos a través de diferentes formas de resolver un problema. Si llega a darse el caso de que se obtengan resultados diferentes por diferentes formas de resolver un problema, será necesario analizar en cuál de ellos se cometió un error para darse cuenta en qué se estuvo mal. Esto enriquece la metodología de la solución de problemas, al igual que ayuda a la comprensión del tema que se está tratando. De esta forma, buscamos que la solución de problemas sea una buena metodología que apoye la comprensión de los conceptos que estudien en la Física. Creemos con ello que cada vez que se resuelva un problema, debe ir acompañado de su respectiva relación teórica. Así se estaría reforzando la parte conceptual que se trata de transmitir. Se trata de aprovechar la solución de problemas para promover el pensamiento divergente y la reafirmación de conceptos. En la solución de problemas se busca que el alumno utilice los conceptos adquiridos. No se espera que sea una solución rutinaria, que sea algo que los motive a que reflexionen lo que han aprendido.

Los problemas se deben adaptar a la parte teórica que se está explicando; es como traducir lo que se está abordando en la teoría, a través de solución de problemas. De esta forma, las variables significativas están relacionadas con el tema a tratar. La idea es que se resalte la importancia de las variables que intervienen en un tema particular, a través de la solución de problemas. Por ejemplo, en el cálculo de la eficiencia de una máquina térmica, intervienen varias variables como el trabajo, las temperaturas a las que trabaja la máquina

o los calores que intervienen en su funcionamiento. Se trata de dar a conocer el papel que juegan esas variables en la eficiencia. Saber de qué factores depende para que una máquina aumente su eficiencia, para evitar aquellos factores que la disminuyan.

De esta forma, la solución de problemas no debe reducirse a los imples resultados numéricos, debe hacerse hincapié en su interpretación, de reflexionar los resultados obtenidos. En eso debe radicar la importancia de resolver un problema numérico.

8.2 Descripción del Sistema

En esta sección describiremos la forma en que se utiliza el sistema que se desarrolló como resultado del proyecto. En la figura 1 se muestra la ventana principal del sistema. En esta ventana se muestran dos botones de comando; uno de ellos corresponde a la opción **Continuar** y el otro a la opción **Salir**.



Figura 1. Ventana inicial del sistema.

Al escoger la opción **Continuar** aparecerá otra ventana como la mostrada en la figura 2. En esta ventana se muestran 6 opciones: eficiencia, calor absorbido, calor cedido, trabajo, temperatura mayor y temperatura menor.

Para resolver un problema sólo es necesario escoger 3 de las 6 opciones. Los valores de las incógnitas las calculará el sistema. Eso es uno de los objetivos que se buscan con el proyecto. Observe que el sistema tiene diferentes opciones que sirven para escoger el tipo de unidad que se quiera utilizar. Para el caso del calor, las unidades que se pueden utilizar son las calorías y los Joules. Estas mismas unidades son empleadas para el trabajo. Así, al introducir el usuario cierta cantidad de calor absorbido o cedido, lo puede hacer por medio de calorías o Joules. Lo mismo sucede para el trabajo, los valores los puede introducir usando calorías o Joules. Para el caso de las temperaturas, las unidades que puede utilizar son: Centígrados, Fahrenheit y Kelvin. El sistema automáticamente transformará estas unidades a las unidades necesarias para resolver un problema. Así, las calorías se utilizan para el calor, los Joules para el trabajo y los Kelvin para las temperaturas. La eficiencia no maneja unidades. Finalmente, el botón correspondiente a **Borrar Datos**,

borra todos los valores que se encuentran desplegados en las cajas de texto, borras las marcas en los cuadros de opción y coloca en calorías los calores, en Joules el trabajo y en centígrados las temperaturas. El usuario podrá escoger las unidades que desee para que el sistema resuelva un problema. Observe la figura 2.

Solucionador Segunda Ley de la Termodinámica

☐ Eficiencia

☐ Calor Absorbido Calorías

☐ Calor Cedido Calorías

☐ Trabajo Joules

☐ Temperatura Mayor Centígrados

☐ Temperatura Menor Centígrados

Escoge sólo tres de las seis opciones.

Resolver Borrar Datos Regresar

Figura 2. Ventana del sistema.

A manera de ejemplo de uso del sistema, suponga que una máquina de Carnot absorbe 1 000 000 de Joules de calor de un depósito a 300°C y cede calor a un depósito que está a 150°C de temperatura. La idea es determinar el trabajo que realiza, el calor cedido y la eficiencia de la máquina.

Para resolver el problema, debemos de introducir en los cuadros de texto los valores de los datos correspondientes. En este caso son el calor absorbido, la temperatura del depósito donde se va a extraer el calor y la temperatura donde se va a ceder el calor. Las unidades del calor serán Joules por ser las unidades que plantea el problema y las de las temperaturas en grados centígrados. Con estos datos, el sistema estará en condiciones de calcular las incógnitas del problema. Recuerde que se tienen que marcar los cuadros de opción para indicar al programa que esos son los datos del problema. La figura 3 muestra los datos introducidos al sistema.

Variable	Valor	Unidad
Efficiencia		
Calor Absorbido	1000000	Joules
Calor Cedido		Calorías
Trabajo		Joules
Temperatura Mayor	300	Centígrados
Temperatura Menor	150	Centígrados

Escoge sólo tres de las seis opciones.

Resolver Borrar Datos Regresar

Figura 3. Datos introducidos al sistema.

Después de introducir estos valores, hacemos clic sobre el botón correspondiente a **Resolver** y el sistema desplegará los resultados. La figura 4 muestra los resultados del problema.

Vemos en la figura 4 que el calor absorbido se cambió a calorías y las temperaturas a Kelvin. De esta forma, la eficiencia de la Máquina de Carnot es de 0.26, un poco más del 25% de eficiencia. El calor que absorbe en calorías es de 239234.45, el calor que cede es de 176607.63 calorías y, finalmente, el trabajo realizado por la máquina es de 261780.10 Joules. De aquí concluimos que la máquina es poco eficiente. Si se hubiese considerado las pérdidas por fricción, la eficiencia de la máquina sería aún más pequeña. La Segunda Ley de la Termodinámica no incluye pérdidas por fricción, solo considera la eficiencia en función de la diferencia de temperaturas o del calor absorbido y cedido.

Variable	Valor	Unidad
Efficiencia	0.26	
Calor Absorbido	239234.45	Calorías
Calor Cedido	176607.63	Calorías
Trabajo	261780.10	Joules
Temperatura Mayor	573.00	Kelvin
Temperatura Menor	423.00	Kelvin

Escoge sólo tres de las seis opciones.

Resolver Borrar Datos Regresar

Figura 4. Resultados del problema.

Como siguiente ejemplo de uso del sistema, suponga que se quiere construir una máquina térmica que absorba 50 000 calorías calor de una fuente a 200°C y que su eficiencia fuese del 30%. Calcule el calor cedido, el trabajo y la temperatura del depósito donde se entrega el calor.

Vemos que los datos del problema son: calor absorbido, temperatura de la fuente donde se absorbe el calor y la eficiencia. Estos datos se deben introducir en el sistema para que se resuelva el problema. La figura 5 muestra la forma como se han introducido los datos.

The screenshot shows a software window titled "Solucionador Segunda Ley de la Termodinámica". It contains several input fields with checkboxes and unit dropdown menus. The inputs are as follows:

Variable	Value	Unit
Efficiencia	0.3	-
Calor Absorbido	50000	Calorías
Calor Cedido	-	Calorías
Trabajo	-	Joules
Temperatura Mayor	200	Centígrados
Temperatura Menor	-	Centígrados

Below the inputs, there is a blue text instruction: "Escoge sólo tres de las seis opciones." At the bottom, there are three buttons: "Resolver", "Borrar Datos", and "Regresar".

Figura 5. Datos introducidos al problema.

Al hacer clic sobre el botón **Resolver**, el sistema calculará los valores de las incógnitas. La figura 6 muestra esta situación.

The screenshot shows the same software window as Figure 5, but now with calculated values filled in the previously empty fields:

Variable	Value	Unit
Efficiencia	0.3	-
Calor Absorbido	50000	Calorías
Calor Cedido	35000.00	Calorías
Trabajo	62700.00	Joules
Temperatura Mayor	473.00	Kelvin
Temperatura Menor	331.10	Kelvin

The instruction "Escoge sólo tres de las seis opciones." and the buttons "Resolver", "Borrar Datos", and "Regresar" remain the same.

Figura 6. Resultados del problema.

La figura 6 nos muestra que el calor cedido es igual a 35000.00 calorías, que el trabajo realizado por la máquina térmica es de 62700.00 Joules y que la temperatura del depósito donde se cede el calor es de 331.10 Kelvin, que equivalen a 58.1°C. Estos resultados están en función de los valores de las variables

que se introduzcan. Cualquier cambio en estos valores, provocará un cambio en cualquiera de los resultados calculados. Posiblemente no cambien todos los resultados, solo algunos.

De esta forma, el sistema calculará el valor de las variables que se consideren como incógnitas. Como se vio, se requiere que se introduzcan en el sistema los valores de las variables que se consideran como datos. Si son 6 variables, de las cuales 3 se consideran como datos y las otras tres restantes como incógnitas, entonces el número de problemas diferentes serían 20. De esos 20 problemas, no todos tienen solución. Algunos de ellos no se pueden resolver porque las variables que se consideran como datos, se encuentran en una misma ecuación. Por ejemplo, si se consideran como datos la eficiencia, el calor cedido y el calor absorbido, entonces estas variables se encuentran en una misma ecuación. Se considera que no tiene solución porque al comparar el valor de la eficiencia introducida por el usuario, no necesariamente será igual a la eficiencia que calcule el sistema al utilizar los calores absorbidos y cedidos.

En principio, son 20 los problemas diferentes que se pueden resolver, pero si consideramos que las temperaturas pueden expresarse en grados centígrados, en Fahrenheit o en Kelvin, el trabajo y los calores absorbidos y cedidos, se pueden expresar en calorías o Joules, entonces la variedad de problemas aumenta considerablemente. Puede ser que el calor absorbido se exprese en calorías, el trabajo en Joules y la temperatura en Fahrenheit. También el calor cedido se exprese en Joules, el trabajo en calorías y la temperatura en Kelvin.

8.3 Conclusiones

- En muchas ocasiones, los problemas que proponen los libros que tratan temas relacionados con la Segunda Ley de la Termodinámica, no muestran los resultados. El sistema sirve para que el alumno compruebe y/o compare los resultados obtenidos con los que calcula el sistema.
- En clase, se puede resolver un problema por medio del profesor y por medio del sistema. Esto motiva al alumno para que compare ambos resultados, los cuales deben ser iguales.
- Cuando el sistema muestra que un problema no tiene solución, se debe analizar el motivo por el cual no se puede resolver. Esto promueve la revisión de los conceptos que se utilizan en la solución de un problema.
- Existen muchos casos de problemas que no contemplan los textos relacionados con estos temas. El sistema cubre más casos que los incluidos en los textos.
- La idea no es que el alumno resuelva los problemas solo con el sistema, sino que los compare con los obtenidos por él.
- Se podrá creer que el sistema puede facilitar la solución de un problema, pero la idea es que se desarrolle la habilidad de diferenciar los datos de las incógnitas.

9. Bibliografía

- Beiser, A. (1991). *Física Aplicada*. México, D. F.: McGRAW-HILL.
- Beltrán V. y Braun E. (1975). *Principios de Física*. México, D. F.: Trillas.
- Bueche, F. J. (1990). *Física General*. México, D. F.: McGRAW-HILL.
- Hewitt, P. (1995). *Física Conceptual*. México, D.F.: Addison-Wesley Iberoamericana.
- Resnick, R. & Halliday, D. (1980). *Física. Vol. I*. México, D.F.: CECSA.
- Serway, R.A. (1985). *Física*. México, D.F.: Interamericana.