



Universidad Autónoma Chapingo
Dpto. de Preparatoria Agrícola
Área de Física



“Un Sistema Para Resolver Problemas De Cinemática”

Guillermo Becerra Córdoba

E-mail: gllrmbecerra@yahoo.com

RESUMEN

En los cursos de Física en el Nivel Medio Superior, se aborda el tema de Cinemática. Dentro de este tema se incluye el Movimiento Rectilíneo Uniforme, el Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado, el Movimiento Circular y el Tiro Parabólico. Estos cursos son de carácter teórico-práctico. La solución de problemas es esencial dentro de las actividades contempladas en la parte teórica. Los problemas consisten en proporcionar ciertos datos para obtener los valores de las variables restantes, por medio de las ecuaciones que describen el movimiento de los cuerpos de acuerdo con el tipo de movimiento que se trate. El número de datos y de incógnitas, depende del tipo de movimiento. Así, para el tema de Movimiento Rectilíneo Uniforme y de Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado, el número total de variables es seis, de las cuales los datos que se requieren son cuatro y las incógnitas son dos. No es posible resolver un problema si el número de datos que se necesitan son mayores o menores a cuatro. Para el tema de Movimiento Circular el número de variables es diez, de las cuales se tienen que introducir solo cinco datos, por lo que son cinco el número de incógnitas. De igual forma, no es posible resolver un problema si el número de datos que se necesitan son mayores o menores a cinco. Finalmente, para el tema de Tiro Parabólico, se utilizan doce variables de las cuales cinco son independientes y el resto son dependientes y pueden ser calculadas por medio de las ecuaciones relacionadas con este tema. Para el tema de MRU y MRUA se pueden plantear 15 problemas sin repetirse. Para el Movimiento Circular se pueden plantear 252 problemas diferentes. Finalmente, para el Tiro Parabólico el número de problemas diferentes tomando doce variables de cinco en cinco es de 792. El objetivo que se busca con este proyecto es que el usuario pueda comparar los resultados obtenidos al resolver un problema de cinemática, con los resultados calculados por el sistema.

Palabras Clave: Cinemática, movimiento, posición, velocidad, aceleración, tiro vertical, caída libre, gravedad.

INTRODUCCIÓN

La Cinemática es la ciencia de la Mecánica que describe el movimiento de los cuerpos sin preocuparnos por conocer sus causas. El estudio de las causas de los cambios de un movimiento dado es objeto de la Dinámica y constituye el tema propio de la Mecánica. El estudio detallado del movimiento de un cuerpo es bastante complejo. Se hace necesario hacer algunas simplificaciones que nos faciliten este estudio. Así, estudiaremos sólo el movimiento de un cuerpo como si fuera una partícula. Decimos que un cuerpo es una partícula cuando sus dimensiones son muy pequeñas en comparación con las demás dimensiones que participan en el movimiento. Cuando un cuerpo se trata como partícula, se simplifica enormemente el estudio de su movimiento, pues cualquier movimiento de rotación que pueda tener el cuerpo en un eje que pase por él, puede simplemente despreciarse.

CONCEPTO DE MOVIMIENTO

Una de las características del movimiento de los cuerpos es su relatividad o dependencia respecto del observador que estudia el movimiento. El movimiento de un cuerpo depende del punto o sistema de referencia, esto es, un cuerpo puede estar moviéndose con respecto a un punto de referencia y estar en reposo con respecto a otro sistema de referencia. En consecuencia, no existe el verdadero movimiento pues todos son igualmente verdaderos. Tomemos en cuenta que, cuando nos referimos al movimiento de un cuerpo, debemos mencionar obligatoriamente el punto de referencia. En general tomaremos como punto de referencia a la Tierra. Finalmente, el movimiento es el cambio de posición con respecto a un punto o sistema de referencia.

MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME

El movimiento rectilíneo uniforme es el más simple de los movimientos ya que la trayectoria seguida por un cuerpo es una línea recta y su velocidad permanece constante.

Para aclarar un poco más estos conceptos, suponga que una persona camina sobre una banqueta a razón de 2 metros en cada segundo. Por consiguiente, cada vez que se mida lo que recorre en un segundo, se encontrará que son exactamente dos metros. Ese andarín recorre distancias iguales en tiempos iguales. Un movimiento que cumple con esta característica se llama uniforme. Después de transcurridos 2 segundos, el caminante habrá recorrido 4 metros; a los 3 segundos su recorrido será de 6 metros, etc. De esta forma, si efectuamos el cociente de la distancia total recorrida entre el tiempo empleado para recorrerla, se observará que el resultado es constante, es decir:

$$\frac{2\text{ m}}{1\text{ s}} = \frac{4\text{ m}}{2\text{ s}} = \frac{6\text{ m}}{3\text{ s}} = 2\text{ m/s}$$

A esta razón se le conoce con el nombre de velocidad y si no varía en todo el recorrido que efectúa el objeto, la velocidad se dice que es constante.

Si para una serie de datos graficamos los puntos correspondientes a la posición con el tiempo empleado para recorrerla y los unimos por medio de una línea continua, observaremos que esa línea será recta y además pasará por el origen. En la siguiente figura se muestra las gráficas de dos movimientos, uno con velocidad de 2 m/s y el otro con velocidad de 3 m/s .

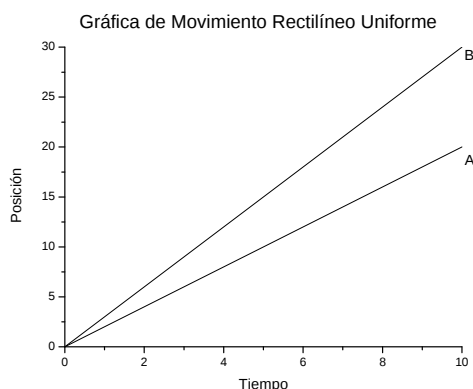


Figura 1

Observe que ambos movimientos están representados por una línea recta, con la diferencia de que la recta del movimiento con mayor velocidad tiene mayor inclinación en comparación con el movimiento de menor velocidad. Lo anterior nos permite afirmar que la gráfica de posición en función del tiempo en un Movimiento Rectilíneo Uniforme es una línea recta y que su inclinación o pendiente es proporcional a su velocidad. A mayor velocidad, mayor inclinación o pendiente y a menor velocidad, menor inclinación o pendiente.

La velocidad que lleve un cuerpo en el MRU también puede tener una representación gráfica. Si ubicamos ahora la velocidad sobre el eje vertical y el tiempo en el horizontal, la gráfica resultante será una línea recta paralela al eje de las abscisas. En la figura 2 se representan las gráficas de las velocidades de ambos movimientos. Observe en la figura que las gráficas son dos líneas rectas paralelas al eje de las abscisas. La de mayor altura corresponde al movimiento con mayor velocidad.

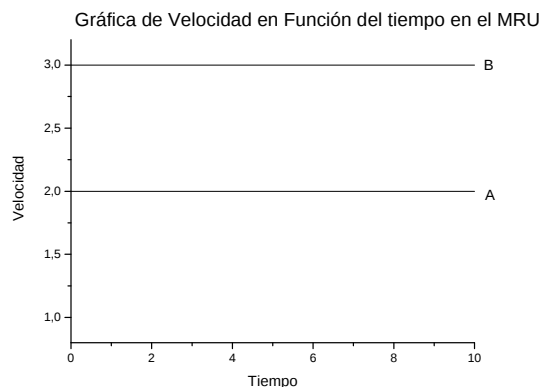


Figura 2

Hasta ahora se ha utilizado indistintamente los términos posición y distancia cuyo significado no es el mismo. El término posición corresponde al lugar donde un objeto se encuentra con respecto a un sistema de referencia y la distancia corresponde la longitud que existe entre dos posiciones. En general la ecuación para el MRU está dada por:

$$x = x_0 + v t \quad 1$$

Donde: x representa la posición del cuerpo al instante t . A esta posición se le conoce con el nombre de posición final; x_0 representa la posición del cuerpo al instante de accionar el cronómetro. A esta posición se le conoce como posición inicial; v representa la velocidad del cuerpo y es constante para todo el movimiento y t representa el tiempo final. La posición inicial representa la posición que tiene el cuerpo en el momento en que comienza su movimiento. No necesariamente el cuerpo debe estar en el origen del sistema o punto de referencia, puede estar ubicado en una posición fuera del origen. La posición puede adquirir valores positivos o negativos. Si es positiva, el cuerpo se encontrará a la derecha del origen y si es negativa, se encontrará a la izquierda del mismo, suponiendo que el cuerpo se mueve horizontalmente. De igual forma, el desplazamiento puede ser positivo si el cuerpo se mueve de izquierda a derecha y negativo si se mueve en sentido contrario. Así, el signo de la velocidad indica la dirección del movimiento. Según la ecuación 1, el número de variables que se emplean en el MRU es de 4 y el número de ecuaciones es de 1, por lo que tres variables serían independientes u sólo una sería dependiente de las demás.

MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE ACELERADO

Un tipo particular de movimiento es aquel en el cual un cuerpo se desplaza en línea recta y su velocidad cambia de una manera constante; es decir, la velocidad cambia en cantidades

iguales para iguales intervalos de tiempo. Sin embargo, la distancia recorrida varía para idénticos intervalos de tiempo, ya que la velocidad del cuerpo cambia de un punto a otro. Al cociente que resulta de dividir el cambio de velocidad sobre el intervalo de tiempo utilizado, se le conoce con el nombre de aceleración promedio. Cuando la aceleración promedio es idéntica para cualquier intervalo de tiempo, se dice que el movimiento es uniformemente acelerado. En este caso la velocidad cambia uniformemente y se establece que la aceleración es constante. Matemáticamente la ecuación que calcula la aceleración con la que se mueve un cuerpo, está dada por:

$$a = \frac{v - v_0}{t} \quad 2$$

La ecuación más general para un movimiento en el cual la aceleración es constante, se expresa en la siguiente ecuación:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{a t^2}{2} \quad 3$$

donde x_0 y v_0 representan la posición y la velocidad del cuerpo en el instante de accionar el cronómetro. A estos términos se les conoce con el nombre de posición y velocidad inicial, respectivamente. La variable t es el tiempo que utiliza el cuerpo para alcanzar la posición final x . La letra a representa la aceleración experimentada por el cuerpo en su movimiento. Esta aceleración es constante, ya que es lo que caracteriza a este tipo de movimientos. La posición puede adquirir valores positivos o negativos. Si es positiva, el cuerpo se encontrará a la derecha del origen y si es negativa, se encontrará a la izquierda del mismo, suponiendo que el cuerpo se mueve horizontalmente. De igual forma, el desplazamiento puede ser positivo si el cuerpo se mueve de izquierda a derecha y negativo si se mueve en sentido contrario. Así, el signo de la velocidad indica la dirección del movimiento. Si la aceleración es positiva, la velocidad aumentará y disminuirá la velocidad si la aceleración es negativa.

Despejando el tiempo en la ecuación 2 y sustituyéndolo en la ecuación 3, se tiene que la posición final es igual a:

$$x = x_0 + \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \quad 4$$

Vemos en esta ecuación que la posición final no dependerá del tiempo, sino de la velocidad final, de la velocidad inicial, de la aceleración y de la posición inicial.

Si definimos a la velocidad promedio como la mitad de la suma de la velocidad final más la inicial, se tiene:

$$\bar{v} = \frac{v + v_0}{2} \quad 5$$

Por lo que sustituyendo la ecuación 2 y la 5 en la ecuación 4, se concluye que:

$$x = x_0 + \bar{v}t \quad 6$$

Para este movimiento, el número de variables que se emplean es de 6 de las cuales 4 cuatro son independientes y sólo 2 son dependientes. Los valores de las variables dependientes pueden ser calculados por medio de las ecuaciones 2, 3, 4, 5 y 6. Así, el número de problemas diferentes que se pueden plantear es de 15, ya que son las combinaciones de 6 elementos tomados de 4 en 4. Observe que el MRU es parte del MRUA, ya que es un movimiento con aceleración igual a cero.

TIRO VERTICAL Y CAÍDA LIBRE

El tiro vertical y la caída libre es parte del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado. La única diferencia consiste en que la aceleración con la que se mueve un cuerpo es con la aceleración de la gravedad y su trayectoria es una línea vertical. De este modo, las ecuaciones para este tipo de movimientos son las mismas con la diferencia de que la aceleración es la de la gravedad, es decir:

$$y = y_0 + v_0 t + g t^2 / 2 \quad 7$$

$$y = y_0 + \frac{v^2 - v_0^2}{2g} \quad 8$$

$$v = v_0 + g t \quad 9$$

$$\bar{v} = \frac{v + v_0}{2} \quad 10$$

$$y = y_0 + \bar{v}t \quad 11$$

Por convención vamos a considerar que si el cuerpo sube, la velocidad es positiva y si baja, será negativa. Si el cuerpo se encuentra arriba de la superficie, la posición será positiva y negativa en caso contrario. De esta forma, la aceleración de la gravedad tendrá el valor de

-9.8 m/s^2 . Este valor nos indica que cuando el cuerpo suba, la velocidad disminuirá y cuando baje, aumentará. y_0 y v_0 , es la posición y la velocidad inicial al instante de activarse el cronómetro. y y v es la posición y la velocidad del cuerpo al instante t y se les conoce como posición y velocidad final. $\bar{v}$ es la velocidad promedio.

TIRO PARABÓLICO

La trayectoria seguida por un proyectil sin considerar la presencia del aire, es parabólica. El tiro parabólico es un movimiento compuesto por un movimiento horizontal y otro vertical. La velocidad en la dirección horizontal es constante, por lo que el movimiento en esta dirección puede ser descrito completamente por la ecuación correspondiente al Movimiento Rectilíneo Uniforme. Para la posición horizontal del proyectil, se tiene:

$$x = x_0 + v_x t \quad 12$$

donde: x_0 es la posición horizontal del cuerpo al instante t_0 , a esta posición se le conoce con el nombre de posición horizontal inicial; x es la posición horizontal del cuerpo al instante t y se le conoce como posición horizontal final; v_x es la velocidad del proyectil en la dirección horizontal, la cuál se considera constante.

Asimismo, la velocidad del cuerpo en la dirección horizontal, se puede calcular por medio de la siguiente ecuación:

$$v_x = v_0 \cos \theta_0 \quad 13$$

Donde: v_0 y θ_0 son la rapidez y el ángulo inicial con el que es disparado el proyectil, respectivamente.

De igual forma, en la dirección vertical, el movimiento del proyectil es con aceleración de la gravedad, por lo que su posición y su velocidad pueden ser descritos a través de las ecuaciones correspondientes al Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado. Así, las ecuaciones para la posición vertical del cuerpo son:

$$t = \frac{v_y - v_{0y}}{g} \quad 14$$

$$y = y_0 + v_{y0} t + g t^2 / 2 \quad 15$$

$$y = y_0 + (v_y^2 - v_{y0}^2) / 2g \quad 16$$

$$y = y_0 + \bar{v} t \quad 17$$

$$\bar{v} = \frac{v_y + v_{0y}}{2} \quad 18$$

donde: y_0 es la posición vertical del cuerpo al instante de accionar el cronómetro, a esta posición se le conoce con el nombre de posición vertical inicial; y es la posición vertical del proyectil al instante t y se le conoce con el nombre de posición vertical final; v_{y_0} es la velocidad vertical del objeto al instante de accionar el cronómetro y se le conoce como velocidad vertical inicial; v_y es la velocidad vertical del proyectil al instante t y se le conoce como velocidad vertical final. Finalmente, g es la aceleración de la gravedad.

La velocidad vertical inicial está dada por la siguiente relación:

$$v_{y_0} = v_0 \sen \theta_0 \quad 19$$

donde: v_0 y θ_0 son la rapidez y el ángulo inicial con el que es disparado el proyectil, respectivamente.

La velocidad vertical final puede ser calculada por medio de la ecuación:

$$v_y = v \sen \theta \quad 20$$

donde: v y θ son la rapidez y el ángulo con el que se desplaza el proyectil al instante t . De igual forma esta velocidad está expresada en función del tiempo a través de la siguiente igualdad:

$$v_y = v_0 \sen \theta_0 + g t \quad 21$$

Por medio de esta ecuación podremos calcular la velocidad del proyectil en la dirección vertical con sólo conocer el tiempo de vuelo, al igual que la rapidez y ángulo inicial.

La rapidez v_0 del proyectil al instante de accionar el cronómetro o rapidez inicial es igual a la magnitud de la velocidad inicial, es decir:

$$v_0 = \sqrt{v_x^2 + v_{y_0}^2} \quad 22$$

y el ángulo θ_0 que forma la velocidad inicial con la horizontal en dicho instante está dado por:

$$\tan \theta_0 = \frac{v_{y_0}}{v_x} \quad 23$$

La rapidez v del proyectil al instante t o rapidez final es igual a la magnitud del vector velocidad, es decir:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad 24$$

y el ángulo θ que forma el vector velocidad con la horizontal en dicho instante está dado por:

$$\tan \theta = \frac{v_y}{v_x} \quad 25$$

El vector velocidad es tangente a la trayectoria de la partícula en todos sus puntos.

Las ecuaciones 13, 14, 15 y 19 determinan a x y a y en función del parámetro común t que es el tiempo de vuelo. Combinándolas y eliminando a t , obtenemos:

$$y = y_0 + (\tan \theta_0)(x - x_0) + \frac{g}{2(v_0 \cos \theta_0)^2} (x - x_0)^2 \quad 26$$

que relaciona a y con x , siendo la ecuación de la trayectoria del proyectil.

Como x_0, y_0, θ_0, v_0 y g son constantes, la ecuación anterior corresponde a la ecuación de una parábola. En consecuencia, la trayectoria de un proyectil es parabólica. Es prudente aclarar que en todo el desarrollo, hemos considerado que el valor de la aceleración de la gravedad es igual a $g = -9.8 \text{ m/s}^2$. El signo negativo nos indica que el movimiento del proyectil hacia arriba es desacelerado y hacia abajo es acelerado. Bajo estas circunstancias, toda parábola que describe el movimiento de un proyectil, tendrá su concavidad dirigida hacia abajo.

Para este movimiento, el número de variables que se encuentran involucradas es de 12, de las cuales 5 son independientes y el resto son dependientes, pudiéndose calcular sus valores por medio de las ecuaciones descritas anteriormente. El número de problemas diferentes que se pueden establecer, corresponde al conjunto de combinaciones de 12 elementos tomados de 5 en 5, dando un total de 792.

MOVIMIENTO CIRCULAR

El movimiento en un círculo o movimiento circular es el que efectúa un cuerpo al moverse en un círculo. Supongamos que dos cuerpos se encuentran inicialmente en un punto común. Dos segundos después uno de ellos está a 2 radianes y el otro se encuentra a 1 radián. Esto quiere decir que el primero gira más rápidamente que el segundo. O sea que el primero recorre un ángulo mayor que el segundo durante el mismo intervalo. El primer cuerpo recorre 1 rad/s y el segundo recorre 0.5 rad/s. Decimos que el primer cuerpo tiene una velocidad angular de 1 rad/s y el segundo de 0.5 rad/s. La velocidad angular ω se define como el ángulo recorrido entre el tiempo que tarda en recorrerlo. La velocidad angular es positiva si el cuerpo se mueve en sentido contrario a las manecillas del reloj, y negativa si lo hace en sentido contrario. El movimiento circular uniforme es aquel en que la velocidad angular ω es constante en todo instante.

La aceleración angular α es el cambio de velocidad angular entre el tiempo que tarda en cambiar. Si la velocidad angular cambia uniformemente, entonces:

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} \quad 27$$

Así, las ecuaciones para el movimiento angular uniformemente acelerado son:

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \alpha t^2 / 2 \quad 28$$

$$\theta = \theta_0 + \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\alpha} \quad 29$$

$$\theta = \theta_0 + \bar{\omega} t \quad 30$$

$$\theta = \theta_0 + \frac{\omega + \omega_0}{2} t \quad 31$$

donde: θ_0 y ω_0 es el desplazamiento y la velocidad angular al instante de accionar el cronómetro y se le conoce como desplazamiento y velocidad angular inicial; α es la aceleración angular y es uniforme para cada instante y, finalmente, θ es el desplazamiento angular al tiempo t y se le conoce como desplazamiento angular final. Estas ecuaciones son análogas a las del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.

Cuando una rueda de radio r gira sobre su propio eje, un punto en el borde de la rueda se puede describir en términos de su posición final, de su rapidez tangencial, y de su aceleración tangencial. Estas cantidades están relacionadas con el desplazamiento angular final θ , con la velocidad angular final ω y con la aceleración angular α , que describen la rotación de la rueda a través de las siguientes ecuaciones:

$$x = \theta r \quad 32$$

$$v = \omega r \quad 33$$

Y

$$a_t = \alpha r \quad 34$$

Con θ , ω y α medidos en radianes.

La aceleración centrípeta es debido a que la dirección de la velocidad está cambiando continuamente. Este cambio en la velocidad da origen a una aceleración llamada aceleración centrípeta, que va dirigida hacia el centro del círculo y su valor está dado por:

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

35

Para este movimiento, el número de variables que se encuentran involucradas es de 10, de las cuales 5 son independientes y el resto son dependientes, calculando sus valores por medio de las ecuaciones descritas anteriormente. El número de problemas diferentes que se pueden establecer, corresponde al conjunto de combinaciones de 10 elementos tomados de 5 en 5, dando un total de 252.

RESULTADOS

La figura siguiente muestra la ventana del sistema como resultado del proyecto. La ventana contiene las diferentes opciones con las que cuenta el sistema. Las opciones corresponden con el Movimiento Rectilíneo Uniforme, Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado, Movimiento Circular y Tiro Parabólico. Cada una de las opciones tiene como objetivo resolver problemas relacionados con el tema correspondiente. Para resolver un problema específico, el usuario debe introducir el valor de un número mínimo de variables que son independientes, es decir, un número mínimo de variables con las cuales pueda ser posible obtener el valor de las variables restantes. Cada sistema indica el número mínimo de datos que se requieren para resolver un problema.



Figura 3

servirán como variables independientes y en las etiquetas sólo se desplegarán resultados. Como se puede observar en la figura, las cajas de opciones pueden ser escogidas dependiendo de las variables que se tienen como datos y de las que se tienen como incógnitas. Para ello, se han colocado a un lado de cada caja de texto, una caja de opciones que permita indicar al sistema que son variables que sirven como datos. Al marcarlas se estarán identificando como variables independientes y las que no estén marcadas se considerarán como variables dependientes a las cuales se les asignarán los valores obtenidos, por medio de las variables independientes y las ecuaciones correspondientes

para cada tema. La figura 4 muestra la ventana para el Movimiento Rectilíneo Uniforme y el Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado. En ella aparecen seis cajas de opción, seis cajas de texto y tres cajas de etiquetas. En las cajas de texto se pueden escribir los valores de las variables de los datos que proporcione el problema respectivo. Para que un problema sea resuelto, es necesario y suficiente marcar sólo cuatro opciones. Si se marcan más o menos opciones, el sistema no resolverá algún problema. De esta forma, de las seis opciones que se tienen, sólo cuatro son independientes y dos son dependientes. Las etiquetas que se presentan en la ventana sirven para desplegar resultados que no son únicos, sino que tienen más de una respuesta, por lo que las etiquetas son utilizadas sólo para desplegar resultados y no sirven para introducir datos. Sólo se podrán introducir datos en las cajas de texto que están asociadas con las cajas de opciones. Con los datos introducidos el sistema desplegará los resultados correspondientes. El usuario podrá escoger cualquier conjunto de 4 variables independientes para obtener los valores de las dos variables dependientes respectivas. El número de combinaciones de seis elementos tomados de cuatro en cuatro es igual a 15. Así, el número mínimo de problemas

Figura 4

diferentes de seis variables tomando cuatro incógnitas es igual a 15. A manera de ejemplo, suponga que se tienen como datos la posición inicial, la posición final, la velocidad inicial y la aceleración con la que se moverá un objeto. Estos datos pueden corresponder con el movimiento de un cuerpo en tiro vertical. La velocidad inicial es la velocidad con la que se lanza el objeto hacia arriba, la aceleración es la aceleración con la que se moverá el cuerpo, la posición inicial es igual a la posición en la que se lanza el cuerpo y la posición final es la posición que tiene el cuerpo para un tiempo determinado. Al hacer click sobre el botón **Resolver** el sistema desplegará la velocidad final y el tiempo que tarda en llegar a la posición final alcanzada. Observe que existen dos tiempos ya que para esa posición final se

tienen dos velocidades. En este caso las dos velocidades son iguales excepto por el signo, ya que uno indica que el cuerpo va en cierta dirección y el otro en dirección contraria. En este caso la velocidad positiva indica que el cuerpo va hacia arriba y la velocidad negativa nos dice que el cuerpo se desplaza hacia abajo. El usuario podrá comprobar este resultado haciendo uso de la ecuación 9. De esta forma, si un cuerpo es lanzado con una velocidad de 30 m/s, con una posición inicial de 100 m por arriba del suelo, se mueve con una aceleración de -9.8 m/s^2 y se quiere saber en qué instantes se encontrará en una posición de 130 m, se tiene que incluir estos datos en las cajas de texto correspondientes y además

The screenshot shows a window titled "MRU y MRUA" with the following fields and values:

Variable	Value
Posición Final	130
Posición Inicial	100
Velocidad Final 1	17.66
Velocidad Final 2	-17.66
Velocidad Inicial 1	30
Velocidad Inicial 2	
Aceleración	-9.8
Tiempo 1	1.26
Tiempo 2	4.86

Below the fields, there is a link "Elija sólo 4 opciones" and two buttons: "Resolver" and "Regresar".

Figura 5

señalarlos con las cajas de opción. Haciendo click en el botón **Resolver**, observamos que los tiempos para los cuales se encuentra en esa posición son: 1.26 y 4.86 segundos y la velocidades para esos instantes y esa posición son: 17.66 y -17.66 metros en cada segundo.

Los tiempos se obtuvieron utilizando la ecuación 7, que es una ecuación de segundo grado, por lo que se obtienen estos dos resultados. Cabe aclarar que no siempre se obtienen tiempos que sean reales, por lo que el sistema indicará esta situación. Incluso podrá indicar que el problema no tiene solución si los datos no concuerdan con una situación real dados los datos del problema. Observe la figura 5.

La siguiente figura muestra una situación en la que los datos no concuerdan con una situación real. Una situación que no sea real puede ser aquella en la que la altura que alcanza no concuerda con la velocidad con la que es lanzado el objeto. Un cuerpo no puede alcanzar cualquier altura dada la velocidad con la que es lanzado. Así, si introducimos una altura a la que no pueda llegar, entonces la ecuación 7 no tiene solución porque al resolverla

se observaría que las raíces no son reales y, al no ser reales, se obtienen resultados complejos.

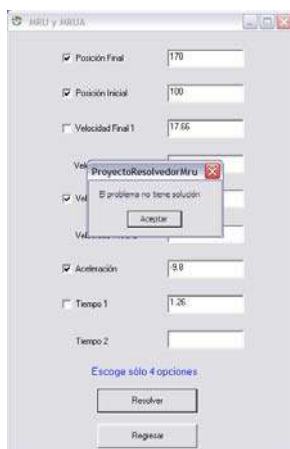


Figura 6

Como se puede apreciar en la figura, un objeto que es lanzado con una velocidad de 30 m/s, desde una altura de 100 metros y una aceleración de -9.8 m/s^2 , no puede alcanzar una altura de 170 metros. Lo máximo que puede alcanzar es una altura de 145.95 metros. Más allá de esa altura, los resultados no pueden ser reales. En este caso el sistema indicará que el problema no tiene solución.

También puede suceder que el sistema proporcione un solo tiempo y, por consiguiente, una sola velocidad final. Si introducimos una posición inicial de 100 metros de altura, una velocidad inicial de 30 m/s, una aceleración de -9.8 m/s^2 y una posición final de 50 metros, se observa que el sistema proporciona un tiempo de 7.49 segundos y una velocidad final de -43.36 m/s . Para esta situación, sólo se tiene un tiempo ya que el otro tiempo es negativo y no correspondería con la realidad. Así, en este caso, no se tienen dos tiempos diferentes para una misma posición final.

Figura 7

Al activar la opción Movimiento Circular (MC) aparecerá una ventana como la mostrada en la figura 8. En ella se presentan 10 cajas de texto con sus respectivos cuadros de opción y cuatro etiquetas que son utilizadas para incluir algunos resultados que no sean únicos. En estas etiquetas no es posible escribir valores que sirvan para resolver algún problema.

Para resolver un problema particular se requiere introducir los datos de sólo 5 variables y marcarlas con las cajas de opción. El resto de las variables serán llenadas con datos que calcule el sistema usando las variables independientes y las ecuaciones

Figura 8

relacionadas con el movimiento circular. Las variables que maneja el sistema son: desplazamiento angular final, desplazamiento angular inicial, velocidad angular final, velocidad angular inicial, aceleración angular, tiempo, radio del círculo, posición final, velocidad tangencial, aceleración tangencial y aceleración centrípeta. Está última no admite datos, sólo despliega los resultados que se obtienen haciendo uso de las variables

restantes. Como se puede ver, el programa maneja 10 variables, de las cuales 5 son independientes. Al formar las combinaciones de 10 elementos tomados de 5 en 5, se tienen 252 combinaciones, es decir, al menos se pueden tener 252 problemas diferentes. Para que un problema pueda ser resuelto, dentro de las variables independientes, es necesario marcar al menos una que se encuentre en cada lado de las variables. Si no existe alguna variable independiente que no esté marcada en cualquiera de los dos lados, el problema no tendrá solución a pesar de que estén marcadas 5 variables. A manera de ejemplo, suponga que un objeto se mueve en una trayectoria circular con un desplazamiento angular inicial igual a 0, un desplazamiento angular final igual a 100 radianes, una velocidad angular inicial de 0 radianes en cada segundo, un tiempo de 4 segundos y, finalmente, un radio de 0.1 metros. Al hacer click sobre el botón de comando **Resolver** se observa que el sistema mostrará que la velocidad angular final del cuerpo es de 50 radianes en cada segundo, la aceleración es de 12.5 m/s^2 , la posición final, si fuera una rueda, sería de 10 metros, la velocidad tangencial es de 5 m/s, la aceleración tangencial es de 1.25 m/s^2 y la aceleración centrípeta es de 250 m/s^2 . Se debe aclarar que de los datos que se introdujeron, al menos uno se encuentra en cada lado de la línea vertical que divide al conjunto de variables. El sistema no tiene solución si todos los datos se encuentran en un solo lado. La siguiente figura muestra los resultados obtenidos al correr el programa.

Figura 9

Si se cambian los datos por un desplazamiento final de 100 radianes, un desplazamiento inicial de 0 radianes, una velocidad inicial de 30 radianes en cada segundo, una aceleración angular de -2 rad/s^2 y un radio de 0.1 m. Al hacer click sobre el botón de comando **Resolver**, se observa que existen dos tiempos y dos velocidades finales para las cuales el desplazamiento angular es de 100 radianes. Los tiempos son iguales a 3.82 y 26.18 segundos y sus respectivas velocidades angulares finales son iguales a 22.36 y -22.36

radianes por segundo. La velocidad angular final negativa significa que el movimiento se ha invertido. Los datos nos indican que el objeto empieza a moverse con una velocidad angular inicial de 30 rad/s con una aceleración angular de -2 rad/s^2 . Después de cierto tiempo, el objeto se detiene y después invierte su movimiento. Al cabo de 26.18 segundos el objeto alcanza su misma velocidad solo que en dirección contraria. En ese instante el desplazamiento angular del cuerpo es de 100 radianes. De igual forma, la posición del cuerpo es de 10 metros, la velocidad tangencial es de 2.24 m/s , la aceleración tangencial es de -0.2 m/s^2 y, finalmente, la aceleración centrípeta es de 50 m/s^2 . La figura 10 muestra estos resultados.

Movimiento Circular en un Plano

☒ Desplazamiento Angular Final	100	☒ Radio	0.1
☒ Desplazamiento Angular Inicial	0	☐ Distancia	10.00
☐ Velocidad Angular Final 1	22.36	☐ Velocidad Tangencial	2.24
Velocidad Angular Final 2	22.36	☐ Aceleración Tangencial	0.20
☒ Velocidad Angular Inicial 1	30	Aceleración Centrípeta	50.00
Velocidad Angular Inicial 2			
☒ Aceleración Angular	-2		
☐ Tiempo 1	3.82		
Tiempo 2	26.18		

Para resolver un problema,
Escoja solo 5 opciones

Resolver

Regresar

Figura 10

Al activar la opción Tiro Parabólico aparecerá una ventana como la mostrada en la figura 11. En ella se presentan 12 cajas de texto con sus respectivos cuadros de opción y 6 etiquetas que son utilizadas para incluir algunos resultados que no sean únicos. En estas etiquetas no es posible escribir valores que sirvan para resolver algún problema.

Tiro Parabólico

☐ X0	0	☐ Tiempo 1	0	Tiempo 2	0
☐ Y0	0	☐ X1	0	X2	0
☐ V0	0	☐ V1	0	V2	0
☐ Angulo Inicial	0	☐ V1	0	V2	0
☐ Vx	0	☐ Angulo Final 1	0	Angulo Final 2	0
☐ Vy0	0	☐ Vy1	0	Vy2	0

Regresar

Resolver

Para resolver un problema, escoja
solo 5 opciones

Figura 11

Para resolver un problema particular se requiere introducir los datos de sólo 5 variables y marcarlas con las cajas de opción. El resto de las variables serán llenadas con datos que calcule el sistema usando las variables independientes y las ecuaciones relacionadas con el Tiro Parabólico. Las variables que maneja el sistema son: posición horizontal inicial, posición vertical inicial, rapidez inicial, ángulo o dirección inicial, velocidad horizontal, velocidad inicial vertical, tiempo 1, posición horizontal final, posición vertical final, rapidez final, ángulo o dirección final y velocidad vertical final. Las variables tiempo 2, posición horizontal final 2, posición vertical final 2, rapidez final 2, ángulo o dirección final 2 y velocidad vertical final 2, son variables a las cuales no se les puede introducir datos, sólo sirven para desplegar resultados.

A manera de ejemplo, supongamos que la posición horizontal inicial es igual a 0, la posición vertical inicial es de 100 m, la velocidad inicial es de 40 m/s, la dirección o ángulo inicial es igual a 60 grados y, finalmente, el tiempo de movimiento es de 2 segundos. El sistema desplegará como resultado una velocidad horizontal de 20 m/s, una velocidad vertical inicial de 34.64 m/s, una posición horizontal final de 40 metros, una posición vertical final de 149.66 metros, una rapidez final de 25.01 m/s, un ángulo o dirección final de 36.91 grados y una velocidad vertical final de 15.02 m/s. En este caso no se desplegarán valores en el resto de las variables porque no existen datos diferentes para un mismo tiempo.

Si ahora introducimos como dato a la posición vertical final en lugar del tiempo y le asignamos un valor de 120 metros, encontramos que existen dos tiempos y dos velocidades finales diferentes para una misma posición vertical final. Para este caso se tiene que los tiempos para los cuales el cuerpo alcanza una posición vertical final son de 0.63 y 6.43 segundos, y las velocidades verticales finales son de 28.42 y -28.42 m/s. Ambas velocidades son iguales, con la diferencia de que el signo nos indica que las direcciones de los movimientos son contrarias. También observe que las rapidezces finales son iguales para esta posición, al igual que los ángulos finales que forma la trayectoria con la horizontal, con la diferencia de que una dirección es positiva y la otra negativa. El sistema también despliega las posiciones horizontales finales y son iguales a 12.69 y 128.56 metros. Estos resultados pueden ser obtenidos haciendo uso de las ecuaciones relacionadas con el Tiro Parabólico. Observe la figura 12.

Si el usuario introduce valores cuyo problema no pueda ser resuelto, el sistema indicará esta situación. Por ejemplo, si la posición vertical final está fuera del rango para los cuales no corresponda con el resto de los datos, el sistema desplegará una ventana indicando que el problema no puede resolverse. Por ejemplo, si la posición vertical final que se introduzca es

Para resolver un problema, escoja solo 5 opciones

Figura 12

igual a 200 metros para una rapidez inicial de 40 m/s formando un ángulo de 60 grados, veríamos que el proyectil no podrá alcanzar esa altura. La máxima altura que pueda alcanzar es de 161.16 metros. Para una posición vertical final mayor a esa cantidad, el problema no puede resolverse y el sistema desplegará un aviso que el problema no tiene solución. La siguiente figura muestra esta situación.

El problema no tiene solución

Aceptar

Para resolver un problema, escoja solo 5 opciones

Figura 13

El número de problemas diferentes que se pueden generar con el sistema es igual al número de combinaciones de 12 elementos tomados de 5 en 5, los cuales corresponden a 792 combinaciones.

CONCLUSIONES:

El sistema:

1. Resuelve problemas relacionados con temas de la Cinemática como el Movimiento Rectilíneo Uniforme, el Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado, el Movimiento Circular y el Tiro Parabólico.
2. Puede ser utilizado para comprobar los resultados que se obtengan al resolver un problema relacionado con el tema de Cinemática.
3. Puede ser utilizado para la Educación a Distancia.
4. Sirve de apoyo a la labor docente y tutorial.

BIBLIOGRAFÍA:

1. Beltrán, V.; Braun, E. *Principios de Física*. Trillas. México, 1970.
2. Ceballos, F. J. *Enciclopedia de Visual Basic 4*. Alfaomega Grupo Editor. 1996.
3. Haaser, N. B.; LaSalle, J. P.; Sullivan, J. A. *Análisis Matemático, Curso de Introducción*. Trillas. México, 1977.
4. Resnick, R.; Halliday, D. *Física. Vol. I*. CECSA. México, 1980.
5. Sears, F. W.; Zemansky, M.; Young, H. D. *Física Universitaria*. Addison-Wesley Iberoamericana. 1988.
6. Wooton, W.; Beckenbach, E. F.; Fleming, F. J. *Geometría Analítica Moderna*. Publicaciones Cultural S.A. México. 1978.