Universidad Autónoma Chapingo
Dpto. de Preparatoria Agrícola
Área de Física

“Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado”

Noviembre del 2023

Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado

Un tipo particular de movimiento es aquel en el cual un cuerpo se desplaza en línea recta y su velocidad cambia de una manera constante.

Es decir, la velocidad cambia en cantidades iguales para iguales intervalos de tiempo.

Sin embargo, la distancia recorrida varía para idénticos intervalos de tiempo, ya que la velocidad del cuerpo cambia de un punto a otro.

Al cociente que resulta de dividir el cambio de velocidad sobre el intervalo de tiempo utilizado, se le conoce con el nombre de aceleración promedio.

Cuando la aceleración promedio es idéntica para cualquier intervalo de tiempo, se dice que el movimiento es uniformemente variado.

Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado

En este caso la velocidad cambia uniformemente y se establece que la aceleración es constante.

Matemáticamente la ecuación que calcula la aceleración con la que se mueve un cuerpo, está dada por:

$$a = \frac{v - v_0}{t}$$

Donde: a es la aceleración;

v es la velocidad al instante t ;

v_0 es la velocidad del cuerpo en el momento de accionar el cronómetro;

t es el tiempo que lleva moviéndose el cuerpo.

Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado

Es pertinente insistir en que, si este cociente es constante, independientemente de los valores de la velocidad inicial, de la velocidad final y del tiempo, entonces la aceleración es constante. Esto indica que, para iguales intervalos de tiempo, se tienen iguales intervalos o variaciones de velocidad.

Para aclarar más este concepto, supongamos que se tiene un cuerpo cuya velocidad cambia de acuerdo con los datos de la siguiente tabla:

Tiempo (s)	Velocidad (m/s)
0	5
1	8
2	11
3	14
4	17
5	20
6	23
7	26
8	29
9	32
10	35

Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado

Al hacer el cociente de la diferencia de un par de velocidades diferentes entre su respectiva diferencia de tiempo, se tendrá:

$$a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{17\ m/s - 5\ m/s}{4\ s} = \frac{12\ m/s}{4\ s} = 3\ m/s^2$$

$$a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{23\ m/s - 5\ m/s}{6\ s} = \frac{18\ m/s}{6\ s} = 3\ m/s^2$$

$$a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{20\ m/s - 5\ m/s}{5\ s} = \frac{15\ m/s}{5\ s} = 3\ m/s^2$$

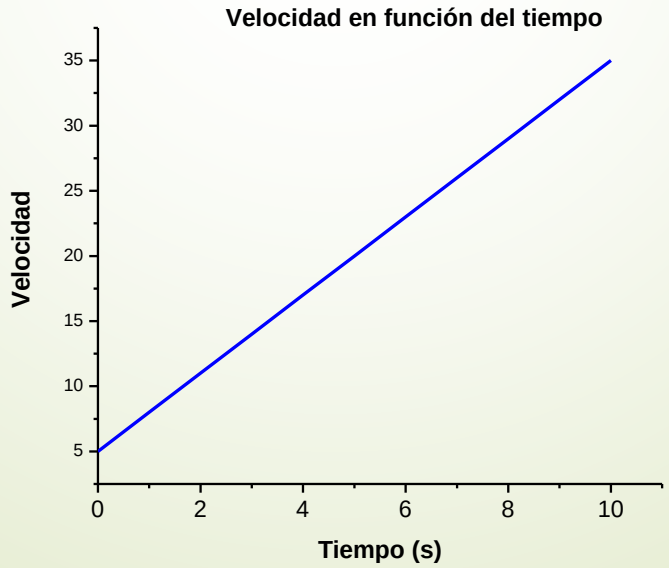
$$a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{26\ m/s - 5\ m/s}{7\ s} = \frac{21\ m/s}{7\ s} = 3\ m/s^2$$

$$a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{32\ m/s - 5\ m/s}{9\ s} = \frac{27\ m/s}{9\ s} = 3\ m/s^2$$

Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado

Vemos que en todas las divisiones el resultado es el mismo. Eso nos indica que la aceleración es constante. Es por ello que se dice que este tipo de movimientos se le conoce como movimiento rectilíneo uniformemente variado porque la velocidad cambia uniformemente.

De los datos podemos hacer una gráfica que relacione la velocidad del cuerpo en función del tiempo. La siguiente figura muestra esta dependencia.



Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado

Para obtener una ecuación que corresponda con los datos que relaciona la velocidad en función del tiempo, observamos que la velocidad que lleva el cuerpo al momento de accionar el cronómetro es de 5 m/s y que el cambio que experimenta la velocidad en cada segundo es de 3 m/s. en cada segundo, es decir, 3 m/s^2. En consecuencia, la ecuación para estos datos es igual a:

$$v = v_0 + a\,t = 5\frac{m}{s} + (3\ m/s^2)\,t$$

De esta forma, para cada instante vamos a tener su respectiva velocidad. Por ejemplo, para t=4 s, se tiene:

$$v = 5\frac{m}{s} + \left(3\frac{m}{s^2}\right)(4\ s) = 5\frac{m}{s} + 12\frac{m}{s} = 17\frac{m}{s}$$

Que corresponde con el valor en la tabla.

Ahora la pregunta que se establece es: ¿Cuál es la posición que tiene el cuerpo para cada instante?

Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado

Para contestar esta pregunta, se tiene que considerar la velocidad promedio que lleva el cuerpo en cada instante. Por ejemplo, si quisiera saber cuál es la velocidad promedio que llevaría el cuerpo a los 4 segundos de haber comenzado el movimiento, debemos sumar la velocidad inicial más la velocidad que lleva el cuerpo a los 4 segundos y esa suma dividirla entre dos, es decir:

$$v_m = \frac{v + v_0}{2} = \frac{17\,\frac{m}{s} + 5\,\frac{m}{s}}{2} = \frac{22\,\frac{m}{s}}{2} = 11\,\frac{m}{s}$$

Al multiplicar por 4 segundos que es el tiempo al cual se quiere conocer la posición, entonces se tiene:

$$x = v_m\, t = \left(11\,\frac{m}{s}\right)(4\ s) = 44\ m$$

Para un instante igual a 6 segundos, la velocidad media es igual a:

$$v_m = \frac{v + v_0}{2} = \frac{23\,\frac{m}{s} + 5\,\frac{m}{s}}{2} = \frac{28\,\frac{m}{s}}{2} = 14\,\frac{m}{s}$$

Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado

Por lo que la posición del cuerpo para 6 segundos es igual a:

$$x = v_m\, t = \left(14\frac{m}{s}\right)(6\ s) = 84\ m$$

Para un instante igual a 9 segundos, la velocidad media es igual a:

$$v_m = \frac{v + v_0}{2} = \frac{32\frac{m}{s} + 5\frac{m}{s}}{2} = \frac{37\frac{m}{s}}{2} = 18.5\frac{m}{s}$$

Por lo que la posición del cuerpo para 9 segundos es igual a:

$$x = v_m\, t = \left(18.5\frac{m}{s}\right)(9\ s) = 166.5\ m$$

Vemos que en general, la posición de un cuerpo se puede calcular por medio de la velocidad promedio y el tiempo, es decir:

$$x = v_m\, t = \left(\frac{v + v_0}{2}\right) t$$

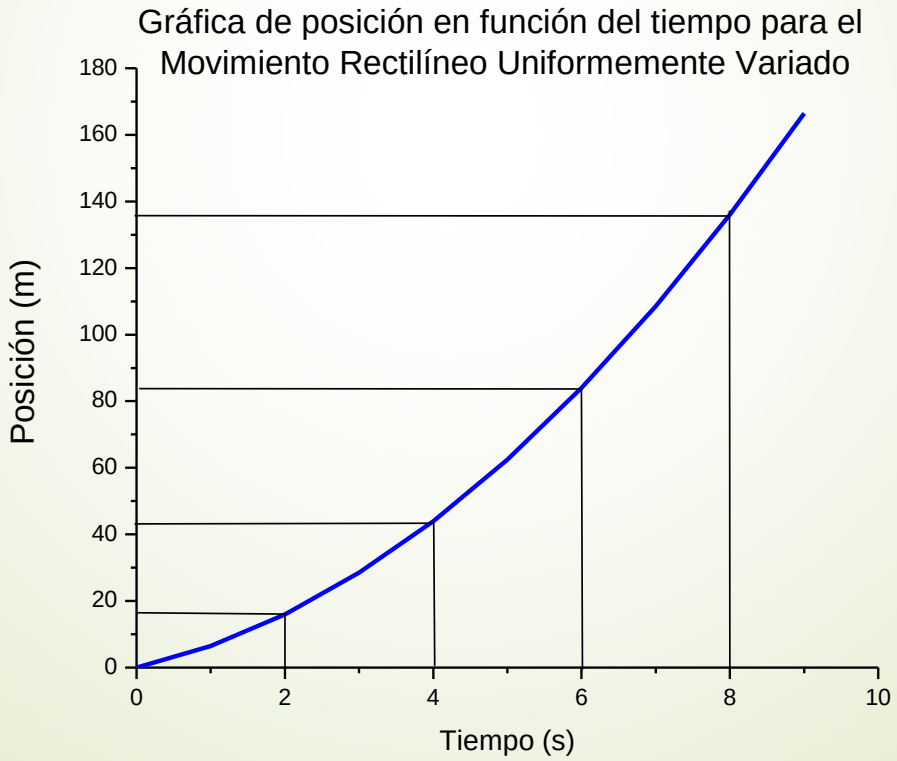
Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado

Al hacer una tabla que relaciona la posición del cuerpo en función del tiempo para la velocidad inicial, la velocidad final y el tiempo, se tiene:

t(s)	x(m)
0	0
1	6.5
2	16
3	28.5
4	44
5	62.5
6	84
7	108.5
8	136
9	166.5
10	200

Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado

La figura siguiente muestra la gráfica de la posición del cuerpo en función del tiempo:



Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado

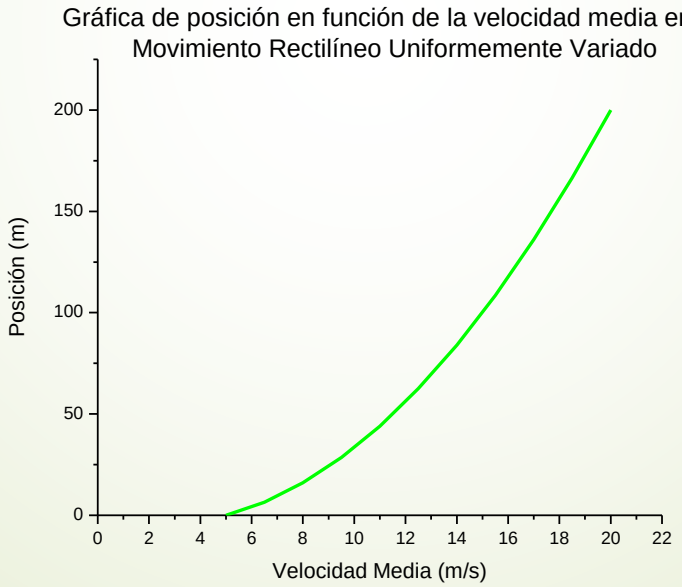
Vemos en la figura que es una línea curva conocida como parábola, la cual corresponde con una ecuación de segundo grado.

Esto indica que la posición del cuerpo depende del cuadrado del tiempo

Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado

Vemos en la figura que es una línea curva conocida como parábola, la cual corresponde con una ecuación de segundo grado.

Esto indica que la posición del cuerpo depende del cuadrado del tiempo



Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado

Como la velocidad final se puede calcular en función de su aceleración, es decir:

$$v = v_0 + a\,t$$

Sustituyendo la ecuación que calcula la velocidad final en la ecuación para calcular la posición, tenemos:

$$x = v_m\,t = \left(\frac{v + v_0}{2}\right)\,t = \left(\frac{v_0 + a\,t + v_0}{2}\right)t = v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

Como la velocidad inicial se puede calcular en función de su aceleración, es decir:

$$v_0 = v - at$$

Sustituyendo la ecuación que calcula la velocidad inicial en la ecuación para calcular la posición, tenemos:

$$x = v_m\,t = \left(\frac{v + v_0}{2}\right)\,t = \left(\frac{v + v - a\,t}{2}\right)t = v\,t - \frac{at^2}{2}$$

Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado

Como el tiempo se puede expresar en función de las velocidades y de la aceleración, se tiene:

$$t = \frac{v - v_0}{a}$$

Sustituyendo la ecuación que calcula la velocidad final en la ecuación para calcular la posición, tenemos:

$$x = \left(\frac{v + v_0}{2}\right)\left(\frac{v - v_0}{a}\right) = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$

Se utilizó la relación del producto de los conjugados es igual a la diferencia de los cuadrados.

Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado

Agrupando todas las ecuaciones que calculan la posición de un cuerpo en un movimiento rectilíneo uniformemente variado, se tiene:

$$a = \frac{v - v_0}{t} \qquad v_m = \frac{v + v_0}{2}$$

$$x = x_0 + v_m t = x_0 + \left(\frac{v + v_0}{2}\right) t \qquad x = x_0 + v_0\, t + \frac{a t^2}{2}$$

$$x = x_0 + vt - a\, t^2/2 \qquad x = x_0 + \left(\frac{v^2 - v_0^2}{2a}\right)$$

Donde: x Es la posición del cuerpo al instante t, x_0 Es la posición inicial,

v Es la velocidad del cuerpo al instante t, v_0 Es la velocidad inicial,

a Es la aceleración y t Es el tiempo de movimiento.

Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado

Ejemplo 1:

Encuentre la posición final y la aceleración con la que se mueve un cuerpo si su velocidad inicial es de 5 m/s y alcanza una velocidad de 30 m/s en un tiempo de 10 segundos.

Solución:

$$v_m = \frac{v + v_0}{2} = \frac{30\,\frac{m}{s} + 5\,\frac{m}{s}}{2} = \frac{35\,\frac{m}{s}}{2} = 17.5\,\frac{m}{s}$$

El valor de la velocidad media es de 17.5 m/s.

$$x = x_0 + v_m\, t = 0 + \left(17.5\,\frac{m}{s}\right)(10\ s) = 175\ m$$

La posición del cuerpo es de 175 m a la derecha del origen.

Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado

Ejemplo 1:

Encuentre la posición final y la aceleración con la que se mueve un cuerpo si su velocidad inicial es de 5 m/s y alcanza una velocidad de 30 m/s en un tiempo de 10 segundos.

Solución:

$$a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{30\,\frac{m}{s} - 5\,m/s}{10\,s} = \frac{25\,\frac{m}{s}}{10\,s} = 2.5\ m/s^2$$

El valor de la aceleración significa que cada segundo aumenta la velocidad 2.5 m/s.

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} = 0 + (5\ m/s)(10\,s) + \frac{\left(2.5\,\frac{m}{s^2}\right)(10\,s)^2}{2} = 50\,m + 125\,m = 175\,m$$

La posición del cuerpo es de 175 m a la derecha del origen.

Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado

Ejercicio 1:

Encuentre la posición final y la aceleración con la que se mueve un cuerpo si su velocidad inicial es de 10 m/s y alcanza una velocidad de 20 m/s en un tiempo de 10 segundos.

Solución:

$$v_m = \frac{v + v_0}{2} = \frac{20\frac{m}{s} + 10\frac{m}{s}}{2} = \frac{30\frac{m}{s}}{2} = 15\frac{m}{s}$$

El valor de la velocidad media es de 15 m/s.

$$x = x_0 + v_m\, t = 0 + \left(15\frac{m}{s}\right)(10\ s) = 150\ m$$

La posición del cuerpo es de 150 m a la derecha del origen.

Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado

Ejercicio 1:

Encuentre la posición final y la aceleración con la que se mueve un cuerpo si su velocidad inicial es de 10 m/s y alcanza una velocidad de 20 m/s en un tiempo de 10 segundos.

Solución:

$$a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{20\,\frac{m}{s} - 10\,m/s}{10\,s} = \frac{10\,\frac{m}{s}}{10\,s} = 1.0\,m/s^2$$

El valor de la aceleración significa que en cada segundo aumenta la velocidad 1.0 m/s.

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} = 0 + (10\ m/s)(10\,s) + \frac{\left(1.0\,\frac{m}{s^2}\right)(10\,s)^2}{2} = 100\,m + 50\,m = 150\,m$$

La posición del cuerpo es de 150 m a la derecha del origen.

Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado

Ejemplo 2:

Encuentre la posición final y la velocidad con la que se mueve un cuerpo en un tiempo de 5 segundos si su aceleración es de 2 m/s^2 y su velocidad inicial es de 5 m/s.

Solución:

Utilizando la ecuación que calcula la velocidad de un cuerpo dada la aceleración, la velocidad inicial y el tiempo, se tiene:

$$v = v_0 + at = 5\frac{m}{s} + \left(2\frac{m}{s^2}\right)(5\ s) = 5\frac{m}{s} + 10\frac{m}{s} = 15\ m/s$$

Utilizando la ecuación que calcula la posición de un cuerpo dada la aceleración, la velocidad inicial y el tiempo, se tiene:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} = 0 + (5\,m/s)(5\ s) + \frac{\left(2.0\frac{m}{s^2}\right)(5\ s)^2}{2} = 25\ m + 25\ m = 50\ m$$

La posición del cuerpo es de 50 m a la derecha del origen.

Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado

Ejercicio 2:

Encuentre la posición final y la velocidad con la que se mueve un cuerpo en un tiempo de 7 segundos si su aceleración es de 3 m/s^2 y su velocidad inicial es de 15 m/s.

Solución:

Utilizando la ecuación que calcula la velocidad de un cuerpo dada la aceleración, la velocidad inicial y el tiempo, se tiene:

$$v = v_0 + at = 15\frac{m}{s} + \left(3\frac{m}{s^2}\right)(7\ s) = 15\frac{m}{s} + 21\frac{m}{s} = 36\ m/s$$

Utilizando la ecuación que calcula la posición de un cuerpo dada la aceleración, la velocidad inicial y el tiempo, se tiene:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} = 0 + (15\ m/s)(7\ s) + \frac{\left(3.0\frac{m}{s^2}\right)(7\ s)^2}{2} = 105\ m + 73.5\ m = 178.5\ m$$

La posición del cuerpo es de 178.5 m a la derecha del origen.

Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado

Ejemplo 3:

Encuentre la posición final y la velocidad con la que se mueve un cuerpo en un tiempo de 5 segundos si su aceleración es de 2 m/s^2 y su velocidad inicial es de 5 m/s.

Solución:

Utilizando la ecuación que calcula la velocidad de un cuerpo dada la aceleración, la velocidad inicial y el tiempo, se tiene:

$$v = v_0 + at = 5\frac{m}{s} + \left(2\frac{m}{s^2}\right)(5\ s) = 5\frac{m}{s} + 10\frac{m}{s} = 15\ m/s$$

Utilizando la ecuación que calcula la velocidad de un cuerpo dada la aceleración, la velocidad inicial y el tiempo, se tiene:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} = 0 + (5\,m/s)(5\ s) + \frac{\left(2.0\frac{m}{s^2}\right)(5\ s)^2}{2} = 25\ m + 25\ m = 50\ m$$

La posición del cuerpo es de 50 m a la derecha del origen.

Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado

Ejercicio 3:

Encuentre la posición final y la velocidad con la que se mueve un cuerpo en un tiempo de 4 segundos si su aceleración es de 4 m/s^2 y su velocidad inicial es de 15 m/s.

Solución:

Utilizando la ecuación que calcula la velocidad de un cuerpo dada la aceleración, la velocidad inicial y el tiempo, se tiene:

$$v = v_0 + at = 15\frac{m}{s} + \left(4\frac{m}{s^2}\right)(4\ s) = 15\frac{m}{s} + 16\frac{m}{s} = 31\ m/s$$

Utilizando la ecuación que calcula la velocidad de un cuerpo dada la aceleración, la velocidad inicial y el tiempo, se tiene:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} = 0 + (15\,m/s)(4\ s) + \frac{\left(4.0\frac{m}{s^2}\right)(4\ s)^2}{2} = 60\,m + 32\,m = 92\,m$$

La posición del cuerpo es de 92 m a la derecha del origen.

Atentamente:

Dr. Guillermo Becerra Córdova

Página: http://virtual.chapingo.mx/fis