



Un Sistema que Resuelve Problemas Relacionados con las Leyes de Kirchhoff



Guillermo Becerra Córdova

Universidad Autónoma Chapingo

Dpto. de Preparatoria Agrícola

Área de Física

e-mail: gbecerrac@chapingo.mx

Resumen

En los cursos de Electricidad y Magnetismo se estudian las Leyes de Kirchhoff. Las Leyes de Kirchhoff nos dicen que la suma de las corrientes que entran en un nodo es igual a la suma de las corrientes que salen de él y que la suma de las caídas y subidas de potencial en una malla cerrada debe ser igual a cero. El nodo en un circuito se define como el punto donde se unen varios conductores y una malla cerrada es un circuito donde se conectan fuentes de voltaje y resistencias, entre otros elementos. De esta forma, se utilizan estas leyes para calcular las corrientes que circulan en un circuito. En este trabajo se emplean las Leyes de Kirchhoff para deducir las ecuaciones que calculan las corrientes que circulan en un circuito particular. Con estas expresiones, se desarrolló un sistema que calcula las corrientes al introducir los valores de las diferencias de potencial y de las resistencias. El usuario podrá calcular por su cuenta los valores de las corrientes y compararlas con las que calcula el sistema. Con esto, se podrá dar cuenta de que sus cálculos puedan estar bien o no. Para este circuito particular no pueden ser todas las resistencias iguales a cero porque nos indicaría un error debido a que el circuito se encontraría en corto y, en consecuencia, los valores de las corrientes serían infinitas. En consecuencia, para que el sistema resuelva un caso particular, al menos una resistencia debe ser diferente de cero. También se debe aclarar que los valores de las resistencias que se introduzcan no pueden ser menores a cero; no hay resistencias negativas. En el caso de las diferencias de potencial, sus valores pueden ser positivos, negativos o iguales a cero; en este caso no hay restricciones. El propósito del sistema es apoyar la labor docente al tratar el tema de las Leyes de Kirchhoff.

Palabras Clave: Leyes de Kirchhoff, nodo, malla, diferencia de potencial, resistencia, corriente.

Introducción:

La teoría de los circuitos eléctricos comenzó con el invento de la batería eléctrica. Este aparato permitió producir corriente eléctrica, en oposición a la electricidad estática, producida en descargas por máquinas eléctricas anteriores como la botella de Leyden y el electróforo.

Si reflexionamos sobre el empleo que día a día le damos a la electricidad notaremos que generalmente no utilizamos cargas estáticas sino corrientes eléctricas, o sea, cargas que fluyen a través de los conductores. La electricidad que empleamos en las casas, en las fábricas, en los semáforos, etc., llega por medio de unos cables de conducción, desde un lugar lejano en el que se genera la corriente eléctrica. Casi todos los aparatos domésticos funcionan porque circula corriente eléctrica. Y no sólo es importante la corriente eléctrica para la industria y para tener más comodidades caseras, sino también para nuestro propio cuerpo; por ejemplo, los estímulos que se transmiten a través de nuestro sistema nervioso son corrientes eléctricas. Cuando un médico analiza un electrocardiograma o un electroencefalograma, lo que hace es estudiar las corrientes eléctricas del corazón o del cerebro.

La corriente eléctrica es de enorme importancia, principalmente por sus diversos efectos, ya que puede producir luz, calor, movimiento, disociaciones químicas, etc.

Los aparatos eléctricos y electrónicos de uso industrial y doméstico están formados por un conjunto de partes conectadas entre sí por medio de conductores. Este arreglo de piezas y conductores forma un circuito eléctrico. Al pasar la corriente a través del circuito, hace funcionar el aparato. Todas esas pequeñas piezas (resistencias, condensadores, transformadores, transistores, etc.) se denominan, en general, elementos del circuito.

En resumen, un circuito es un arreglo de elementos conectados entre sí por medio de conductores, por el cual circula una corriente eléctrica. Para que la corriente circule, los elementos del circuito deben estar todos conectados uno a otro, en cuyo caso se habla de un circuito cerrado. Al desconectarse uno de los elementos, el circuito en serie se abre y la corriente deja de circular por él.

El propósito primario de un circuito eléctrico consiste en mover o transferir cargas a lo largo de trayectorias específicas. El movimiento de cargas constituye una corriente eléctrica, denotada por las letras i ó I . La unidad básica de corriente es el ampere (A), llamada así por André Marie Ampère. Un Ampère es un Coulomb por segundo en el Sistema Internacional.

En la teoría de los circuitos eléctricos se entiende que la corriente es el movimiento de cargas positivas. Ahora sabemos que en los conductores metálicos la corriente es el movimiento de electrones que han sido atraídos fuera de las órbitas de los átomos del metal. Así que debemos distinguir la corriente convencional (el movimiento de cargas positivas), como se usa en la teoría de redes eléctricas y la corriente electrónica.

El elemento de los circuitos más simple y con mayor uso es el resistor. Todos los conductores eléctricos ostentan propiedades que son características de un resistor. Cuando fluyen corrientes por los conductores, los electrones que constituyen la corriente, entran en colisión con la red de los átomos del conductor. Esto impide el movimiento de los electrones. Mientras mayor sea el número de colisiones, mayor será la resistencia del conductor. Los materiales que se usan comúnmente en la fabricación de resistores incluyen aleaciones metálicas y compuestos de carbono.

La ley de Ohm postula que el voltaje a través de un resistor es directamente proporcional a la corriente que pasa por el resistor. La constante de proporcionalidad es el valor de la resistencia del resistor en Ohms. El símbolo de circuitos del resistor se muestra en la figura siguiente.

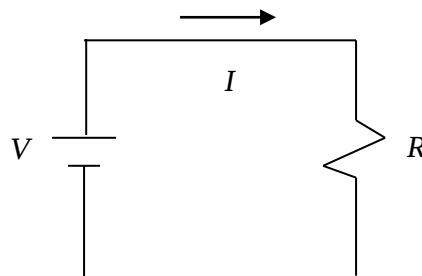


Figura 1 Circuito eléctrico.

Para la corriente y el voltaje mostrados, la ley de Ohm es:

$$V = R I \quad 1$$

Hasta ahora se ha considerado la ley de Ohm y la forma como puede usarse para encontrar la corriente y el voltaje. Sin embargo, la ley de Ohm por sí sola no puede usarse para analizar aún el más simple de los circuitos. Debemos tener además dos leyes postuladas por el físico alemán Gustav Kirchhoff. Las dos leyes se conocen formalmente como la ley de corrientes de Kirchhoff y la ley de voltajes de Kirchhoff. Estas dos leyes, junto con las características en las terminales de los diferentes elementos de un circuito, permiten métodos sistemáticos de solución de cualquier red eléctrica.

Un circuito consta de dos o más elementos conectados mediante conductores perfectos. Los conductores perfectos son alambres de resistencia cero los cuales permiten a la

corriente fluir con libertad, sin acumular carga ni energía. En este caso, puede considerarse la energía acumulada o concentrada por completo dentro de cada elemento del circuito.

Un punto de conexión de dos o más elementos del circuito se denomina nodo. La figura 2 muestra un ejemplo de un circuito con tres nodos. El nodo 1 consiste en la conexión entera en la parte superior del circuito. Debe notarse que a y b están conectados por un conductor perfecto y pueden considerarse eléctricamente como un solo punto. Un comentario similar se aplica al nodo 2. El nodo 3 se requiere para la interconexión de la fuente de voltaje independiente y el resistor.

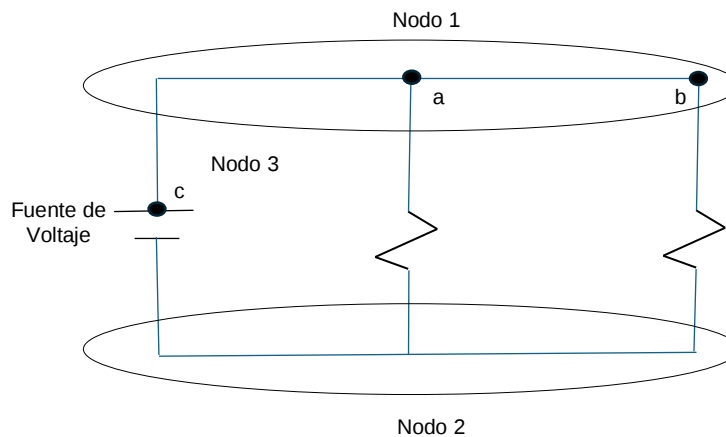


Figura 2. Nodos en un circuito.

Con estos conceptos, estamos preparados para exponer las dos importantes leyes de Kirchhoff.

Regla de los nodos.

- 1 La suma algebraica de las corrientes que entran por cualquier nodo es igual a cero.
- 2 Regla de las mallas. La suma algebraica de los voltajes alrededor de cualquier trayectoria cerrada es igual a cero.

En una resistencia, la corriente convencional siempre fluye del potencial más alto al potencial más bajo. Cuando uno sigue el camino de la corriente a través de una resistencia, el cambio de potencial es negativo, ya que hay una caída de potencial. La terminal positiva de una fuente de fuerza electromotriz pura siempre es la terminal de potencial más alto, independientemente de la dirección de la corriente que pasa a través de la fuente de voltaje. El conjunto de ecuaciones obtenidas al aplicar las leyes de Kirchhoff a un circuito cerrado será independiente siempre y cuando en cada circuito cerrado nuevo la ecuación contenga un cambio de voltaje no incluido en la ecuación anterior.

Apliquemos las leyes de Kirchhoff al circuito mostrado en la figura 3. Este circuito no se puede reducir más porque no contiene conexiones de resistencias en serie y en paralelo. Por lo tanto, aplicaremos directamente las leyes de Kirchhoff. Las corrientes en cada resistencia han sido asignadas con flechas. No es necesario poner un cuidado especial en la dirección de la corriente, ya que los valores que resulten negativos de la corriente, indican que es contraria la dirección asignada.

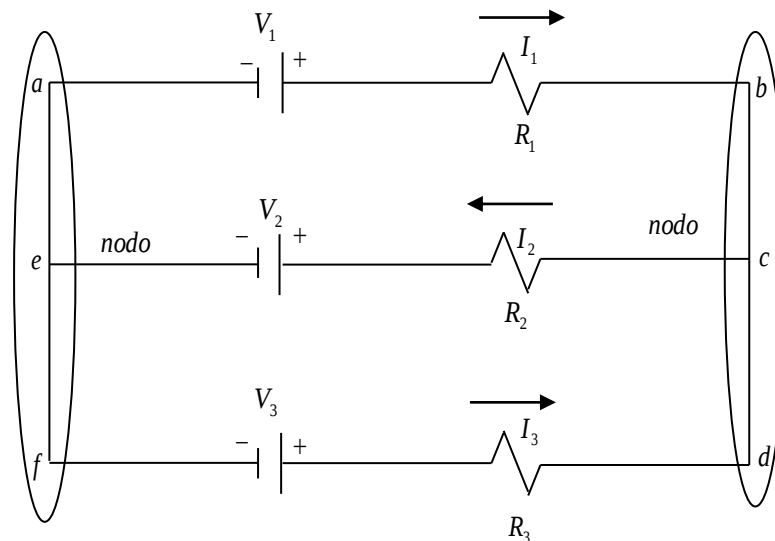


Figura 3 Circuito con tres fuentes y tres resistencias.

Si empleamos la regla de los nodos al punto c, obtenemos:

$$I_1 - I_2 + I_3 = 0 \quad 2$$

Esta relación nos indica que la suma de las corrientes que entran a un nodo es igual a la corriente que sale de él. Esta es una forma alterna de enunciar la regla de los nodos. Por convención, toda corriente que entra a un nodo es positiva y las que salen son negativas. Ahora aplicaremos la regla de las mallas al circuito cerrado *abcfa*, siguiendo la dirección del movimiento de las manecillas del reloj, obteniendo:

$$-R_1 I_1 - R_2 I_2 + V_1 - V_2 = 0 \quad 3$$

Observe que al primer y al segundo término de esta ecuación le precede el signo negativo, ya que en una resistencia la corriente fluye del potencial más alto al potencial más bajo y sigue el camino de la dirección marcada por la flecha, produciéndose una caída de potencial. También observe que a la diferencia de potencial V_2 le antecede un signo negativo, debido a que no coincide la dirección en que se recorre la malla y la dirección del aumento de potencial.

De manera equivalente, aplicando la regla de las mallas al circuito cerrado *fcdef*, obtenemos:

$$R_2 I_2 + R_3 I_3 + V_2 - V_3 = 0 \quad 4$$

Observe que los dos primeros términos le anteceden un signo positivo, debido a que la dirección de la corriente que fluye en la resistencia no coincide con el sentido en que se recorre la malla, por lo que hay una subida de potencial.

Colocando en el lado izquierdo de las igualdades los términos que contienen las corrientes y en el lado derecho los términos independientes, se llega al siguiente sistema de ecuaciones.

$$\begin{aligned} I_1 - I_2 + I_3 &= 0 \\ R_1 I_1 + R_2 I_2 &= V_1 - V_2 \\ R_2 I_2 + R_3 I_3 &= V_3 - V_2 \end{aligned} \quad 5$$

Que representa un conjunto de 3 ecuaciones con 3 incógnitas, las cuales corresponden a las corrientes que circulan en cada una de las resistencias del circuito.

Por otra parte, si aplicamos la regla de las mallas de Kirchhoff al circuito *abcdefa*, y utilizando las ecuaciones 2 y 3 se llega al sistema equivalente de ecuaciones simultáneas, en lugar de las ecuaciones 5:

$$\begin{aligned} I_1 - I_2 + I_3 &= 0 \\ R_1 I_1 + R_2 I_2 &= V_1 - V_2 \\ R_1 I_1 - R_3 I_3 &= V_1 - V_3 \end{aligned} \quad 6$$

De igual forma, aplicando la regla de las mallas de Kirchhoff a la malla *abcdefa*, y utilizando las ecuaciones 2 y 4 se llega a otro sistema equivalente de ecuaciones simultáneas diferentes, en lugar de la ecuación 5:

$$\begin{aligned} I_1 - I_2 + I_3 &= 0 \\ R_2 I_2 + R_3 I_3 &= V_3 - V_2 \\ R_1 I_1 - R_3 I_3 &= V_1 - V_3 \end{aligned} \quad 7$$

Resolviendo el sistema se llega a los siguientes resultados:

$$I_1 = \frac{R_2(V_1 - V_3) + R_3(V_1 - V_2)}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} \quad 8$$

$$I_2 = \frac{R_1(V_3 - V_2) + R_3(V_1 - V_2)}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} \quad 9$$

$$I_3 = \frac{R_1(V_3 - V_2) + R_2(V_3 - V_1)}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} \quad 10$$

Que son las corrientes que circulan en las resistencias R_1 , R_2 y R_3 , respectivamente y representan las soluciones de cualquiera de las ecuaciones simultáneas planteadas. Observe que en los sistemas de ecuaciones, se incluye la ecuación 2, que es la ecuación obtenida al emplear la regla de los nodos. Si esta relación no se incluyera, es decir, si solo

se utilizaran las ecuaciones obtenidas a través de la regla de las mallas, el sistema de ecuaciones resultante no tendría solución, ya que en cada circuito cerrado nuevo, la ecuación no contendrá un cambio de voltaje no incluido en la ecuación anterior. Este sistema de ecuaciones es:

$$\begin{aligned}R_1 I_1 + R_2 I_2 &= V_1 - V_2 \\R_2 I_2 + R_3 I_3 &= V_3 - V_2 \\R_1 I_1 - R_3 I_3 &= V_1 - V_3\end{aligned}\tag{11}$$

Equivalentemente, se puede afirmar que este conjunto de ecuaciones no tiene solución porque la primera de ellas puede ser obtenida a partir de la suma de la segunda y la tercera; o la tercera puede ser obtenida de la resta de la segunda menos la primera, etc., por lo que solo sería un conjunto de dos ecuaciones independientes con tres incógnitas; requiriendo una tercera ecuación independiente para que el sistema tenga solución. De aquí surge la necesidad de incluir la ecuación obtenida al utilizar la regla de los nodos.

Descripción del sistema:

En esta sección describiremos la forma en que se utiliza el sistema. En la figura 1 se muestra la ventana principal del sistema que se elaboró como resultado del proyecto. En esta ventana se muestran dos botones de comando. Uno de ellos sirve para **Continuar** con el sistema y el otro sirve para **Salir**.

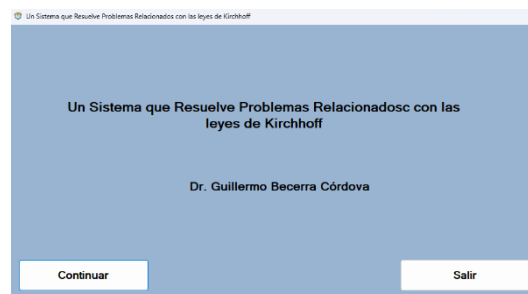


Figura 1. Ventana principal del sistema.

Al escoger la opción **Continuar** aparecerá otra ventana como la mostrada en la figura 2. En esta ventana se muestran 6 cajas de texto que sirven para introducir los datos de un problema. Tres de las cajas de texto sirven para introducir los valores de las resistencias y las otras tres cajas de texto sirven para introducir los valores de las diferencias de potencial o de los voltajes.

Como se observa en la figura 2, para resolver un problema se tiene que introducir los valores de las resistencias y de los voltajes. Si no se introducen al menos dos valores diferentes de

cero en las resistencias, el sistema no podrá calcular los valores de las corrientes que circulan en las resistencias. No puede haber más de un valor nulo en las resistencias.

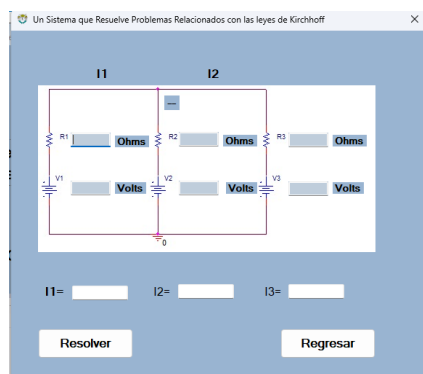


Figura 2. Ventana del sistema que calcula el valor de las corrientes que circulan en las resistencias.

A manera de ejemplo para ilustrar cómo se utiliza el sistema, imaginemos que los valores de las resistencias son: $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 10 \Omega$ y $R_3 = 10 \Omega$ y de los voltajes: $V_1 = 15 \text{ V}$, $V_2 = 15 \text{ V}$ y $V_3 = 15 \text{ V}$. La figura 3 muestra los valores introducidos al sistema.

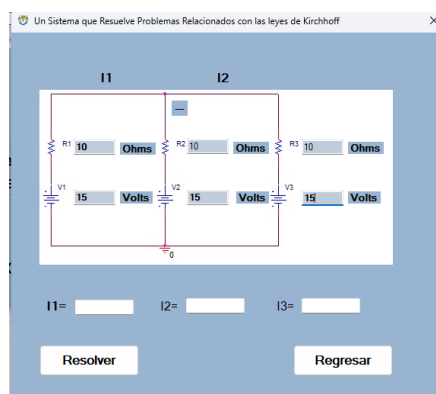


Figura 3. Datos introducidos al sistema.

La siguiente figura muestra los resultados de las corrientes que circulan en cada una de las resistencias

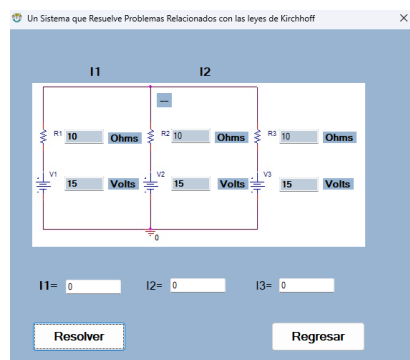


Figura 4. Resultado del ejemplo.

Vemos en la figura que los valores de las corrientes son iguales a cero debido a que las resistencias son las mismas al igual que los voltajes.

A continuación, vamos a ver un caso en el que los valores de los voltajes son diferentes y las resistencias son iguales. Supongamos que los valores de los voltajes son: $V_1 = 15\text{ V}$, $V_2 = 30\text{ V}$ y $V_3 = 15\text{ V}$ y de las resistencias: $R_1 = 10\ \Omega$, $R_2 = 10\ \Omega$ y $R_3 = 10\ \Omega$. La siguiente figura muestra el valor de las resistencias para este caso.

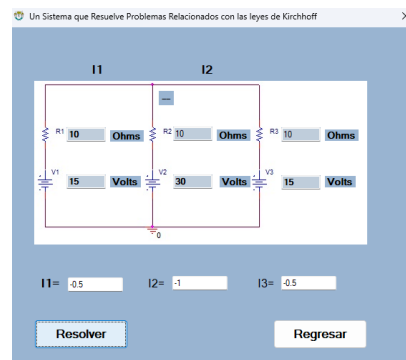


Figura 5. Resultados de las corrientes para este ejemplo.

Vemos que en las resistencias 1 y 3 circulan las mismas corrientes, pero no en la segunda resistencia. En la segunda resistencia circula el doble de corriente que en el resto debido al valor del segundo voltaje. También observe que los valores de las corrientes son negativos. Eso indica que las direcciones de las corrientes son contrarias a las direcciones de las corrientes que se supusieron.

Para el siguiente ejemplo supongamos que se tienen los mismos voltajes del ejemplo anterior pero ahora disminuimos a la mitad el valor de la segunda resistencia. La siguiente figura muestra los valores de las corrientes que circulan en las resistencias.

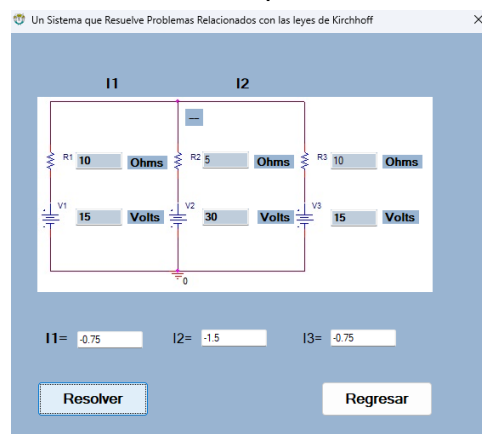


Figura 6. Resultados de los valores de las corrientes para este caso.

Vemos en la figura que la corriente que circula en la segunda resistencia es mayor que en el caso anterior ya que el valor de la resistencia es menor. Al igual que en el caso anterior, los valores de las corrientes son negativas, eso nos indica que su dirección es contraria a la dirección que se había supuesto.

Como siguiente caso, supongamos que invertimos la dirección de la segunda fuente de voltaje para ver cómo afecta en las corrientes en las resistencias. Los valores de las resistencias en el circuito son: $R_1 = 10\ \Omega$, $R_2 = 5\ \Omega$ y $R_3 = 10\ \Omega$ y los voltajes son: $V_1 = 15\text{ V}$, $V_2 = -30\text{ V}$ y $V_3 = 15\text{ V}$. En la siguiente figura se muestran los valores de las corrientes que circulan en las resistencias. Vemos que los valores de todas las corrientes son: $I_1 = 2.25\text{ A}$, $I_2 = 4.5\text{ A}$ y $I_3 = 2.25\text{ A}$. Eso indica que las direcciones de las corrientes son las que se habían supuesto.

Conclusiones:

- El sistema calcula las corrientes en un circuito dado utilizando las Leyes de Kirchhoff.
- Cuando los valores de las corrientes que calcula el sistema son negativas, entonces el sentido de la corriente es contrario al sentido de la corriente que se había supuesto.
- El sistema no permite valores negativos de las resistencias.
- De igual forma, no puede haber valores iguales a cero de todas las resistencias.
- Los valores de las diferencias de potencial pueden ser positivos, negativos o iguales a cero.
- Cuando el valor de las corrientes que calcule el sistema sean menores a cero, los sentidos de las corrientes deben ser opuestos a los sentidos que se habían supuesto.
- El sistema puede ser un apoyo a la labor docente.
- El sistema puede ser utilizado en educación a distancia.

Referencias:

- Beltrán V. y Braun E. (2020) Principios de Física. México, D. F.: Trillas.
- Bueche, F. J. (2018) Física General. México, D. F.: MCGRAW-HILL.
- Ceballos F. J. (2017) Enciclopedia de Visual Basic 4. México, D. F.: Alfaomega Grupo Editor.
- Hewitt, P. (2010) Física Conceptual. México, D.F.: Addison-Wesley Iberoamericana.
- Resnick, R. y Halliday, D. (2015) Física. Vol. I. México, D.F.: CECOSA.
- Serway, R.A. (2014) Física. México, D.F.: Interamericana.
- Tipler, P. A. (2018) Física. México, D.F.: Reverté.

