



Un Sistema que Resuelve Problemas Relacionados con una Barra en Equilibrio



Guillermo Becerra Córdova

Universidad Autónoma Chapingo

Dpto. de Preparatoria Agrícola

Área de Física

E-mail: gllrmbecerra@yahoo.com

1. Introducción

¿Te has preguntado alguna vez por qué un objeto puede mantenerse sin desplazarse y/o sin rotar? ¿Qué es lo que determina que un objeto se traslade y/o que gire? Se dice que para que un cuerpo gire y/o se traslade es necesario que se aplique una fuerza. La pregunta que se haría, en este caso, sería: ¿toda fuerza origina un traslado o un giro?, ¿en qué condiciones una fuerza puede producir un desplazamiento o un giro?

Para responder a estas preguntas, es importante que se comprenda que la causa de que un cuerpo se mueva o se detenga, ya sea que esté rotando o trasladando, es una fuerza que no sea nula (Beltrán, 1975, p. 57). Es decir, debe existir una fuerza diferente de cero para que un cuerpo inicie o termine un movimiento de traslación (Beiser, 1991, 62). Para el caso en que se desee que un cuerpo rote o gire alrededor de un eje, no es suficiente que sólo se le aplique una fuerza; es necesario que esa fuerza que se aplique lo haga a través de un brazo de palanca. El brazo de palanca es la distancia que existe entre el eje de giro y el punto donde se aplique esa fuerza (Resnick, 1981, 242). Si aplicamos una fuerza en la dirección del eje de giro, no se produciría un movimiento de rotación. Lo más probable es que se desplace al aplicar una fuerza en la dirección del eje de giro, pero no un giro (Bueche, 1990, 20). En consecuencia, para que haya un giro es necesario que la longitud del brazo de palanca sea diferente de cero. Pero no sólo se debe aplicar una fuerza ni tampoco que la longitud del brazo de palanca sea diferente de cero; son condiciones necesarias, pero no suficientes. Si la fuerza que se aplique coincide con la dirección del brazo de palanca, no se produciría una rotación. Es necesario que la fuerza tenga, al menos, una componente perpendicular a la dirección del brazo de palanca. Y si la fuerza se encuentra perpendicular al brazo de palanca, su efecto sería máximo (Beltrán, 1975, p. 57). Sin estos principios, no sería posible explicar el movimiento de traslación y/o rotación de un cuerpo. En esto radica la importancia de conocer estos principios que son básicos en el estudio de la estática. Y la estática es importante para el estudio de la mecánica, que a su vez es necesaria para el campo de la ingeniería.

2. Metodología

La metodología que se utilizó es considerar que, para que un cuerpo se encuentre estático, es necesario y suficiente que la suma de las fuerzas y de las torcas que actúen en él, sean iguales a cero. Es decir:

$$F_1 + F_2 + F_3 \dots = \sum_{i=1}^n F_i = 0 \quad 1$$

$$\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 \dots = \sum_{i=1}^n \tau_i = 0 \quad 2$$

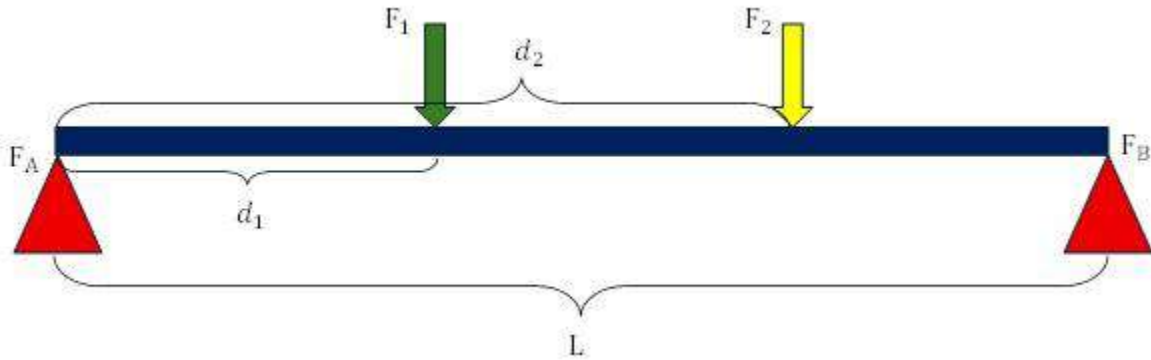


Figura 1

Si consideramos las variables correspondientes a la barra mostrada en la figura 1, veremos que actúan su peso, las fuerzas F_1 y F_2 y los soportes que sujetan la barra, al igual que las distancias a las que se colocan las fuerzas y la longitud de la barra. En consecuencia, se tiene:

$$F_A + F_B - F_1 - F_2 - P = 0 \quad 3$$

Y

$$F_A(0) + F_B L - F_1 d_1 - F_2 d_2 - P(0.5 \text{ m}) = 0 \quad 4$$

$$F_B L - F_1 d_1 - F_2 d_2 - P(0.5 \text{ m}) = 0 \quad 5$$

Vemos que F_A y F_B son las fuerzas que soportan la barra. F_1 y F_2 son las fuerzas que actúan sobre la barra hacia abajo. d_1 y d_2 son las posiciones de las fuerzas que actúan sobre la barra, P es el peso de la barra y L es la longitud de la barra. Para la suma de las torcas, se ha considerado como origen el extremo izquierdo de la barra. De igual forma, se han considerado a las fuerzas que van hacia arriba como positivas y las que van hacia abajo, negativas. El peso de la barra se ha denotado como P , las fuerzas como F_1 y F_2 y, finalmente, las magnitudes de las fuerzas en los soportes como F_A y F_B . Observe en la ecuación 5 que la fuerza F_A se ha eliminado por que se multiplica por 0.

Para obtener los valores de las fuerzas F_A y F_B se despeja F_A de la ecuación 3 y se sustituye en la ecuación 5. El resultado es igual a:

$$F_A = \frac{F_1(L-d_1)+F_2(L-d_2)+P(0.5 \text{ m})}{L} \quad 6$$

Y

$$F_B = \frac{F_1 d_1 + F_2 d_2 + P(0.5 \text{ m})}{L} \quad 7$$

Utilizando las ecuaciones 6 y 7, el sistema calculará las magnitudes de las fuerzas en los soportes.

También existe la posibilidad de que se quiera calcular los valores de F_1 y F_2 dados los valores de F_A , F_B , d_1 , d_2 , P y L . En este caso los valores de F_A y F_B se pueden calcular por medio de las siguientes ecuaciones:

$$F_1 = \frac{d_2(F_A + F_B) - F_B L + P(\frac{L}{2} - d_2)}{d_2 - d_1} \quad 8$$

Y

$$F_2 = \frac{F_B L - d_1(F_A + F_B) - F_B L - P(\frac{L}{2} - d_1)}{d_2 - d_1} \quad 9$$

Otra combinación es que se quieran calcular los valores de P y L dados los valores de F_A , F_B , F_1 , F_2 , d_1 y d_2 . En este caso los valores de P y L se pueden calcular por medio de las siguientes ecuaciones:

$$P = F_A + F_B - F_1 - F_2 \quad 10$$

Y

$$L = \frac{2(F_1 d_1 + F_2 d_2)}{F_1 + F_2 - F_A - F_B} \quad 11$$

Se puede observar que, al querer calcular cualquier valor de dos variables, se tiene la combinación de 8 variables tomadas de dos en dos, lo que da como resultado un total 28 combinaciones.

El sistema se encarga de calcular los valores de las variables de las 28 combinaciones, dados los valores de las variables independientes. La siguiente lista muestra las 28 combinaciones que se obtienen:

	Variables independientes	Variables dependientes
1	$F_A, F_B, F_1, F_2, d_1, d_2$	P y L
2	$F_A, F_B, F_1, F_2, d_1, P$	d_2 y L
3	$F_A, F_B, F_1, F_2, d_1, L$	d_2 y P
4	$F_A, F_B, F_1, F_2, d_2, P$	d_1 y L
5	$F_A, F_B, F_1, F_2, d_2, L$	d_1 y P
6	F_A, F_B, F_1, F_2, P, L	d_1 y d_2
7	$F_A, F_B, F_1, d_1, d_2, P$	F_2 y L
8	$F_A, F_B, F_1, d_1, d_2, L$	F_2 y P
9	F_A, F_B, F_1, d_1, P, L	F_2 y d_2
10	F_A, F_B, F_1, d_2, P, L	d_1 y F_2
11	$F_A, F_B, F_2, d_1, d_2, P$	F_1 y L
12	$F_A, F_B, F_2, d_1, d_2, L$	F_1 y P
13	F_A, F_B, F_2, d_1, P, L	F_1 y d_2

14	F_A, F_B, F_2, d_2, P, L	F_1 y d_1
15	F_A, F_B, d_1, d_2, P, L	F_1 y F_2
16	$F_A, F_1, F_2, d_1, d_2, P$	F_B y L
17	$F_A, F_1, F_2, d_1, d_2, L$	F_B y P
18	F_A, F_1, F_2, d_1, P, L	F_B y d_2
19	F_A, F_1, F_2, d_2, P, L	F_B y d_1
20	F_A, F_1, d_1, d_2, P, L	F_B y F_2
21	F_A, F_2, d_1, d_2, P, L	F_B y F_1
22	$F_B, F_1, F_2, d_1, d_2, P$	F_A y L
23	$F_B, F_1, F_2, d_1, d_2, L$	F_A y P
24	F_B, F_1, F_2, d_1, P, L	F_A y d_2
25	F_B, F_1, F_2, d_2, P, L	F_A y d_1
26	F_B, F_1, d_1, d_2, P, L	F_A y F_2
27	F_B, F_2, d_1, d_2, P, L	F_A y F_1
28	F_1, F_2, d_1, d_2, P, L	F_A y F_B

Tabla de combinaciones de variables independientes y dependientes.

3. Resultados y Discusión

En esta sección describiremos, como resultado del proyecto, el programa que lleva a cabo la solución de problemas relacionados con una barra equilibrio. El programa es activado haciendo doble clic en el icono correspondiente con esta aplicación. La figura 1 muestra la distribución de las diversas opciones con las que cuenta el sistema.

Figura 1. Ventana principal del sistema.



Fuente propia.

Si no se desea utilizar el programa, sólo se requiere hacer clic sobre el botón salir. Si se desea utilizar el programa, se debe hacer clic sobre el botón continuar. Al hacer clic, aparecerá una ventana como se muestra en la siguiente figura. En ella se muestran 8 cajas de opción correspondientes con las diversas variables con las que cuenta el programa. Como se había comentado, las variables con las que cuenta son: F_A , F_B , F_1 , F_2 , d_1 , d_2 , *Peso de la Barra* y *Longitud de la Barra*.

Figura 2. Ventana del sistema.



Fuente propia.

Las cajas de texto sirven para introducir los valores de los datos correspondientes con un problema particular. Sólo se deben introducir 6 datos de las 8 variables que contiene el programa, las cuales deben de ser señaladas en las cajas de opción. Para que se resuelva un problema no se deben introducir valores negativos; en caso contrario, el programa se lo hará saber. De igual forma, cuando se tengan que introducir los valores correspondientes de *Longitud de la Barra*, de d_1 y de d_2 , éstos últimos no deben de exceder la longitud de la barra. En caso contrario, el programa o sistema lo dará a conocer.

A manera de ejemplo, suponga que las fuerzas se encuentran colocadas en cada uno de los extremos de la barra y los valores de sus magnitudes son iguales a cero, al igual que el peso de la barra. Supongamos también que la longitud de la barra es de un metro. En consecuencia, todos los valores de los datos son iguales a cero, exceptuando la longitud de la barra. Después de introducir los valores en el programa, vemos que teóricamente, los valores de F_A y F_B serían, para este caso, iguales a cero. Para comprobar este resultado, debemos hacer clic sobre el botón Resolver. El resultado se mostrará en cada una de las cajas de texto diseñadas para ello. La figura 3 muestra esta situación.

Figura 3. Ejemplo donde las fuerzas y el peso de la barra son iguales a cero.



Fuente propia

Vemos en la figura que efectivamente los valores de F_A y F_B son iguales a cero debido a que las fuerzas F_1 y F_2 , al igual que el peso de la barra, son iguales a cero. Observe que los resultados que calcula el programa aparecen con dos decimales. Así está diseñado el formato de los resultados, con sólo dos decimales.

Como siguiente ejemplo, suponga que las fuerzas se encuentran colocadas en cada uno de los extremos de la barra y los valores de sus magnitudes son iguales a 50 N, y el peso de la barra es igual a cero.

Teóricamente, los valores de F_A y F_B serían, para este caso, iguales 50 N. Para comprobar este resultado, debemos introducir los valores de las fuerzas F_1 y F_2 , al igual que el peso de la barra. Al hacer clic sobre el botón Resolver. Vemos que los valores de F_A y F_B efectivamente son iguales a 50 N. La figura 4 muestra esta situación.

Figura 4. Ejemplo donde las fuerzas son iguales a 50 N y el peso de la barra es igual a cero.



Fuente propia.

Vemos en la figura que los valores de F_A y F_B son iguales a 50 N debido a que las fuerzas F_1 y F_2 son iguales a 50 N y el peso de la barra es igual a cero. Estos resultados son simétricos porque las fuerzas F_1 y F_2 se encuentran en los extremos de la barra y sus valores son iguales. Esta simetría puede desaparecer al cambiar los valores de las fuerzas F_1 y F_2 o sus posiciones. Si se cambian simultáneamente sus valores y sus posiciones, podría existir que persista la simetría.

Ahora suponga que las fuerzas de nuevo se encuentran colocadas en cada uno de los extremos de la barra y los valores de las magnitudes de las fuerzas son iguales a 50 N, y el peso de la barra es igual a 100 N. Teóricamente, los valores de F_A y F_B serían, para este caso, iguales 100 N. Para comprobar este resultado, debemos hacer clic sobre el botón Resolver. Vemos que efectivamente los valores de F_A y F_B son iguales a 100 N. La figura 5 muestra esta situación. Observe que efectivamente ambas fuerzas son iguales a 100 N debido a la simetría de las fuerzas y que la barra es homogénea. El hecho de que la barra sea homogénea implica que su centro de gravedad se encuentre en el centro de ésta. Puede suceder que el centro de la barra no encuentre en el centro debido a que no sea homogénea o a otros factores. Este programa siempre considera que el centro de gravedad de la barra se encuentra en su centro. Para apegarse más a la realidad, sería conveniente que el usuario pudiese introducir el centro de gravedad; haciendo más completo el programa.

Figura 5. Ejemplo donde las fuerzas son iguales a 50 N y el peso de la barra es igual a 100 N.



Fuente propia

Suponga ahora que las fuerzas se encuentran colocadas en cada uno de los extremos de la barra y que el valor F_1 es igual a 50 N y que el de F_2 es igual a 100 N. Considere que el peso de la barra es igual a 100 N. Aquí podríamos pensar que el valor de F_A es menor que el de F_B ya que F_1 es menor que F_2 . Para comprobar esta suposición, debemos introducir los datos correspondientes y hacer clic sobre el botón Resolver. Observe la figura 6.

Después de que el sistema calcula los valores correspondientes con F_A y F_B vemos que sus valores no son iguales. Este resultado es debido a la falta de simetría en los valores de las fuerzas que actúan sobre la barra. En este caso es debido a que los valores de las fuerzas son diferentes. Vemos en la figura 5 que efectivamente la fuerza en el soporte de la izquierda es menor que en el de la derecha, ya que la fuerza F_1 es menor que la fuerza F_2 . Para F_A se tiene 100 N y para F_B , 150 N.

Figura 6. Ejemplo donde $F_1 = 50\text{N}$, $F_2 = 100\text{ N}$ y el peso de la barra es igual a 100 N.



Fuente propia

Vemos en la figura 6 que efectivamente la fuerza en el soporte de la izquierda es menor que en el de la derecha, ya que la fuerza F_1 es menor que la fuerza F_2 . Para F_A se tiene 100 N y para F_B , 150 N. La pregunta que se presentaría de forma natural es: ¿Cuál sería la posición de F_2 para que las fuerzas en los soportes, F_A y F_B , fuesen iguales? En principio se tendría que desplazar la fuerza F_2 hacia la izquierda para que parte de la fuerza que soporta F_B se pasara al soporte F_A . Utilizando las ecuaciones 3 y 5, despejemos d_2 para poder calcular su valor, considerando que $F_A = F_B$. La siguiente ecuación muestra a d_2 , despejada.

$$d_2 = \frac{F_1(L - 2d_1) + F_2L}{2F_2}$$

Sustituyendo los valores de las variables F_1 , F_2 , d_1 y L , tenemos:

$$d_2 = \frac{(50 \text{ N})(1 \text{ m} - 2(0)) + (100 \text{ N})(1 \text{ m})}{2(100 \text{ N})} = 0.75 \text{ m}$$

Vemos que esa es la posición que debe tener d_2 para que las fuerzas F_A y F_B sean iguales. En particular, para, este caso, $F_A = F_B = 125 \text{ N}$. La figura 7 muestra estos valores. Observe que d_2 no depende de P .

Figura 7. Ejemplo donde $F_1 = 50 \text{ N}$, $F_2 = 100 \text{ N}$, el peso de la barra es igual a 100 N y $F_A = F_B$



Fuente propia.

Vemos que la posición de F_2 para que ambos soportes carguen lo mismo, se encuentra en 0.75 metros, considerando que el origen lo situamos en el extremo izquierdo de la barra. En este caso, ambos soportes cargarían 125 N. En este ejemplo nos hemos dado cuenta de que, si desplazáramos hacia la izquierda las fuerzas que actúan en la barra, la magnitud de la fuerza en el soporte derecho disminuiría. Equivalentemente, si desplazáramos hacia la derecha las fuerzas que actúan sobre la barra, la magnitud de la fuerza en el soporte derecho aumentaría. Esto lo podemos observar con la siguiente situación. Suponga que las fuerzas se encuentran colocadas en el extremo derecho de la barra y que el valor F_1 es igual a 50 N y que el de F_2 es igual a 100 N . Considere que el peso de la barra es igual a 100 N . La figura 8 muestra esta situación.

Figura 8. Ejemplo donde F_1 y F_2 se encuentran en el extremo derecho de la barra.



Fuente propia.

Vemos que el soporte F_A de la izquierda ejerce una fuerza de 50 N debido exclusivamente al peso de la barra y que el soporte F_B ejerce una fuerza de 200 N debido al peso de la barra y a las fuerzas F_1 y F_2 que actúan sobre la barra. Debemos hacer notar que la barra es homogénea y, por consecuencia, el centro de gravedad

se encuentra en su centro. Si consideráramos que la barra no fuese homogénea, entonces el centro de gravedad podría no estar en su centro.

Como siguiente caso, consideremos que deseamos conocer los valores de F_1 y de F_2 , conociendo los valores de F_A , F_B , d_1 , d_2 , P y L . Suponga que sus variables son: $F_A = 200\text{ N}$, $F_B = 500\text{ N}$, $d_1 = 0.4\text{ m}$, $d_2 = 0.75\text{ m}$, $P = 300\text{ N}$ y $L = 1\text{ m}$. Al introducir los valores en el programa, vemos que $F_1 = 20\text{ N}$ y $F_2 = 220\text{ N}$. La figura 9 muestra los resultados de este problema.

Figura 9. Ejemplo donde $F_A = 200\text{ N}$, $F_B = 500\text{ N}$, $d_1 = 0.4\text{ m}$, $d_2 = 0.9\text{ m}$, $P = 300\text{ N}$ y $L = 1\text{ m}$.

The screenshot shows the 'Resolvente Barra Equilibrada' window. At the top is a diagram of a horizontal bar with two triangular supports at the ends, labeled F_A and F_B . A green weight P is positioned at distance d_1 from the left support, and a yellow weight F_2 is at distance d_2 from the left support. Below the diagram are input fields: F_A (200 N), F_B (500 N), P (300 N), F_1 (20.00 N), F_2 (220.00 N), d_1 (0.4 m), d_2 (0.9 m), and L (1 m). A message states: 'Para resolver un problema, escoja sólo 6 de las 8 variables.' At the bottom are buttons for 'Resolver', 'Borrar datos', and 'Regresar'.

Fuente propia.

Puede existir el caso en que el problema no tenga solución. Por ejemplo, supongamos los siguientes valores: $F_A = 200\text{ N}$, $F_B = 800\text{ N}$, $d_1 = 0.4\text{ m}$, $d_2 = 0.9\text{ m}$, $P = 300\text{ N}$ y $L = 1\text{ m}$ y queremos conocer los valores de F_1 y F_2 . Introduciéndolos en el programa, vemos que desplegará una leyenda en la que dice que el problema no tiene solución. Esto es debido a que es mayor las fuerzas en los soportes que las fuerzas en F_1 , F_2 , además del peso de la barra. La figura 10 muestra esta situación.

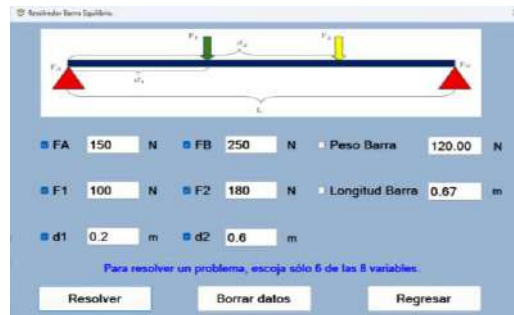
Figura 10. Ejemplo donde $F_A = 200\text{ N}$, $F_B = 800\text{ N}$, $d_1 = 0.4\text{ m}$, $d_2 = 0.9\text{ m}$, $P = 300\text{ N}$ y $L = 1\text{ m}$.

This screenshot is similar to Figure 9 but with F_B set to 800 N. A small error dialog box is displayed in the center with the text 'El problema no tiene solución' and an 'Aceptar' button. The input fields and other interface elements are the same as in Figure 9.

Fuente propia.

Como siguiente ejemplo, suponga que se quiere conocer los valores del peso de la barra y de su longitud, conociendo los valores de F_A , F_B , F_1 , F_2 , d_1 y d_2 . Consideremos que esos valores corresponden a: $F_A = 150\text{ N}$, $F_B = 250\text{ N}$, $F_1 = 100\text{ N}$, $F_2 = 180\text{ N}$, $d_1 = 0.2\text{ m}$ y $d_2 = 0.6\text{ m}$. La figura siguiente muestra los datos introducidos al sistema y sus correspondientes resultados.

Figura 11. Ejemplo donde $F_A = 150\text{ N}$, $F_B = 250\text{ N}$, $F_1 = 100\text{ N}$, $F_2 = 180\text{ N}$, $d_1 = 0.2\text{ m}$, $d_2 = 0.6\text{ m}$.



Fuente propia.

En la figura 11 vemos que el peso de la barra es $P = 120 \text{ N}$ y la longitud de la barra es de $L = 0.67368 \text{ m}$. En el programa sólo aparecen dos dígitos porque así se diseñó.

También existe la posibilidad de que un problema no tenga solución debido a las variables que se escogieron. Por ejemplo, supongamos que se quiere conocer los valores de d_1 y d_2 cuando se tienen los valores de las variables restantes. Al introducir los valores de las variables restantes y hacer clic en el botón Resolver, vemos que el programa mostrará una leyenda que indica que el problema no tiene solución debido a que esas dos variables se encuentran sólo en la ecuación 5 y no en la 3, por lo que con una sola ecuación no se pueden calcular los valores de dos variables.

Como siguiente ejemplo, supongamos que se desean conocer los valores de F_B y F_2 , conociendo los valores de F_A , F_1 , d_1 , d_2 , P y L . Supongamos que esos valores corresponden a: $F_A = 400 \text{ N}$, $F_1 = 120 \text{ N}$, $d_1 = 0.3 \text{ m}$, $d_2 = 0.7 \text{ m}$, $P = 50 \text{ N}$ y $L = 1.2 \text{ m}$. Al sustituir los valores, se tienen los resultados mostrados en la siguiente figura.

Figura 12. Ejemplo donde $F_A = 400 \text{ N}$, $F_1 = 120 \text{ N}$, $d_1 = 0.3 \text{ m}$, $d_2 = 0.7 \text{ m}$, $P = 50 \text{ N}$ y $L = 1.2 \text{ m}$.

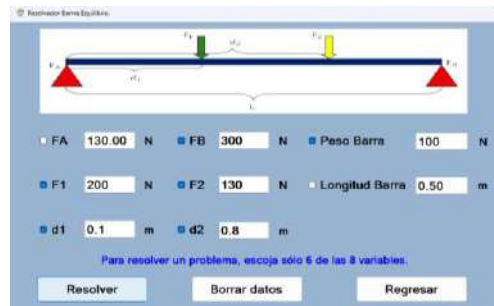


Fuente Propia.

Vemos en la figura que los valores son $F_B = 454 \text{ N}$ y $F_2 = 684 \text{ N}$. Si queremos ver que estos resultados son correctos, se pueden sustituir en las ecuaciones 3 y 5 para comprobarlos.

Como siguiente ejemplo, supongamos que se desean conocer los valores de F_A y L , conociendo los valores de F_B , F_1 , F_2 , d_1 , d_2 y P . Supongamos que esos valores corresponden a: $F_B = 300 \text{ N}$, $F_1 = 200 \text{ N}$, $F_2 = 130 \text{ N}$, $d_1 = 0.1 \text{ m}$, $d_2 = 0.8 \text{ m}$ y $P = 100 \text{ N}$. Al sustituir los valores, se tienen los resultados mostrados en la siguiente figura.

Figura 12. Ejemplo donde $F_B = 300\text{ N}$, $F_1 = 200\text{ N}$, $F_2 = 130\text{ N}$, $d_1 = 0.1\text{ m}$, $d_2 = 0.8\text{ m}$ y $P = 100\text{ N}$.



Fuente propia.

Vemos que el valor que $F_A = 130\text{ N}$ y de la longitud de la barra es de $L = 0.5\text{ m}$, aunque en realidad el valor más correcto es de 0.496 m . Se puede comprobar que con estos resultados se cumplen las igualdades dadas por las ecuaciones 3 y 5.

Como siguiente ejemplo, supongamos que se desea conocer los valores de F_A y F_1 , conociendo los valores de F_B , F_2 , d_1 , d_2 , P y L . Supongamos que esos valores corresponden a: $F_B = 500\text{ N}$, $F_2 = 350\text{ N}$, $d_1 = 0.25\text{ m}$, $d_2 = 0.7\text{ m}$ y $P = 100\text{ N}$ y $L = 1.5\text{ m}$. Al sustituir los valores, se tienen los resultados mostrados en la siguiente figura.

Figura 13. Ejemplo donde $F_B = 500\text{ N}$, $F_2 = 350\text{ N}$, $d_1 = 0.25\text{ m}$, $d_2 = 0.7\text{ m}$, $P = 100\text{ N}$ y $L = 1.5\text{ m}$



Fuente propia.

Vemos que el valor que $F_A = 1670.00\text{ N}$ y de la fuerza es de $F_1 = 1720.00\text{ N}$. Se puede comprobar que con estos resultados se cumplen las igualdades dadas por las ecuaciones 3 y 5.

Como siguiente ejemplo, supongamos que se desea conocer los valores de F_1 y P , conociendo los valores de F_A , F_B , F_2 , d_1 , d_2 y L . Supongamos que esos valores corresponden a: $F_A = 250\text{ N}$, $F_B = 300\text{ N}$, $F_2 = 100\text{ N}$, $d_1 = 0.1\text{ m}$, $d_2 = 0.8\text{ m}$ y $L = 1\text{ m}$. Al sustituir los valores, se tienen los resultados mostrados en la siguiente figura.

Figura 13. Ejemplo donde $F_A = 250\text{ N}$, $F_B = 300\text{ N}$, $F_2 = 100\text{ N}$, $d_1 = 0.1\text{ m}$, $d_2 = 0.8\text{ m}$, y $L = 1\text{ m}$



Fuente propia.

Observe en la figura que el valor que $F_1 = 12.50 \text{ N}$ y que el peso de la barra es de $P = 437.50 \text{ N}$. Se puede comprobar que estos resultados cumplen las igualdades dadas por las ecuaciones 3 y 5.

Como siguiente ejemplo, supongamos que se desea conocer los valores de d_2 y P , conociendo los valores de F_A , F_B , F_1 , F_2 , d_1 y L . Supongamos que esos valores corresponden a: $F_A = 500 \text{ N}$, $F_B = 250 \text{ N}$, $F_1 = 300 \text{ N}$, $F_2 = 400 \text{ N}$, $d_1 = 0.5 \text{ m}$ y $L = 2 \text{ m}$. Al sustituir los valores, se tienen los resultados mostrados en la siguiente figura.

Figura 14. Ejemplo donde $F_A = 500 \text{ N}$, $F_B = 250 \text{ N}$, $F_1 = 300 \text{ N}$, $F_2 = 400 \text{ N}$, $d_1 = 0.5 \text{ m}$ y $L = 2 \text{ m}$.



Fuente propia.

Observe en la figura que el valor que $d_2 = 0.75 \text{ N}$ y el peso de la barra es de $P = 50 \text{ N}$. Se puede comprobar que estos resultados cumplen las igualdades dadas por las ecuaciones 3 y 5.

Como siguiente ejemplo, supongamos que se desea conocer los valores de F_2 y P , conociendo los valores de F_A , F_B , F_1 , d_1 , d_2 y L . Supongamos que esos valores corresponden a: $F_A = 40 \text{ N}$, $F_B = 25 \text{ N}$, $F_1 = 10 \text{ N}$, $d_1 = 1.5 \text{ m}$, $d_2 = 0.5 \text{ m}$ y $L = 3 \text{ m}$. Al sustituir los valores, se tienen los resultados mostrados en la siguiente figura.

Observe en la figura que el valor que $F_2 = 22.5 \text{ N}$ y el peso de la barra es de $P = 32.5 \text{ N}$. Se puede comprobar que estos resultados cumplen las igualdades dadas por las ecuaciones 3 y 5. En este caso $F_A + F_B - F_1 - F_2 - P = 40 \text{ N} + 25 \text{ N} - 10 \text{ N} - 22.5 \text{ N} - 32.5 \text{ N} = 0$ y $F_B(L) - F_1 d_1 - F_2 d_2 - P * (\frac{L}{2}) = (25 \text{ N})(3 \text{ m}) - (10 \text{ N})(1.5 \text{ m}) - (22.5 \text{ N})(0.5 \text{ m}) - (32.5 \text{ N})(\frac{3 \text{ m}}{2}) = 0$.

Figura 15. Ejemplo donde $F_A = 40 \text{ N}$, $F_B = 25 \text{ N}$, $F_1 = 10 \text{ N}$, $d_1 = 1.5 \text{ m}$, $d_2 = 0.5 \text{ m}$ y $L = 3 \text{ m}$.



Fuente propia.

Como siguiente ejemplo, supongamos que se desea conocer los valores de d_2 y L , conociendo los valores de F_A , F_B , F_1 , F_2 , d_1 y P . Supongamos que esos valores corresponden a: $F_A = 60\text{ N}$, $F_B = 30\text{ N}$, $F_1 = 20\text{ N}$, $F_2 = 15\text{ N}$, $d_1 = 1.5\text{ m}$, y $P = 5\text{ N}$. Al sustituir los valores, se tienen los resultados mostrados en la siguiente figura.

Figura 15. Ejemplo donde $F_A = 60\text{ N}$, $F_B = 30\text{ N}$, $F_1 = 20\text{ N}$, $F_2 = 15\text{ N}$, $d_1 = 1.5\text{ m}$, y $P = 5\text{ N}$.



Fuente propia.

Vemos que aparece un mensaje en el que nos dice que el problema no tiene solución. Analizando la causa por la cual el problema no tiene solución, vemos que la suma de las fuerzas $F_A + F_B - F_1 - F_2 - P = 60\text{ N} + 30\text{ N} - 20\text{ N} - 15\text{ N} - 5\text{ N} \neq 0$ no es igual a cero. Otra de las razones por las cuales el problema no tiene solución es que d_2 y L sólo se encuentran en la ecuación 5 y no en la 3. Se requiere que ambas variables se encuentren en ambas ecuaciones.

Conclusiones

- Con el sistema se pueden llevar a cabo 28 combinaciones de problemas diferentes con las fuerzas en los soportes en la barra, las posiciones y magnitudes de las fuerzas, al igual que el peso y longitud de la barra.
- No todos los problemas tienen solución ya que las variables que utilizemos como incógnitas sólo se encuentran en una sola ecuación y no en ambas. No se puede encontrar los valores de dos variables si sólo existe una sola ecuación que las contenga.

- También los datos que se introduzcan pueden originar que un problema no tenga solución. El sistema se lo hará saber en estos casos.
- El usuario puede comprobar los resultados que calcule el sistema con las ecuaciones correspondientes con la suma de las fuerzas y de las torcas.
- Se tomó como origen el extremo derecho de la barra para deducir las ecuaciones correspondientes con la suma de las fuerzas y de las torcas. Se pudo colocar el origen en otro lado de la barra, pero las ecuaciones que se deduzcan van a ser diferentes.
- El sistema puede ser usado para alumnos de nivel bachillerato, siempre y cuando tengan dominio del álgebra.
- Se pudo incluir en el sistema una variable que corresponda con el valor del centro de gravedad de la barra. En este sistema se considera el material de la barra es homogéneo, por lo que el centro de gravedad coincide con el centro de la barra.
- El sistema es una buena herramienta que sirve de apoyo al aprendizaje de la suma de fuerzas y de torcas.
- Se puede complementar el uso del sistema llevando a cabo una práctica de laboratorio para reforzar el aprendizaje.
- Por su portabilidad, el sistema puede ser usado en Educación a Distancia.

4. Referencias

- Beiser, A. (1991). *Física Aplicada*. México, D. F.: McGRAW-HILL.
- Beltrán V. y Braun E. (1975). *Principios de Física*. México, D. F.: Trillas.
- Bueche, F. J. (1990). *Física General*. México, D. F.: McGRAW-HILL.
- Hewitt, P. (1995). *Física Conceptual*. México, D.F.: Addison-Wesley Iberoamericana.
- Resnick, R. & Halliday, D. (1980). *Física. Vol. I*. México, D.F.: CECSA.
- Serway, R.A. (1985). *Física*. México, D.F.: Interamericana.