

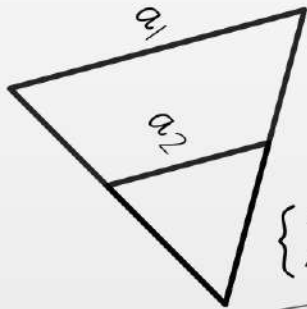


Universidad Autónoma Chapingo

Preparatoria Agrícola

Área de Matemáticas

AcadémiA de Matemáticas I y II



$\{2, 3, 5, 7, 11, \dots\}$

$\mathbb{R}$

$$a_1x + b_1y = c_1$$

$$x = 5$$

α

α

Problematario de Matemáticas I

Editores y revisores:

Jorge Darío Alemán Suárez
Adrián García Dinorín
Guillermo Pablo García Martínez
Jesús Alejandro García Villalpando
Luis Roberto Hernández Chávez
Alma Rosa Herrera Flores
Gerardo Juárez Hernández

Aura Carina Márquez Martínez
Luis Alberto Ortega Gallegos
Oscar Palmeros Rojas
Yessenia Pérez González
Noé Ramírez Negrete
Abel Valdés Ramírez

PRIMER SEMESTRE, CICLO ESCOLAR 2026-2027

Contents

Unidad 1: Números Reales	2
1.2. Números Naturales	2
1.3. Operaciones con Números Enteros	2
1.4. Operaciones con Números Racionales	3
Unidad 2: Operatividad Algebraica	5
2.1 Introducción al lenguaje algebraico	5
2.2 Conceptos fundamentales	5
2.3 Reducción de términos semejantes	6
2.4 Sumas y restas de polinomios	6
2.5 Multiplicación de monomios y polinomios	7
Unidad 3: Ecuación Lineal y Sistemas De Ecuaciones	8
3.1 Conceptos básicos	8
3.2 Resolución de ecuaciones lineales.	9
3.3 Resolución de ecuaciones con coeficiente literales	9
3.4 Sistemas de ecuaciones lineales	11
3.5 Problemas de aplicación	14
Unidad 4: Conceptos Básicos de Geometría Euclidiana	17
4.1. Conceptos fundamentales	17
4.2. Ángulos	18
4.3. Paralelismo y perpendicularidad	20
4.4. Triángulos	24

Unidad 1: Números Reales

1.2. Números Naturales

Descomponer en factores primos el número compuesto:

1) 36

2) 210

Calcular el Mínimo Común Múltiplo de los números:

3) 8 y 14

4) 5 y 9

5) 7 y 13

6) 12, 18 y 24

Calcular el Máximo Común Divisor de los números:

7) 38 y 16

8) 13 y 39

9) 10 y 21

10) 24, 36 y 48

1.3. Operaciones con Números Enteros

Resuelve las siguientes Sumas y Restas con números enteros.

1) $-8 + 3 =$

2) $5 + (-7) =$

3) $-25 + (-17) + 14 =$

4) $-9 - 13 =$

5) $-10 - (-9) =$

6) $-(-8) - 9 - (-7) =$

7) $-15 + 8 - (-7) + (-3) =$

8) $7 + (-48) + 144 + (-53) =$

9) $-57 - 0 - (-8) - (-35) - 14 =$

10) $-(-9) - 6 + (-11) + (-29) + 357 =$

Resuelve las siguientes Multiplicaciones y Divisiones con números enteros.

1) $(+25) \times (12) =$

2) $(+9) \times (-3) \times (25) =$

3) $(-14) \times (+5) \times (-10) =$

4) $(-330) \div (-15) =$

5) $(1043) \div (-149) =$

6) $(+105) \div (-3) \div (7) =$

7) $(+48) \div (-6) \times (7) \div (-4) =$

8) $(-235) \div (-47) \times (+12) \div (15) =$

9) $(-17) \times (+12) \div (-4) \div (+3) =$

10) $(+38) \times (10) \div (19) \div (2) \times (-16) \div (40) =$

Resuelve los siguientes ejercicios con potencias.

1) $3^3 =$

2) $-2^4 =$

3) $(-4)^3 =$

4) $(-3)^4 =$

5) $-(0)^2 =$

6) $-(5^2) =$

7) $-(-6)^2 =$

9) $-(-5^3) =$

8) $(-4^3) =$

10) $-(3)^5 =$

Realiza las operaciones, siguiendo la jerarquía de operaciones.

1) $(2 + 6) - (8 + 4) + (15 - 9) =$

6) $5 + (-2 \times 5 - 4) \div 2 =$

2) $10 - 2[6 - 8] =$

7) $10 - 2[4 + (8 - 5)] =$

3) $24 - 24 \div (10 - 4) =$

8) $18 \div [8 - [5 + 3(2 - 4)]] =$

4) $4^2 + 3(5 - 2) =$

9) $4^2 + [3(2 - 6) - 4] \div 8 =$

5) $15 \div 3 + (2^2 - 1)4 =$

10) $25 - |8 \div 4 + [2 \times 3^2 - (7 - 5)^2]| =$

1.4. Operaciones con Números Racionales

Escribe las siguientes fracciones como una fracción equivalente, colocando el número faltante:

1) $\frac{11}{13} = \frac{\quad}{520}$

4) $\frac{9}{7} = \frac{243}{\quad}$

2) $\frac{140}{245} = \frac{4}{\quad}$

5) $\frac{11}{13} = \frac{143}{\quad}$

3) $\frac{6}{5} = \frac{90}{\quad}$

Simplifica las siguientes fracciones

6) $\frac{180}{640} =$

9) $\frac{528}{240} =$

7) $\frac{480}{105} =$

10) $\frac{840}{490} =$

8) $\frac{360}{24} =$

Resuelve las siguientes sumas y/o restas con fracciones.

1) $\frac{27}{11} + \frac{19}{11} + \frac{35}{11} - \frac{104}{11} =$

6) $\frac{53}{16} + \frac{81}{64} + \frac{625}{128} - \frac{231}{8} =$

2) $\frac{-115}{17} + \frac{59}{17} + \frac{45}{17} + \frac{1}{17} =$

7) $\frac{1}{4} - \frac{32}{9} + \frac{61}{12} + 3 =$

3) $\frac{7}{30} + \frac{29}{30} + \frac{33}{30} - \frac{11}{30} - \frac{21}{30} =$

8) $\frac{-15}{8} + \frac{17}{3} + \frac{11}{2} - \frac{32}{5} =$

4) $\frac{71}{3} + \frac{31}{5} - \frac{42}{9} + \frac{67}{18} =$

9) $4 + \frac{29}{6} + \frac{41}{5} + \frac{47}{2} - \frac{81}{9} =$

5) $\frac{51}{5} + \frac{121}{3} - \frac{117}{6} - \frac{231}{10} =$

10) $\frac{62}{3} - \frac{51}{4} + 4 - \frac{95}{2} + \frac{3}{5} - \frac{85}{12} =$

Resuelve las siguientes multiplicaciones y/o divisiones con fracciones.

$$1) \frac{16}{39} \times \frac{26}{24} =$$

$$2) \frac{16}{39} \times \frac{26}{24} =$$

$$3) -\frac{13}{24} \times \frac{16}{26} =$$

$$4) \frac{36}{25} \div \left(-\frac{12}{10}\right) =$$

$$5) \left(-\frac{14}{33}\right) \div \left(-\frac{7}{11}\right) =$$

$$6) \left(\frac{12}{25} \times \frac{16}{5}\right) \times \frac{20}{9} =$$

$$7) \left(\frac{3}{5} \times \frac{10}{9}\right) \div \left(\frac{2}{3} \times \frac{15}{4}\right) =$$

$$8) \left(\frac{14}{3} \div \frac{7}{6}\right) \times \left(-\frac{9}{4} \div \frac{3}{2}\right) =$$

$$9) \frac{10}{27} \div \left(\left(-\frac{2}{9}\right) \times \left(-\frac{5}{3}\right)\right) =$$

$$10) \left(-\frac{20}{9} \div -\frac{5}{3}\right) \times \frac{1}{4} =$$

$$11) \frac{1}{3} \div \left[\frac{2}{9} \div \left(-\frac{4}{3}\right)\right] =$$

Eleva las siguientes fracciones a las potencias que se indica:

$$1) \left(\frac{3}{5}\right)^3 =$$

$$2) \left(-\frac{2}{3}\right)^4 =$$

$$3) \left(-\frac{3}{2}\right)^8 =$$

$$4) \left(\frac{5}{2^{-2}}\right)^2 =$$

$$5) \left(\frac{3^{-2}}{5^{-2}}\right)^{-2} =$$

$$6) \left[\frac{11}{15} - \frac{8}{13} \left(\frac{3}{16} - \frac{11}{24}\right)\right]^{-1} =$$

$$7) \left(\frac{8}{3}\right)^2 - (-3)^2 =$$

$$8) \left(\frac{1}{2}\right)^3 - (-2)^{-3} =$$

$$9) \frac{2^0 - 2^{-2}}{2 - 2(-2)^{-2}} =$$

$$10) \frac{3^{-2} - 2^{-2}}{3^{-1} - 2^{-1}} =$$

Resuelve los siguientes ejercicios con signos de agrupación para fracciones:

$$1) \left(-\frac{3}{5} + \frac{7}{2} - \frac{8}{5}\right) =$$

$$2) \left[\frac{3}{4} + \frac{4}{3} \times \left(\frac{11}{2} - \frac{7}{8}\right)\right] =$$

$$3) \frac{9}{8} \left(-\frac{3}{2} - \frac{6}{9}\right) =$$

$$4) \frac{6}{5} \left(\frac{1}{2} + \frac{7}{7}\right) - \left(\frac{4}{2} - \frac{2}{3}\right) =$$

$$5) \frac{1}{3} \left[\frac{1}{4} + \frac{12}{5} \left(-\frac{1}{5} - \frac{6}{6}\right)\right] =$$

$$6) \frac{4}{5} \left(\frac{3}{2}\right)^3 + \frac{13}{2} \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right)^2 =$$

$$7) \left(\frac{3}{5} - \frac{4}{4}\right) - \left[-\frac{8}{15} - \frac{4}{3} \left(\frac{5}{4} - \frac{1}{2}\right)\right] =$$

$$8) \frac{8}{4} - \left[-\frac{12}{7} \left(\frac{8}{3} + \frac{2}{2}\right) - \frac{1}{2}\right] =$$

$$9) \frac{7}{8} + \frac{3}{4} \left(\frac{9}{8} - \frac{2}{9}\right) + \frac{5}{3} \left(-\frac{2}{5} + \frac{6}{6}\right) =$$

$$10) \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} + \frac{4}{5} \times \frac{15}{16}\right) \div \frac{8}{15} \div \frac{24}{45} =$$

Unidad 2: Operatividad Algebraica

2.1 Introducción al lenguaje algebraico

2.1.1 – De lenguaje común a lenguaje algebraico

Escribe en lenguaje algebraico, los siguiente enunciados.

- 1) El doble de un número menos 5 unidades.
- 2) La diferencia entre el sucesor y el antecesor de un número.
- 3) La suma del cuadrado de un número con el doble de dicho número.
- 4) El precio P es directamente proporcional a un número menos 1 unidad.
- 5) El tiempo t es inversamente proporcional a la velocidad v más 10 unidades.
- 6) El cuadrado del triple de un número es igual al cociente de otros dos números diferentes.
- 7) La diferencia entre el cuadrado de un número y el cuadrado del antecesor de dicho número.
- 8) Un número menos 7 unidades es igual a al quintuple de otro número más 2 unidades.
- 9) El doble de un número p es igual a la tercera parte de un número q más 3 unidades.
- 10) La diferencia entre dos números diferentes es igual a dos quintas partes del cubo de otro número.

2.1.2 – De lenguaje algebraico a lenguaje común

Pasa a lenguaje común, las siguientes expresiones algebraicas.

- | | |
|---|----------------------------|
| 1) $x = y - 10$ | 6) $p = \frac{2}{3}q + 8$ |
| 2) $n + (n + 1) + (n + 2) = 27$ | 7) $\frac{w^3}{3}$ |
| 3) $z^2 = \frac{m}{2}$ | 8) $\frac{x}{2y} = 3z + 4$ |
| 4) $F = k(ma)$, donde k es una constante | 9) $n^2 + (n + 1)^2$ |
| 5) $t = \frac{k}{v}$, donde k es una constante | 10) $ab = 10c - 5$ |

2.2 Conceptos fundamentales

2.2.1 – Elementos de un Término algebraico

Escribe los elementos de cada término algebraico.

- | | |
|----------------------|---------------------------|
| 1) $-8y^3$ | 7) $\frac{5}{5}mn^{rx}$ |
| 2) $-7b^5$ | 8) $-12a^xb^yc^z$ |
| 3) $m^{\frac{4}{7}}$ | 9) $\frac{1}{3}x^2y^3w^a$ |
| 4) $e^{i\pi}$ | 10) $7(4x + 3y - w)^5$ |
| 5) $-21x^3w^7$ | |
| 6) $8a^2b^5$ | |

2.3 Reducción de términos semejantes

2.3.1 – Reducción de términos semejantes

Realiza las siguientes reducciones de términos semejantes.

$$1) 7x - 2x + 5x =$$

$$2) \frac{2}{3}a + \frac{5}{6}a - \frac{1}{4}a =$$

$$3) 5y^3 - 2y^3 + 8y^3 - 3y^3 =$$

$$4) \frac{3}{5}z^4 - \frac{2}{7}z^4 + \frac{4}{5}z^4 - \frac{1}{14}z^4 =$$

$$5) 5x - 2y^2 + 3x + 7y^2 =$$

$$6) \frac{2}{3}m - \frac{3}{5}n^4 + \frac{2}{3}n^4 + \frac{1}{4}m =$$

$$7) 7ab - 2ba + 3ab - 5ba =$$

$$8) \frac{2}{3}mn + \frac{1}{4}nm - \frac{3}{5}mn + \frac{2}{3}nm =$$

$$9) 4x^2y^3z + 2y^3x^2z - 3z^2xy^3x + 5x^2zy^3 - 2z^2xy^3x + 3zx^2y^3 =$$

$$10) \frac{2}{3}m^3n^2p^4 + \frac{1}{4}n^3m^2p^4 - \frac{3}{5}p^4m^3n^2 + \frac{2}{3}n^3m^2p^4 - \frac{1}{6}n^2p^4m^3 + \frac{4}{7}n^3m^2p^4 =$$

2.4 Sumas y restas de polinomios

2.4.1 – Sumas y restas de 2 polinomios

Realiza la suma o resta de los siguientes polinomios, según corresponda.

$$1) (7w^3 - 2w^2 + 11w - 6) + (-4w^3 + 9w - 1) =$$

$$2) (4m^4n^2 - 8mn + 2n^2 - 7n) + (5mn - 8n^2 - 2n - m^4n^2 - 1) =$$

$$3) (-8r^4t - 2r^3t^2 + 5r^2t^3 - 3rt^4 + 1) + (rt^4 + 4r^4t - 3r^2t^3 + 9r^3t^2) =$$

$$4) (p^3 - 7p^2q^2 - 4pq^3 + 1) - (-2 + pq^3 + 3p^2q^2 - 3p^3) =$$

$$5) (6w^3y^2 - 2w^2y + wy) - (5wy + 4w^2y - 7w^3y^2 + w^4y^3) =$$

$$6) (-3a^4 + 5a^2b^3 - ab^4 + ab) - (6ab^4 - 7ab - 9a^2b^3 + 6a^3) =$$

$$7) \left(\frac{1}{2}x^4 - \frac{4}{3}x^5 + \frac{5}{2} \right) + \left(2 - \frac{1}{3}x^4 - \frac{1}{2}x^5 \right) =$$

$$8) \left(\frac{7}{4}z^5w - \frac{1}{4}z^3w^2 + \frac{14}{3}zw^4 \right) + \left(3z^3w^2 - \frac{5}{6}zw^4 - \frac{7}{12}z^5w + 4 \right) =$$

$$9) \left(\frac{5}{4}x^3y^2 - \frac{10}{7}xy^2 - 7y^3 - 1 \right) - \left(\frac{17}{8}x^3y^2 + \frac{50}{35}xy^2 - \frac{31}{3}y^3 + y^4 \right) =$$

$$10) \left(\frac{9}{4}x^2y^3z + 2xy^2z^2 - \frac{4}{5}yz^3 \right) - \left(x^2y^3z - \frac{7}{3}xy^2z^2 + \frac{5}{6}yz^3 \right) =$$

2.4.2 – Sumas y Restas de 3 o más polinomios

Realiza las siguientes sumas y restas de polinomios, según corresponda.

- 1) $(y^4 - \frac{6}{5}y^2 - 3y) - (3y^2 + 4y^3 - 5y) + (\frac{5}{6}y^2 - 3y^3 + 2y^4 + 11y) =$
- 2) $(\frac{3}{5}t^4 - \frac{3}{4}t^3y - \frac{3}{5}ty^3 + y^4) - (3ty^3 - 2y^4 - 5t^3y + \frac{5}{6}t^3y^2) + (-3t^4 + 2t^3y^2 + 11t^3y) =$
- 3) $(3x^2 - 4xy + y^2) + (-5xy + 6x^2 - 3y^2) - (-6y^2 - 8xy - 9x^2) =$
- 4) $(7a^3b + 5ab^3 - \frac{3}{7}a^2b^2 + b) - (-\frac{3}{5}a^4 + 9a^3b - 40ab^3 + 6b) + (\frac{1}{2}a^3b - 4a^2b + 5a^4) =$
- 5) $(xy^2 - 6y^3 + \frac{4}{6}) - (\frac{3}{8}xy^2 + 2y^3 - 8) + (7xy^2 - \frac{2}{3}y^3 + \frac{9}{5}) - (\frac{4}{5}xy^2 + \frac{6}{18}y^3 - \frac{1}{12}) =$
- 6) $(2x^2 + 7x - 6) + (4x^2 - 2x - 3) - (-3x^2 + 4x + 5) =$
- 7) $(2x^3 + 4x^2 - 5x) - (3x^3 + 3x + \frac{9}{5}) - (-2x^2 + 4x - 5) + (-\frac{2}{3}x^2 - \frac{5}{4}x - 4) =$
- 8) $(x^2y - \frac{1}{2}xy^2 + 9) - (8x^2y - xy^2 - 10) + (-7x^2y + 5xy^2 + 2) =$
- 9) $(x^2 - 5x + 3) + (3x^2 - 10x - 2) - (7x^2 + 8x - 5) - (-x^2 + x + 2) =$
- 10) $(7m - 9mn - 5n) - (-2m + 5n + 3) + (6mn + 8n + 11) - (m - 2mn + 3n - 1) =$

2.5 Multiplicación de monomios y polinomios

2.5.1 – Multiplicación de monomios

Realiza las siguientes multiplicaciones de monomios.

- 1) $(3a^2)(-5a^3) =$
- 2) $(-6x^3y)(-7xy^5) =$
- 3) $(\frac{5}{12}m^5)(\frac{4}{15}m) =$
- 4) $(-\frac{7}{9}a^3b^2)(\frac{6}{21}ab^3) =$
- 5) $(5x^2)(-6x)(2x^3) =$
- 6) $(-15y^2)(-3y)(-7y^3) =$
- 7) $(2x^2y^3)(4x^3y)(-3xy^2) =$
- 8) $(\frac{3}{14}a^3b^2c)(-\frac{5}{9}abc)(-\frac{7}{15}ba^2) =$
- 9) $(-x^m)(-7x^3)(12x^{m-5}) =$
- 10) $(3x^{2+n})(3x^2)(-5x^3) =$

2.5.2 – Multiplicación de un monomio por un polinomio

Realiza las siguientes multiplicaciones de monomios por polinomios.

- 1) $xy(x^2y + xy^6) =$
- 2) $(8a^5 - 14a^3)(-6a) =$
- 3) $a(-2x^2 - 6) =$
- 4) $(\frac{5}{4}a)(3a^2 + 4a) =$
- 5) $2p(7p - 3n - 2pn)(-3n) =$
- 6) $\frac{2}{3}x^4(6x^2 + 9x^3) =$
- 7) $(4y^5 - 3y^2)(-\frac{5}{6}y^2) =$
- 8) $-4y^4(3y^3 - \frac{2}{5}y^5) =$
- 9) $(14a^2 - 21b^3 + 7ab)(\frac{4}{7}a^3b^2) =$
- 10) $6m^3n^2(\frac{2}{3}m^2 + \frac{3}{4}n^3 - \frac{5}{6}mn) =$

2.5.3 – Multiplicación de polinomios.

Realiza las siguientes multiplicaciones de polinomios.

- | | |
|---|--|
| 1) $(2x + 3y)(3y - x) =$ | 6) $(x^2 - x + 1)(x^2 + x - 1)(x - 2) =$ |
| 2) $(a^3 - a + a^2)(a - 1) =$ | 7) $(2x - \frac{1}{2})(3x + \frac{1}{3})(x + \frac{1}{2}) =$ |
| 3) $(\frac{1}{2}a - \frac{1}{3}b)(\frac{1}{3}a + \frac{1}{2}b) =$ | 8) $(\frac{1}{4}x^2 - xy + \frac{2}{3}y^2)(\frac{1}{4}x - \frac{2}{3}y) =$ |
| 4) $(3a^2 - 5ab + 2b^2)(4a - 5b) =$ | 9) $(a^x - a^{x+1} + a^{x+2})(a + 1) =$ |
| 5) $(2x - 1)(3x + 1)(x + 2) =$ | 10) $(a^m - \frac{1}{2}b^n)(a^{2m} + \frac{1}{2}a^mb^n + \frac{1}{4}b^{2n}) =$ |

2.5.4 – Jerarquía de operaciones con símbolos de agrupación

Realiza las siguientes operaciones.

- | | |
|---|---|
| 1) $a(a^3 - b) + b(ab - b) - a(a^3 - 2b^2) =$ | 6) $a(a^2 - b^2) + b(ab - b) - a^2(a - 2b) =$ |
| 2) $2m[3m - n(3m - n) - 3m - n^2] =$ | 7) $3x[4a - (a - x)2a - 3a(x + 2a) + 6a^2] =$ |
| 3) $a(2a - b) - 2b(a - b) + ab(a + 3) =$ | 8) $2r - 2\{4r - 2[s - t + 4(r - s + 2t) - 3r]\} =$ |
| 4) $2x(x + 2y) - 3y(2x - y) + xy(2 - y) =$ | 9) $2a - [4a + 8a^2 + (2a - 3b)a - 5a(1 - b)] =$ |
| 5) $xy(x - 3y) - x(y^2 - 3x) - y(x^2 - y) =$ | 10) $\{3x(2y - x) - [8y - 4x(3y) + 4x^2] + 10\} =$ |

Unidad 3: Ecuación Lineal y Sistemas De Ecuaciones

3.1 Conceptos básicos

3.1.1 Comprobación de una solución, en una ecuación de primer grado.

En los siguientes ejercicios comprueba que el valor de la incógnita, propuesto en cada ejercicio, es solución de la ecuación dada.

- | | |
|--|---|
| 1) $s + 4s - 9s = -12; \quad s = 3$ | 6) $\frac{5a}{6} + \frac{3}{4} = \frac{2a}{15} + \frac{2}{5}; \quad a = -\frac{1}{2}$ |
| 2) $16w - w - 8w = -14; \quad w = -2$ | 7) $\frac{3b}{5} - \frac{1}{15} = \frac{5b}{9} + \frac{1}{5}; \quad b = 6$ |
| 3) $3x - 6 = 2x - 7; \quad x = -1$ | 8) $2\frac{1}{4}h + 7 = \frac{1}{2} - h; \quad h = -2$ |
| 4) $8 + 2y - 1 = y - 2 - 5y; \quad y = -\frac{3}{2}$ | 9) $2(8 - 3x) = 5 - 4(1 - x); \quad x = \frac{3}{2}$ |
| 5) $6 + 5z - 2 = 4 - 5z; \quad z = 0$ | 10) $2(3 - y) = 4 + 3(4 - y); \quad y = 10$ |

3.1.2 Identificación de ecuaciones lineales

Identifica si cada una de las siguientes ecuaciones es **lineal** o **no lineal** y explica por qué.

- | | |
|--|--|
| 1) $32m = 60$ | 6) $\frac{5}{2}z + \frac{7}{2} = -\frac{13}{4}z$ |
| 2) $4 - x(x + 4) = 6$ | 7) $3 - 2a^2 + 5a = -12$ |
| 3) $y - 50y + 4 = -45$ | 8) $64 = 2^x$ |
| 4) $5 - \frac{3x}{2} = \frac{7x}{8}$ | 9) $40 = \pi d$ |
| 5) $\frac{14}{3w} - \frac{6}{5} = \frac{4}{3}$ | 10) $x = 9x - 1$ |

3.2 Resolución de ecuaciones lineales.

3.2.1 Resolución de ecuaciones lineales con coeficientes enteros y racionales.

Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado.

- 1) $6 + 7x + -3 - 2x = 4x - 2 + 3$
- 2) $-2u + 5 - 4u + 3 = 11 + 2u - 3$
- 3) $3 - 15w - 7 + 2w + 11 = 5w - 7w + 10w + 1$
- 4) $9 + 9x - 12 + 6x = 5 - 3x - 1 + 2$
- 5) $15y - 7 - 3y + 21 = 5 - 4y + 10y$
- 6) $7x - 2 + x - 18 - 3x + 8 = 4 + 6x - 2x + 14 + 3x$
- 7) $4 + 3x - \frac{3}{2} = \frac{5}{3}x + 1$
- 8) $\frac{7}{2} - 2x + \frac{5}{4} = \frac{11}{3}x + \frac{2}{3} - 1$
- 9) $\frac{4}{5}x - 2 + \frac{5}{4} - x = \frac{5x}{2} - 3 + 2x$
- 10) $\frac{5x}{2} - 3 + \frac{1}{4}x = 1 - \frac{2x}{3} + \frac{3x}{4}$

3.2.2 Simplificación de expresiones que conduzcan a una ecuación lineal.

Resuelve las siguientes ecuaciones con símbolos de agrupación

- 1) $2(x + 5) - 3[4 - 2x] = 3x + 7(2x + 1)$
- 2) $4z - [3 + (3z - 1)2 - 3z] = 4 - 6z - 2(5z - 3)$
- 3) $7(3x - 4) + x - 2 = 5 - 3x - 2\{5 - 3(7x + 4)\}$
- 4) $5w + \{4 - 3[2w - 3(1 - w) - 2]\} = -2(7 - 3w) + 2w$
- 5) $(x + 2)5 + 4 - [1 - x] = 2 - \{2 + 3[4 - 2(4 - 6x)] - 5x\}$
- 6) $\{9x - 5(x + 2) + 11\} - 5x + 6 = 2(3x + 1) - 4\{5 - 3[2 - 2(3 - x)]\}$
- 7) $4\left[\frac{5}{2}x - \frac{7}{4}\right] + 2x = \frac{2}{3}x - 6\left(4x - \frac{3}{2}\right)$
- 8) $u - \frac{1}{5}\left[\frac{2}{3}(12 - 9u) + 2\right] + 3 = \frac{5}{4}u + 1 - 2\left(\frac{9}{4}u - \frac{6}{5}\right)$
- 9) $\frac{2}{3}x + \frac{5}{6} - \frac{5}{9}\left[3x + \frac{1}{5}\right] = \frac{11}{6}\left(12x - \frac{3}{11}\right) + 7x - 4$
- 10) $\frac{x}{5} - 1 + \frac{5}{2}\left[3 - 2\left(x + \frac{1}{2}\right) + 5x\right] = 3x - 4 + \frac{3}{10}\left[4 - 2\left(\frac{7}{4} + \frac{5x}{2}\right)\right]$

3.3 Resolución de ecuaciones con coeficientes literales

3.3.1 Ecuaciones literales.

Resuelve las siguientes ecuaciones con coeficientes literales, respecto a la incógnita x .

- 1) $5x + 3a = 7a$
- 2) $7x - 3b = 3x + 10$
- 3) $\frac{1}{2}x + a = \frac{3}{4}a$
- 4) $\frac{x + a}{2} = \frac{2x - b}{4}$
- 5) $7(x - 4) = 3(x + m)$
- 6) $\frac{ax}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5b}{6}$
- 7) $\frac{2x - a}{3} = \frac{b}{4} - 1$
- 8) $\frac{5}{2x} = \frac{a}{b}$
- 9) $a(x + b) = c(x - d)$
- 10) $\frac{a - x}{b} = \frac{b - x}{a}$

3.3.2 De lenguaje común a lenguaje algebraico.

En los siguientes ejercicios se muestra el lenguaje común de algunas fórmulas conocidas. Pasar a lenguaje algebraico las proposiciones, las cuales describen dichas fórmulas.

- 1) **Teorema de Pitágoras:** En un triángulo rectángulo, la suma de los cuadrados de los catetos (a y b) es igual al cuadrado de la hipotenusa (c).
- 2) **Ley de Gravitación Universal:** La fuerza (F) de atracción entre dos cuerpos es directamente proporcional al producto de sus masas (m_1 y m_2) e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia (r) que los separa.
- 3) **Ley de Ohm:** El voltaje (V) en un circuito es directamente proporcional a la intensidad de la corriente (I) y a la resistencia (R).
- 4) **Fórmula de la Energía Cinética:** La energía cinética (E_k) de un objeto es igual a la mitad del producto de su masa (m) y la velocidad (v) al cuadrado.
- 5) **Fórmula del Interés Compuesto:** El monto final (A) es igual al principal (P) multiplicado por la suma de 1 más la razón de interés (r) dividida por la frecuencia de capitalización (n), todo esto elevado al producto de la frecuencia de capitalización (n) por el tiempo (t).
- 6) **Ley de los Gases Ideales:** El producto de la presión (P) y el volumen (V) de un gas es igual al producto de la cantidad de sustancia (n), la constante de los gases (R) y la temperatura (T).
- 7) **Fórmula del Perímetro de un Círculo:** El perímetro (P) de un círculo es igual al doble del producto de pi (π) y el radio (r).
- 8) **Ley de Boyle-Mariotte:** La presión (P) de un gas a temperatura constante es inversamente proporcional a su volumen (V).
- 9) **Fórmula de la Velocidad:** La velocidad (v) es igual a la distancia (d) recorrida dividida por el tiempo (t) transcurrido.
- 10) **Fórmula del Área de un Trapecio:** El área (A) de un trapecio es igual a la mitad del producto de la altura (h) y la suma de las bases (b_1 y b_2).

3.3.3 Despeje de fórmulas

Despeja la incógnita que se indica.

- 1) **Suma de dos números:**
$$x + y = s; \quad \text{despeje } y.$$
- 2) **Porcentaje:**
$$P = \left(\frac{r}{100}\right) N; \quad \text{despeje } N.$$
- 3) **Proporción simple:**
$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}; \quad \text{despeje } b.$$
- 4) **Perímetro de un rectángulo:**
$$P = 2l + 2a; \text{ despeje } a.$$
- 5) **Área de un rectángulo:**
$$A = la; \text{ despeje } l.$$
- 6) **Suma de ángulos interiores de un triángulo:**
$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ; \text{ despeje } \beta.$$
- 7) **Ecuación de una línea recta:**
$$y = mx + b; \text{ despeje } m.$$
- 8) **Distancia que recorre un cuerpo con velocidad constante:**
$$d = vt; \text{ despeje } t.$$
- 9) **Conversión de unidades de temperatura:**
$$T_F = \left(\frac{9}{5}\right) T_C + 32; \text{ despeje } T_C.$$
- 10) **Segunda Ley de Newton:**
$$F = ma; \text{ despeje } m.$$

3.4 Sistemas de ecuaciones lineales

3.4.1 Identificar sistemas de ecuaciones lineales.

Para cada uno de los siguientes sistemas de ecuaciones, indica si corresponde a un sistema **lineal** o **no lineal** y justifica tu respuesta.

$$1) \begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ x + 2 = 6 + y \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x^2 + y = 5 \\ -x - y = -3 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 2x + 3y = 3^2 \\ 2^2x - 6y = 2^2 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x + y = 7 \\ xy = 10 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} \sqrt{x} + y = 6 \\ x + 2y^{-1} = 9 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} \frac{11}{2}x = \frac{1}{8} - 3y \\ -2x + 2y = -8 \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} x(y - 3) = 5 \\ -2x + 2y = -8 \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} x + z = 4 + y \\ 2x - y + 3z = 1 \\ \frac{x}{y} + z = 0 \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} \frac{2}{5}x - \frac{3}{5}y + \frac{4}{5}z = 1 \\ 2x + 3y - 4z = 5 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$$

$$10) \begin{cases} \frac{x}{y} = 2 \\ x - 2 = y \end{cases}$$

3.4.2 Comprobación de una solución en un sistema de ecuaciones lineales.

Determina si los valores dados en cada sistema de ecuaciones lineales **son o no solución** del sistema.

$$1) \begin{cases} 3x + 2y = -8 \\ -x + 4y = 12 \end{cases}; (-4, 2)$$

$$2) \begin{cases} 5x + y = 15 \\ x + 3 = -10 + y \end{cases}; (2, 5)$$

$$3) \begin{cases} 7x - 8y = 4 \\ 14y - 16x = 8 \end{cases}; (4, 3)$$

$$4) \begin{cases} x + 2y = 5 \\ 3x - y = 4 \end{cases}; \left(\frac{13}{7}, \frac{11}{7}\right)$$

$$5) \begin{cases} \frac{x}{2} + y = \frac{5}{2} \\ x - \frac{1}{3}y = \frac{2}{3} \end{cases}; \left(2, \frac{3}{2}\right)$$

$$6) \begin{cases} 7(1 - y) = -2(3y - x) \\ 3\{-x + 2(x - 5)\} = 3y - 33 \end{cases}; (2, 3)$$

$$7) \begin{cases} \frac{3y+2x}{6} = \sqrt{4} \\ -2(y + 3) = \frac{2+x}{2} \end{cases}; (18, -8)$$

$$8) \begin{cases} 4\{x - (y + 5) + 9\} = 3y - 4x \\ x + \frac{1}{4}y = -7 \end{cases}; (5, 8)$$

$$9) \begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x + 2y + 2z = 6 \\ x - y = 1 \end{cases}; (4, 3, -4)$$

$$10) \begin{cases} \frac{1}{2}x + y - z = 1 \\ x - \frac{1}{3}y + 2z = \frac{13}{3} \\ \frac{2}{5}x + \frac{3}{5}y + z = -1 \end{cases}; (4, -1, 0)$$

3.4.3 Resolución de un sistema por los métodos igualación y sustitución

Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones lineales por los métodos de igualación y sustitución.

$$1) \begin{cases} x + 6y = 27 \\ 7x - 3y = 9 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 3x - 2y = -2 \\ 5x + 8y = -60 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 7x - 4y = 5 \\ 9x + 8y = 13 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 9x + 16y = 7 \\ 4x - 3y = 0 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} 14x - 11y = -29 \\ 13y - 8x = 30 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} \frac{x}{7} + \frac{y}{3} = 5 \\ 3y - \frac{x}{14} = 26 \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} \frac{2}{3}x - \frac{3}{4}y = 1 \\ \frac{1}{8}y - \frac{5}{6}x = 2 \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} \frac{x+y}{6} = \frac{x-y}{12} \\ \frac{2x}{3} = y + 3 \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} \frac{x+y}{x-y} = -\frac{2}{7} \\ \frac{8x+y-1}{x-y-2} = 2 \end{cases}$$

$$10) \begin{cases} 3x - (9x + y) = 5y - (2x + 9y) \\ 4x - (3y + 7) = 5y - 47 \end{cases}$$

3.4.4 Resolución de un sistema por los métodos de adición y sustracción y determinantes

Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones lineales por los métodos de adición y sustracción, y determinantes.

$$1) \begin{cases} 3x + 5y = 7 \\ 2x - y = -4 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 5x + 7y = -1 \\ -3x + 4y = -24 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 6x - 18y = -15 \\ -4x - 3y = 0 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 15x - 11y = -87 \\ -12x - 5y = -27 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} 3x - \frac{y-3}{5} = 6 \\ 3y - \frac{x-2}{7} = 9 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} x - \frac{3x+4}{7} = \frac{y+2}{3} \\ 2y - \frac{5x+4}{11} = \frac{x+24}{2} \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{20} = \frac{13}{12} \\ \frac{x}{5} - \frac{y}{6} = -\frac{1}{30} \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} \frac{x+1}{x-1} = \frac{y-3}{y-5} \\ \frac{x-2}{x+2} = \frac{y-7}{y-5} \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} x - y - (6x + 8y) = -(10x + 5y + 3) \\ x + y - (9y - 11x) = 2y - 2x \end{cases}$$

$$10) \begin{cases} x(y-2) - y(x-3) = -14 \\ y(x-6) - x(y+9) = 54 \end{cases}$$

3.4.5 Sistemas de ecuaciones consistentes, inconsistentes o dependientes.

Indica si el sistema de ecuaciones es: consistente, inconsistente o dependiente. Si el sistema es consistente, indica si es dependiente o independiente.

$$1) \begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ x + 4y = 10 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 5x + y = 10 \\ 10x + 2y = 20 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 4x + 6y = 8 \\ 2x + 3y = 5 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} \frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1 \\ 3x + 4y = 10 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1 \\ 3x + 2y = 6 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} \frac{x - 3y}{4} + 2 = 5 \\ \frac{2x - 6y}{8} = 4 \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} \frac{2x - 1}{5} + \frac{3y + 2}{10} = 1 \\ \frac{4x - 2}{10} + \frac{3y + 2}{10} = 1 \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} 3(2x - y) + 4 = 2(x + 3y) \\ 2(2x - 2) = 4(x - y + 1) \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} 4[2x - 3(y + 1)] = 8 \\ 3x - 2(1 - y) = 7 \end{cases}$$

$$10) \begin{cases} 2(x + 3y - 1) = 4(2x - y + 2) - 14 \\ 3(2x - 1) + 2(5 - y) = 4(x + 2y) + 1 \end{cases}$$

3.4.6 Resolución de sistemas de ecuaciones de 3x3

Resuelva los siguientes sistemas de 3 ecuaciones con 3 incógnitas.

$$1) \begin{cases} 2x - y + 5z = 16 \\ x - 6y + 2z = -9 \\ 3x + 4y - z = 32 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 4a - 2b - 3c = 1 \\ a + 3b - 5c = -4 \\ 3a - 5b + c = 0 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} m + r = 8 \\ 2n - 3r = 3 \\ 2m + 3n - 4r = 19 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} m - n - 4p = 4 \\ 2m + 2n + p = -11 \\ m + n + 3p = -13 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} 2a - b + c = 7 \\ a + b - c = 5 \\ 4a - 3b + 2c = 11 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} x - 4y + 9z = 2 \\ y + 2x - 4z = -13 \\ z - 2y - 3x = 8 \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} x - 2y + 3z = 10 \\ 2x + y - 6z = 1 \\ 4x - 2y - 9z = 15 \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} 3x - 2y + z = 16 \\ 2x + 3y - 8z = 2 \\ x - y + 3z = 14 \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} 3x + 5y - z = 4 \\ 10y - 6x - 3z = 1 \\ 4z - 15y + 9x = -1 \end{cases}$$

$$10) \begin{cases} 2m + 3n - p = 11 \\ m + n + 2p = 7 \\ 3m - n + p = 8 \end{cases}$$

3.5 Problemas de aplicación

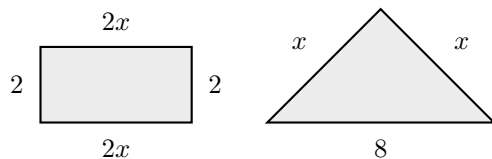
3.5.1 Problemas de aplicación: Numéricos

Plantea la ecuación o sistema de ecuaciones y resuelve los siguientes problemas.

- 1) Encontrar tres números pares consecutivos que sumen 78.
- 2) La diferencia de las dos terceras partes de un número con la mitad del mismo número es cinco, encontrar dicho número.
- 3) La diferencia del triple de un número con el doble de su sucesor es seis, encontrar dicho número.
- 4) Si Fernando gasta la mitad de su salario en renta, la quinta parte en comida, la décima parte en transporte y le quedan \$600, ¿cuál es el salario de Fernando?
- 5) Si al triple de un número le restas el doble de su sucesor equivale a su antecesor reducido en uno, encontrar dicho número.
- 6) Encontrar dos números que sumen 350 y cuya diferencia sea 128.
- 7) Encontrar dos números, cuya diferencia de sus recíprocos es 2 y cuya suma de sus recíprocos es 14.
- 8) Las dos terceras partes de la suma de dos números es 92 y las tres octavas partes de su diferencia es 3, encontrar dichos números.
- 9) Un granjero posee 125 animales entre pollos y borregos, de tal forma que si suma sus patas da como resultado 360, encontrar el número de pollos y el número de borregos que tiene el granjero.
- 10) Dividir el número 240 en dos partes, de tal forma que las $\frac{2}{3}$ partes del primero y las cinco sextas partes del segundo suman 170, encontrar dichos números.

3.5.2 Problemas de aplicación: Geométricos

- 1) Encuentra el valor de x para el cual los perímetros de las dos figuras son los mismos.



- 2) La base de un rectángulo mide 6 metros más que su altura y el perímetro es de 96 metros. Encuentre las dimensiones del rectángulo.
- 3) Si dos lados opuestos de un cuadrado aumentan 5 cm cada uno y los otros dos disminuyen 3 cada uno, el área incrementa en 33 cm cuadrados. Obtenga el lado del cuadrado.
- 4) Un lado de un triángulo mide el doble de otro. El tercer lado es de 6 pulgadas y el perímetro es de 18 pulgadas. Encuentre la longitud de cada uno de los lados.
- 5) La suma de la base y la altura de un triángulo es 35 cm. Encuentre el área del triángulo si su base mide 10 cm menos que el doble de su altura.
- 6) La longitud de un salón de reuniones es de 9 m menos que el doble de su anchura. La alfombra del cuarto está a 1.5 m de las paredes. El área de la parte descubierta del piso es de $99 m^2$. Si el costo de un metro cuadrado de la alfombra es de \$362.00, obtenga el costo total de la alfombra.
- 7) Si la base de un rectángulo aumenta 2 cm y la altura disminuye 2 cm, el área disminuye $16 cm^2$. Si la base disminuye 1 cm y la altura aumenta 2 cm, el área se incrementa en $20 cm^2$. Determine el área original del rectángulo.
- 8) La cantidad de cerca necesaria para encerrar un campo rectangular es de 3000 metros. ¿Cuáles son las dimensiones del campo si se sabe que la diferencia entre la longitud y la anchura es de 50 metros?
- 9) La suma de las medidas de los ángulos de un triángulo es 180° . El ángulo más pequeño del triángulo es $\frac{2}{3}$ de la medida del segundo ángulo más pequeño. El ángulo mayor es 30° menor que el triple de la medida del segundo ángulo más pequeño. Determina la magnitud de cada ángulo.

- 10) Una construcción con bodegas tiene un área total de piso de $60,000 m^2$, y está dividida en 3 bodegas A, B, y C. La renta por m^2 de área de piso es de \$4 para la bodega A, \$3 para la

bodega B y \$2.5 para la bodega C. La renta de la bodega B es el doble de la bodega C. Si la renta total de la construcción es de \$192,500.00, ¿cuánto mide el área de cada bodega?

3.5.3 Problemas de aplicación: Precios

- 1) Una tienda vende camisetas a \$15 cada una. Si por una compra grande se hace un descuento de \$50 y el total pagado fue \$400. ¿Cuántas camisetas se compraron?
- 2) Un comerciante compra libros a \$25 cada uno. Si los vende con una ganancia del 40% y su ingreso total fue \$1400. ¿Cuántos libros vendió?
- 3) En una clínica veterinaria, cada ampollita de antibiótico para bovinos tiene un precio de \$25. Gracias a un descuento por volumen de \$75, el pago final fue de \$875. ¿Cuántas ampollitas se adquirieron?
- 4) Un agricultor invierte en plántulas de naranjo con un costo de \$35 por planta. Si a esto suma \$175 por el acarreo y su inversión total fue de \$1,715, ¿cuántas plantas adquirió?
- 5) Un productor apícola comercializa su miel en frascos a \$45 cada uno. Después de descontar \$135 en gastos de empaque y envases, su ingreso neto fue de \$2,295. ¿Cuántas unidades logró vender?
- 6) En la frutería, las manzanas tienen un precio de \$12 por kilogramo y las peras de \$18 por

kilogramo. Si se compró un total de 8 kg de fruta y el pago fue de \$120, ¿qué cantidad de manzanas y peras se compraron?

- 7) En un evento familiar, las entradas de adulto cuestan \$50 y las de niño \$30. Si se vendieron 45 entradas, en una hora, y se recaudaron \$1850. ¿cuántas entradas de adulto se vendieron y cuántas de niños?
- 8) Un sistema de riego por goteo cuesta \$50 por metro y por aspersión \$30 por metro. Si se instalan 500 metros en total y se gastan \$18,000. ¿cuántos metros son de goteo y cuantos de aspersión?
- 9) Un programa de vacunación utiliza dos tipos de biológicos: uno importado a \$25 por dosis y otro nacional a \$15. Si se aplicaron 400 dosis con un costo total de \$7,000, determine cuántas dosis corresponden a cada biológico.
- 10) Un ganadero adquiere dos tipos de alimento: uno premium a \$300 el saco y otro estándar a \$200. Si en total compró 80 sacos gastando \$19,000, determine la cantidad de sacos premium y estandar adquiridos.

3.5.4 Problemas de aplicación: Diversos

Plantea la ecuación o sistema de ecuaciones y resuelve los siguientes problemas.

- 1) La edad de Noé es el doble de la de Oscar y dentro de 5 años será de cinco terceras partes. ¿Cuáles son sus edades?
- 2) Una solución contiene 2 sustancias químicas, A y B. La concentración de A es 3 veces la concentración de B. Si la concentración total es 120 g/L, ¿cuál es la concentración de cada sustancia?
- 3) Alondra posee \$110 pesos en monedas de \$10 y de \$5. ¿Cuántas monedas tiene de cada una, si las monedas de \$10 exceden en 2 a las de \$5?
- 4) Una reacción química produce 2 diferentes productos. La cantidad de uno de ellos es 2

veces la cantidad del otro más 3 moles. Si la cantidad total producida es 15 moles, ¿cuál es la cantidad de cada producto?

- 5) Se tienen \$2,600.00 pesos en billetes de \$50, \$100 y \$200. ¿Cuántos billetes se tienen de cada uno, si el de mayor denominación es uno más que los de mediana denominación y al mismo tiempo resultan ser 2 más que los de menor denominación?
- 6) Se mezclan 2 soluciones de ácido clorhídrico con concentraciones diferentes. La primera solución tiene una concentración de 0.5 M y la segunda solución tiene una concentración de 1.2 M. Si se mezclan 200 mL de la primera solución con

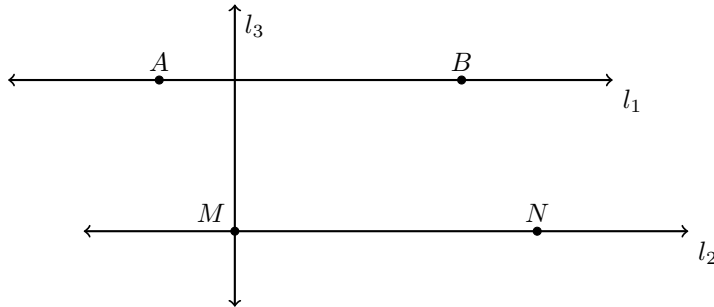
- 300 mL de la segunda solución, ¿cuál es la concentración final de la solución resultante?
- 7) Un automóvil viaja a una velocidad constante. La distancia recorrida es 3 veces el valor de la velocidad más 2 kilómetros. Si la distancia total recorrida es 50 kilómetros, ¿cuál es la velocidad del automóvil?
 - 8) Un grupo de conejos crece a una tasa constante. La población de conejos aumenta en 3 veces la cantidad inicial más 20 conejos por mes. Si la población inicial es 50 conejos y después de 3 meses la población es 230 conejos, ¿cuál es la tasa de crecimiento por mes?
 - 9) Un estanque se llena con una de dos llaves en 3 horas, y con la segunda en 2 horas, ¿Cuánto tiempo tardarían en llenar el estanque vacío si se abren las dos llaves al mismo tiempo?
 - 10) En cierta competencia de atletismo para profesores, se determina que el profe de química va a una velocidad constante de 9km/h y el de educación física a 10km/h, en ese instante se quiere determinar ¿en cuántos metros el profe de educación física alcanzará al de química, si éste último le lleva una ventaja de 30 metros al de educación física?
 - 11) En la tienda de ropa “Ferrioni”, por final de temporada pusieron ofertas en pantalones y camisas de vestir. Ese mismo día vendieron \$1,060.00 pesos por 5 pantalones y 7 camisas, al día siguiente vendieron \$1,100.00 pesos por 7 pantalones y 5 camisas. ¿Cuál fue el costo de cada prenda?
 - 12) La empresa FEDEX facturó a un cliente \$1,924.00 por el envío de su paquetería que tenía una masa total de 29kg. Por el envío de sus paquetes le cobraron \$92/kg para los de Monterrey, y \$30/kg los de Pachuca. ¿Cuántos kg envió a cada ciudad?
 - 13) Dos ángulos son suplementarios porque suman 180° , y se mide que la diferencia de dos ángulos suplementarios es de 100° ¿Cuánto mide cada uno de estos dos ángulos?
 - 14) El perímetro de un triángulo isósceles es de 48cm, cada lado igual excede en 9cm al largo de la base. Determina las dimensiones del triángulo.
 - 15) El hermano de Antonio es 3 veces mayor que él, pero hace 3 años su hermano era 6 veces mayor. ¿Cuáles son sus edades actualmente?
 - 16) Miguel y Gabriel, fueron al Walmart a comprar insumos para su reunión de amigos de la secu, ambos juntaban \$500.00; Miguel gastó $\frac{2}{3}$ de su billete, y Gabriel $\frac{3}{5}$. Al final les sobraron \$180.00, ¿Cuánto dinero tenía cada uno inicialmente?
 - 17) Tres profes de Mate fueron de compras por libros, el primero pagó \$845 por 3 de álgebra, 5 de geometría analítica y 2 de cálculo diferencial; el segundo pagó \$580 por 2 de geometría, 4 de álgebra y 1 de cálculo; y el tercero pagó \$605 por uno 1 algebra, 3 de geometría y 3 de cálculo. ¿Cuál es el precio de cada libro?
 - 18) En cierto día, José compró por \$28 pesos 3 paletas, 5 helados, y 2 dulces; al día siguiente compró 4 paletas, 3 helados y 5 dulces por \$25 pesos; y el último día compró una paleta, un helado y un dulce por \$7. ¿Cuál es el costo de cada chuchería?

Unidad 4: Conceptos Básicos de Geometría Euclidiana

4.1. Conceptos fundamentales

4.1.1 Notación de rectas

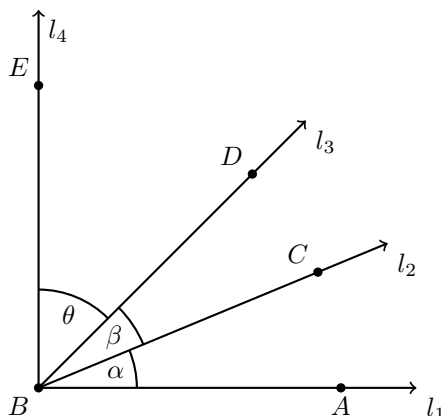
Dada la siguiente figura, escribe la notación de:



- 1) la recta usando los puntos **A** y **B**:
- 2) la recta que une los puntos **M** y **N**, usando una letra:
- 3) el segmento que une los puntos **A** y **B**:
- 4) un rayo que parte del punto **N** y se dirige hacia el punto **M**:
- 5) la medida o longitud del segmento que une los puntos **A** y **B**:
- 6) el segmento que une los puntos **A** y **B**, y que es congruente con el segmento que une los puntos **M** y **N**:
- 7) la longitud del segmento que une los puntos **A** y **B**, y que es igual a la longitud del segmento que une los puntos **M** y **N**:
- 8) la longitud del segmento que une los puntos **A** y **B** tiene un valor de 5cm.
- 9) la recta **l₁** es paralela con la recta **l₂**
- 10) la recta **l₂** es perpendicular con la recta **l₃**

4.1.2 Notación de ángulos

Dada la siguiente figura, escribe la notación de:



- 1) el ángulo, usando el vértice B entre las rectas l_1 y l_4
- 2) el ángulo entre las rectas l_1 y l_2 , usando tres puntos.
- 3) la medida del ángulo entre las rectas l_2 y l_4 , usando tres puntos.
- 4) el ángulo entre las rectas l_2 y l_3 , usando una letra.
- 5) el ángulo entre las rectas l_1 y l_2 , es congruente con el ángulo entre las rectas l_2 y l_3 , usando notación de tres puntos
- 6) la medida del ángulo entre las rectas l_1 y l_3 , es igual con la medida del ángulo entre las rectas l_3 y l_4 , usando notación de tres puntos.
- 7) la medida del ángulo entre las rectas l_1 y l_3 es de 45°

4.2. Ángulos

4.2.1 Conversión de medidas entre el sistema sexagesimal y decimal.

Efectúe la conversión entre los sistemas sexagesimal y decimal.

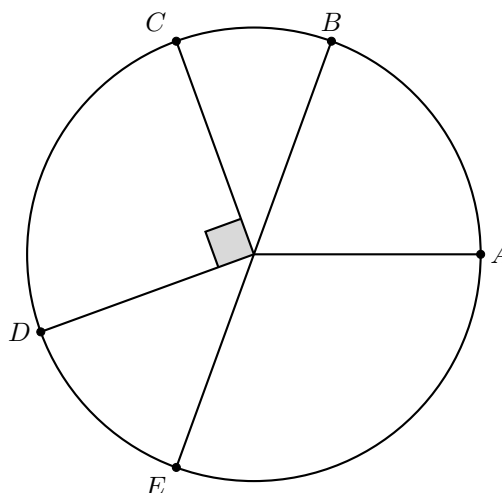
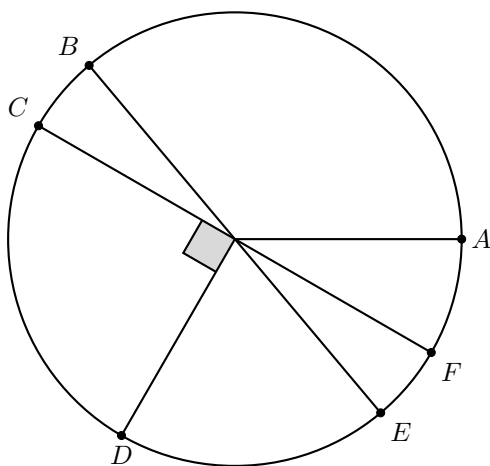
- 1) $20^\circ 54' 18''$
- 2) $59^\circ 54'$
- 3) $11^\circ 18''$
- 4) $19^\circ 21' 33''$
- 5) $35^\circ 45' 30''$
- 6) 49.326°
- 7) 13.51°
- 8) 48.025°
- 9) 19.015°
- 10) 56.205°

4.2.2 Ángulos entre rectas.

Considerando la clasificación de ángulos:

- Ángulo Agudo
- Ángulo Obtuso
- Ángulo Entrante
- Ángulo Recto
- Ángulo Llano
- Ángulo Perígono

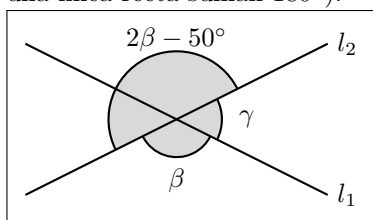
Clasifique todos los ángulos que pueden obtenerse de las figuras siguientes:



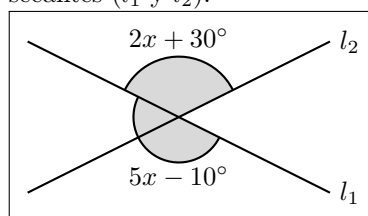
4.2.3 Cálculo de ángulos entre rectas.

Analice cada figura, identifique las relaciones (opuestos por el vértice, suplementarios, suma de ángulos) y resuelva las ecuaciones resultantes para encontrar las incógnitas y las medidas de los ángulos solicitados. ¡Muestre su procedimiento!

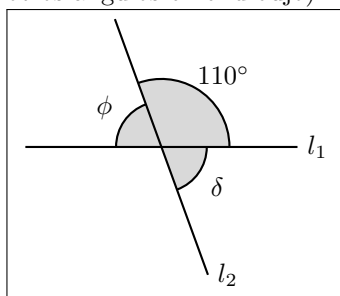
- 1) Encontrar el valor de β y γ . (Los ángulos en una línea recta suman 180°).



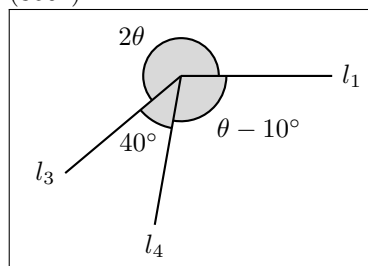
- 3) Determinar el valor de x y de todos los ángulos indicados en la intersección de las dos rectas secantes (l_1 y l_2).



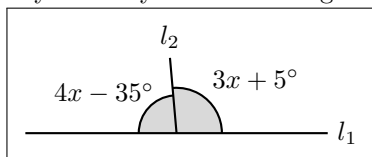
- 2) En la figura, encontrar la medida del ángulo ϕ y δ . (Los ángulos δ y ϕ son suplementarios con otros ángulos en el dibujo).



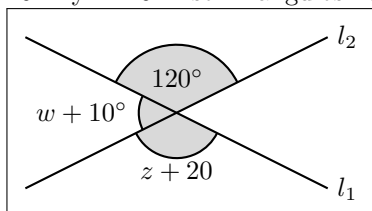
- 4) Calcular la medida del ángulo θ , sabiendo que los tres ángulos dados forman un giro completo (360°).



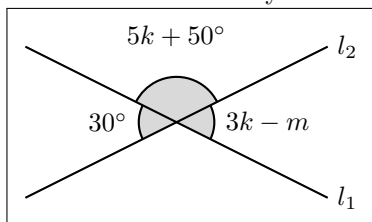
- 5) Observando la figura, encontrar el valor de X y la medida de cada ángulo. (Los ángulos son adyacentes y forman un ángulo llano 180°).



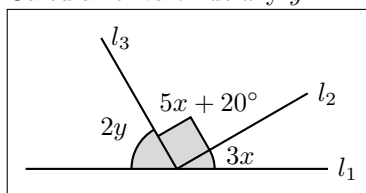
- 6) Calcular el valor de w y z , si $w + 10^\circ$ y 120° son ángulos suplementarios.



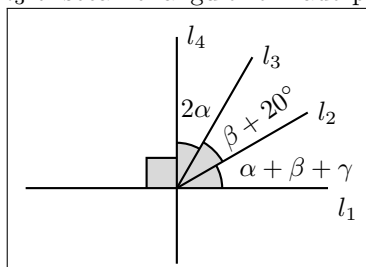
- 7) Calcular el valor de k y m .



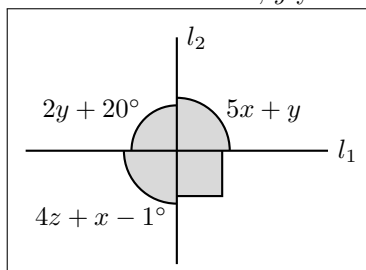
- 8) Calcular el valor de x y y .



- 9) Calcular el valor de α , β y γ , si las rectas l_2 y l_3 trisecan el ángulo formado por l_1 y l_4 .



- 10) Calcular el valor de x , y y z .

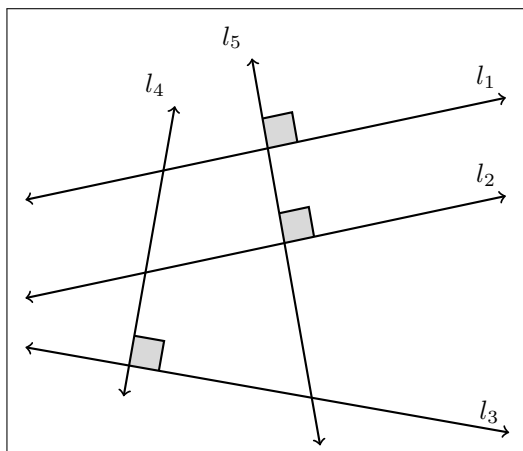


4.3. Paralelismo y perpendicularidad

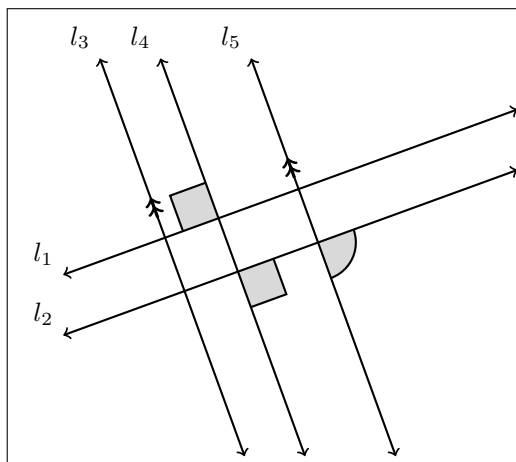
4.3.1 Identificación de rectas paralelas y rectas perpendiculares en figuras.

En cada una de las siguientes figuras identifica todas las rectas que sean paralelas y todas las que sean perpendiculares, justifica tu respuesta.

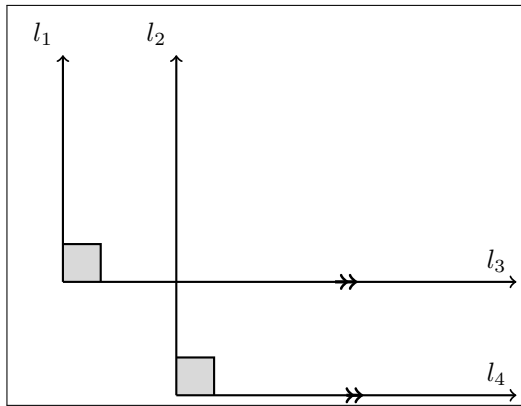
1)



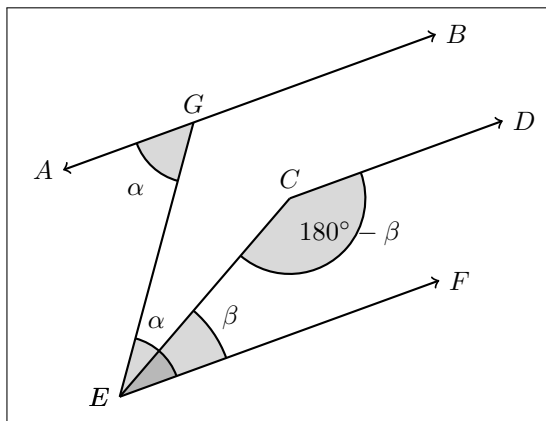
2)



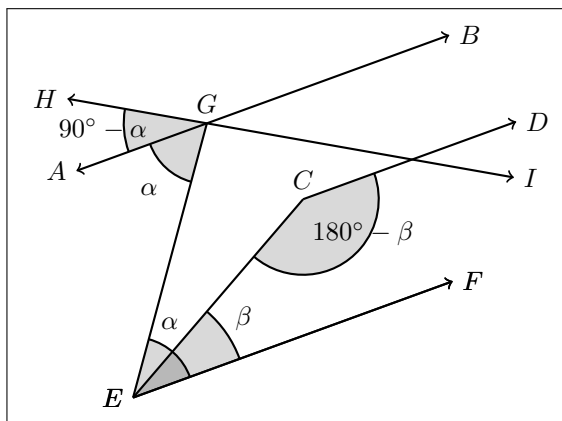
3)



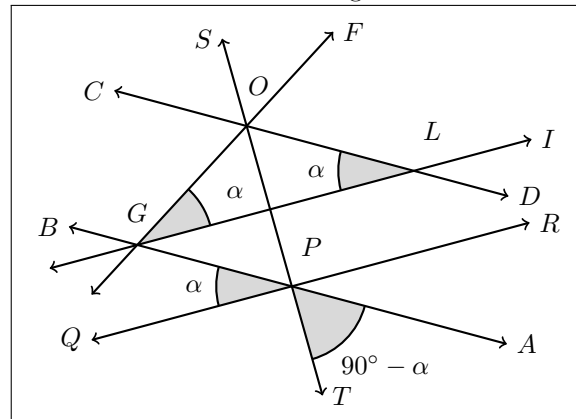
4)



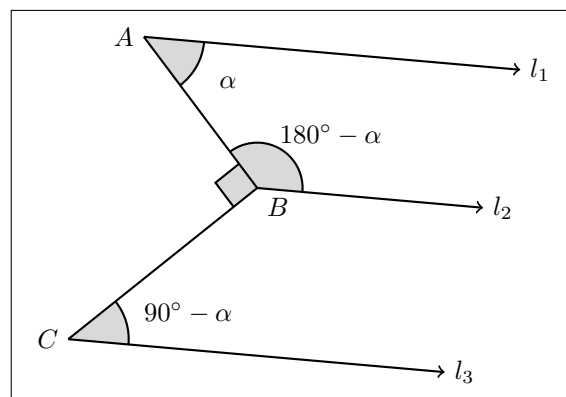
5)



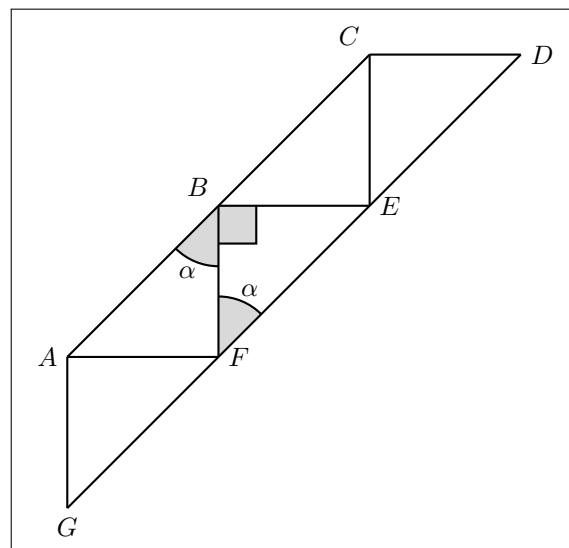
6) Donde $\overline{GL}$ es bisectriz del ángulo $\angle OGP$



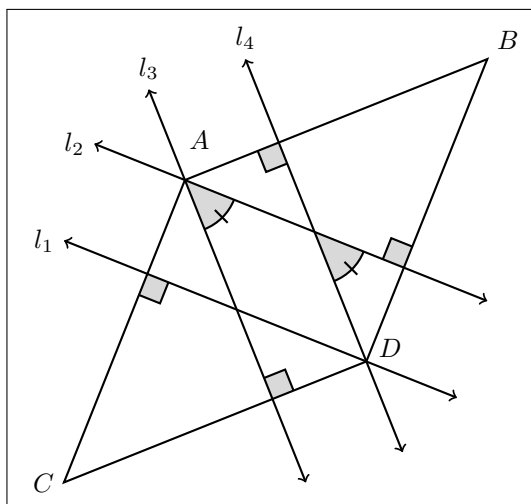
7)



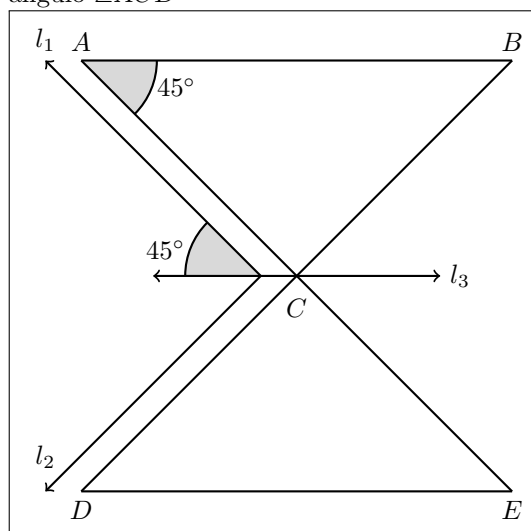
8)



9)



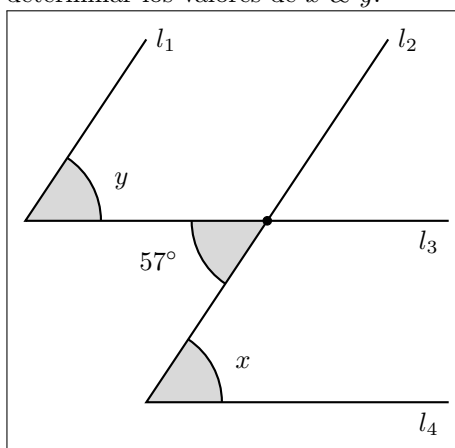
10) Donde $l_1 \parallel \overline{AC}$, $l_2 \parallel \overline{DC}$ y l_3 es bisectriz del ángulo $\angle ACD$



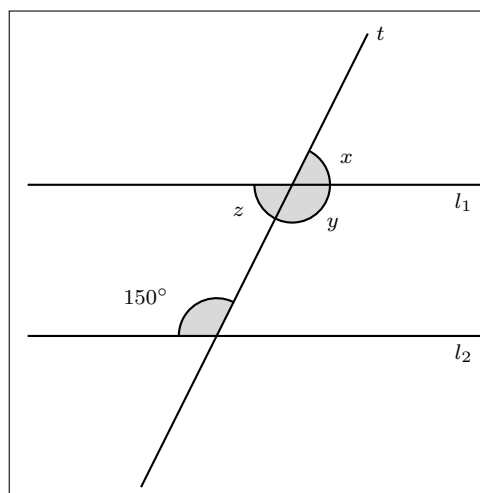
4.3.3 Cálculos de ángulos formados por rectas paralelas cortadas por una secante.

”””

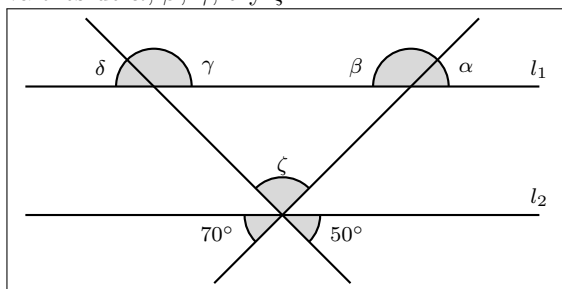
1) En la siguiente figura $l_1 \parallel l_2$ y $l_3 \parallel l_4$, determinar los valores de x & y .



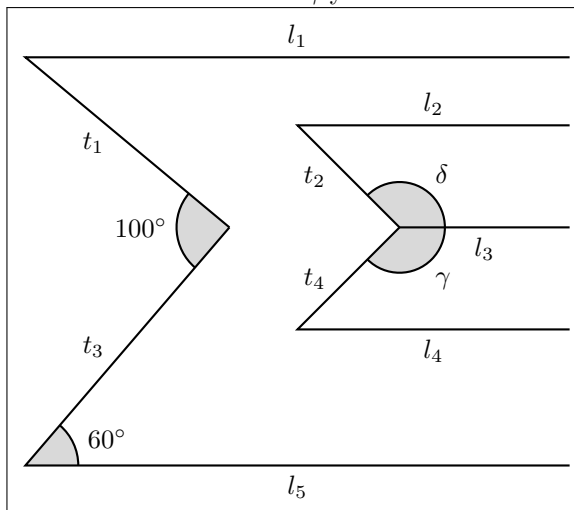
2) En la siguiente figura $l_1 \parallel l_2$, la recta t es transversal, determinar la medida de los ángulos x , y & z .



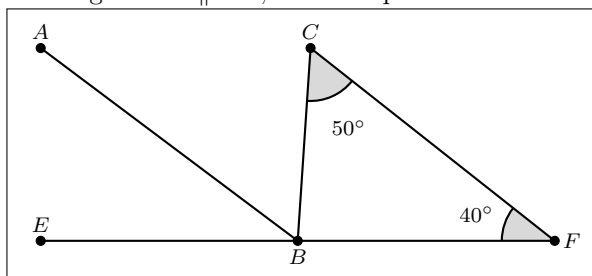
- 3) En la siguiente figura $l_1 \parallel l_2$, determinar los valores de α , β , γ , δ y ζ .



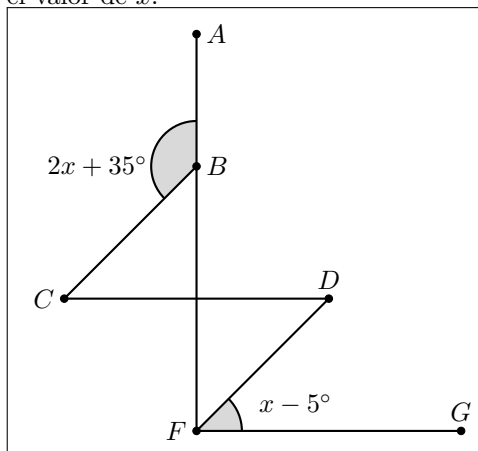
- 4) En la siguiente figura $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3 \parallel l_4 \parallel l_5$, determinar los valores de γ y δ .



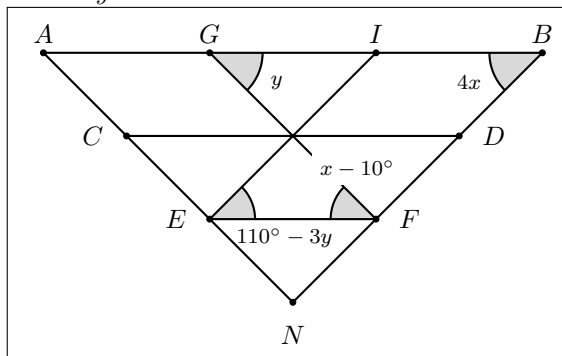
- 5) En la figura $\overline{AB} \parallel \overline{CF}$, verificar que $\overline{CB} \perp \overline{EF}$.



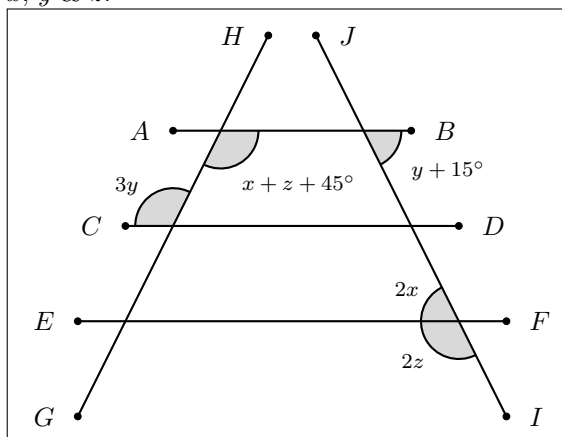
- 6) En la figura $\overline{CB} \parallel \overline{FD}$ y $\overline{CD} \parallel \overline{FG}$, determinar el valor de x .



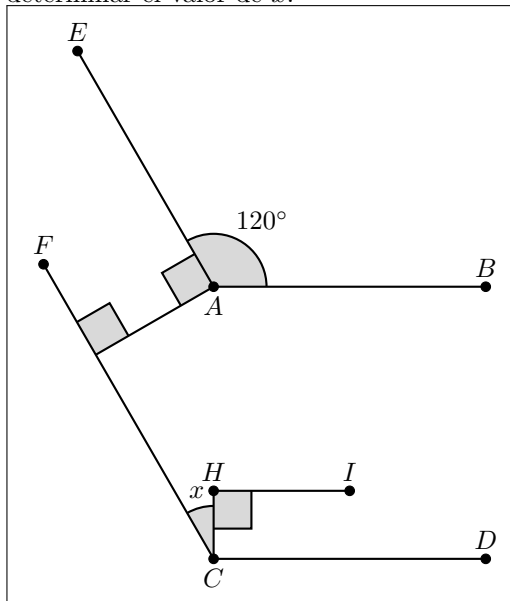
- 7) En la siguiente figura $\overline{AB} \parallel \overline{CD} \parallel \overline{EF}$, $\overline{IE} \parallel \overline{BN}$ y $\overline{AN} \parallel \overline{GF}$, determinar los valores de x & y .



- 8) En la siguiente figura $\overline{AB} \parallel \overline{CD} \parallel \overline{EF}$, $\overline{HG}$ y $\overline{JI}$ son dos transversales, determinar los valores de x , y & z .



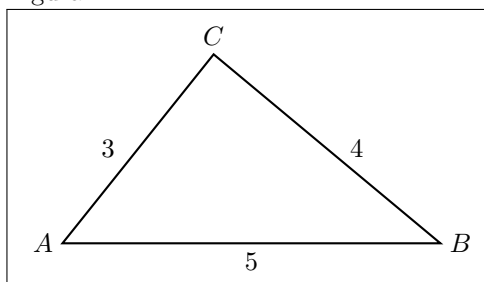
- 9) En la siguiente figura $\overline{AB} \parallel \overline{HI} \parallel \overline{CD}$, 10) determinar el valor de x .



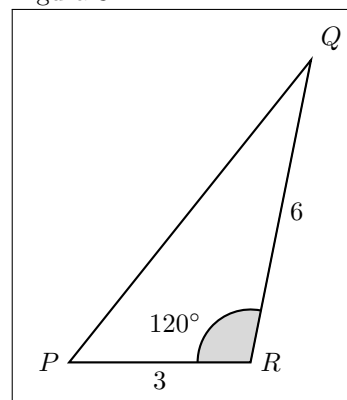
4.4. Triángulos

4.4.1 De las siguientes figuras de triángulos identificar y clasificar cada triángulo de acuerdo a sus lados y/o de acuerdo a sus ángulos.

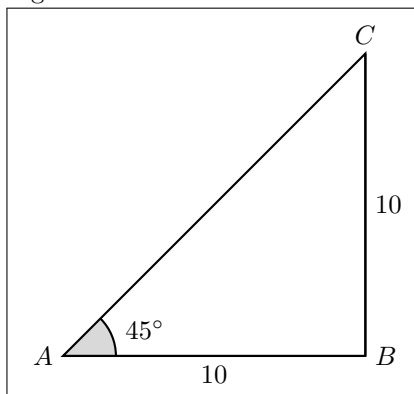
- 1) Figura 1.



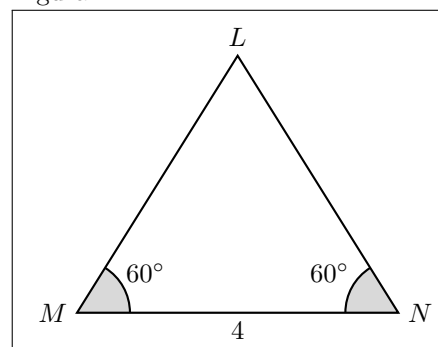
- 3) Figura 3.



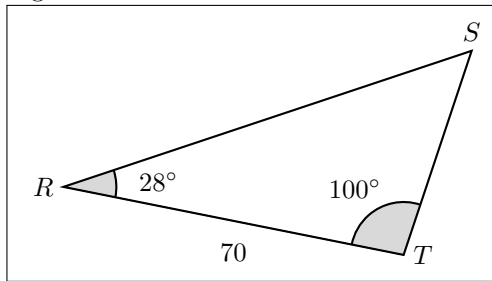
- 2) Figura 2.



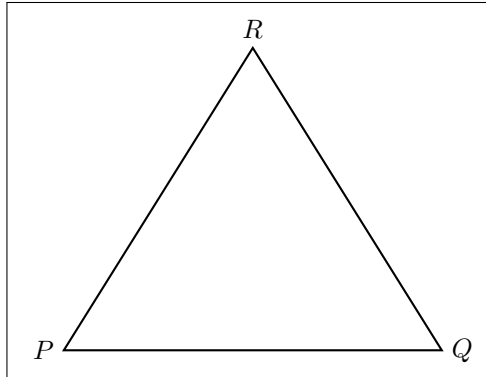
- 4) Figura 4.



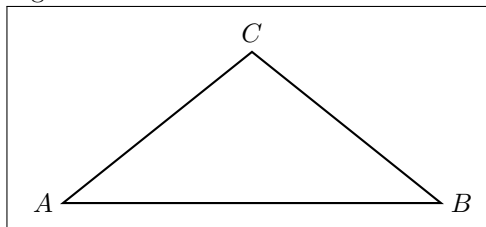
5) Figura 5.



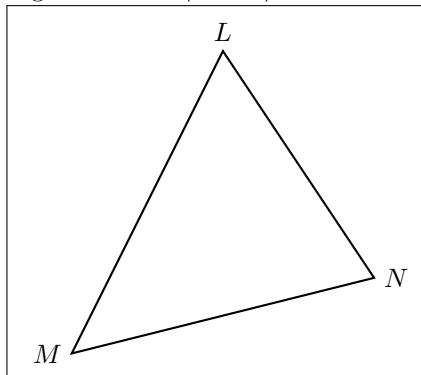
6) Figura 6. $\overline{PQ} \cong \overline{QR} \cong \overline{RP}$



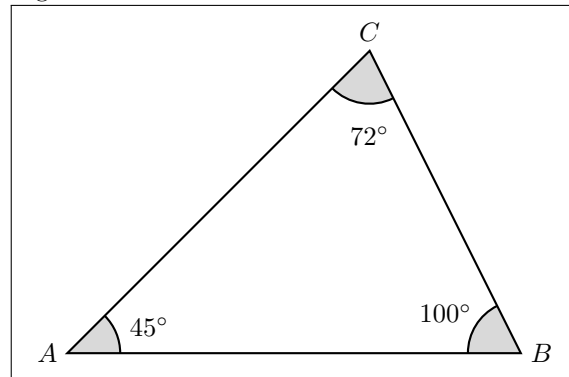
7) Figura 7. $\overline{AC} \cong \overline{BC}$



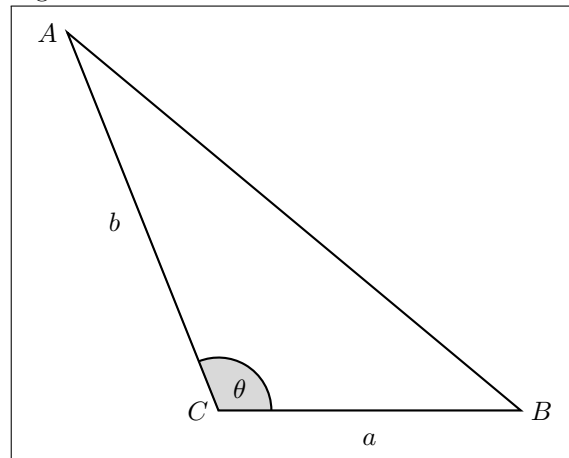
8) Figura 8. $\overline{MN} \neq \overline{NL} \neq \overline{LM}$



9) Figura 9.



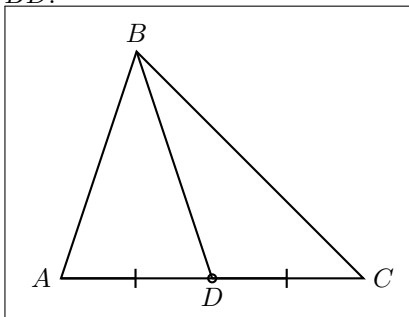
10) Figura 10. si $90^\circ < \theta < 180^\circ$



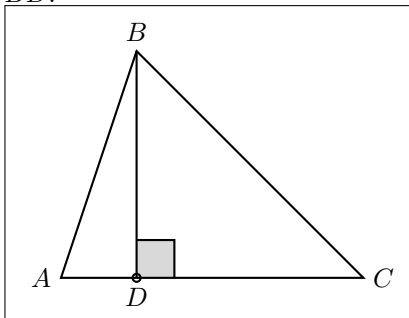
4.4.2 Puntos y rectas notables.

”””

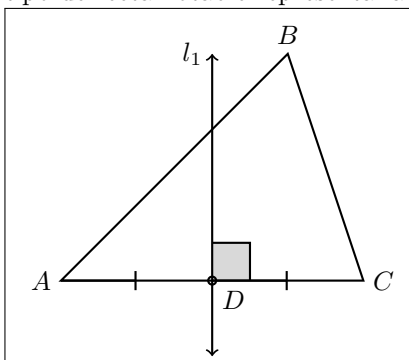
- 1) En la siguiente figura $\overline{AD} \cong \overline{DC}$. Indique qué tipo de recta notable representa el segmento $\overline{BD}$.



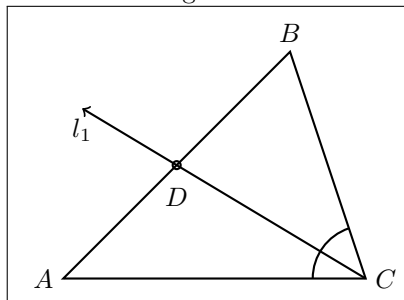
- 2) En la siguiente figura $\overline{AC} \perp \overline{BD}$. Indique qué tipo de recta notable representa el segmento $\overline{BD}$.



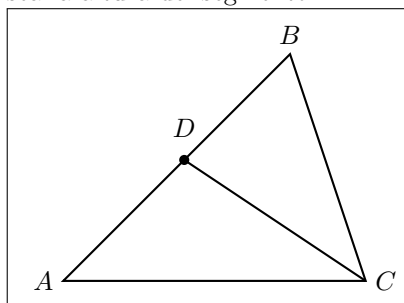
- 3) En la siguiente figura $\overline{AD} \cong \overline{DC}$. Indique qué tipo de recta notable representa la línea l_1 .



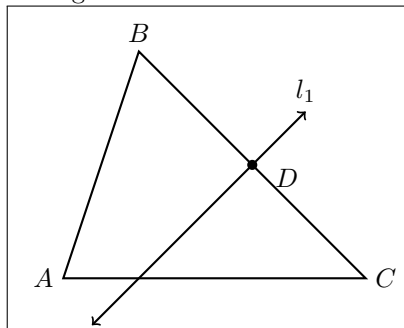
- 4) En la siguiente figura indique las condiciones que se deben cumplir para que la recta l_1 sea bisectriz del ángulo $\angle ACB$.



- 5) En el triángulo $\triangle ABC$, indique las condiciones que se deben cumplir para que el segmento $\overline{CD}$ sea la altura del segmento $\overline{AB}$.

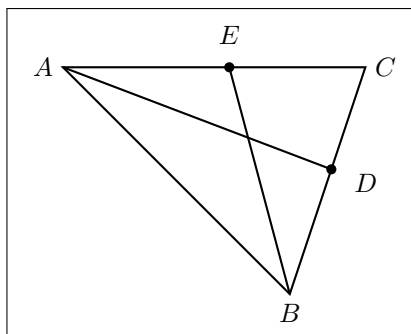


- 6) En el triángulo $\triangle ABC$, indique las condiciones que se deben cumplir para que l_1 sea mediatriz del segmento $\overline{BC}$.



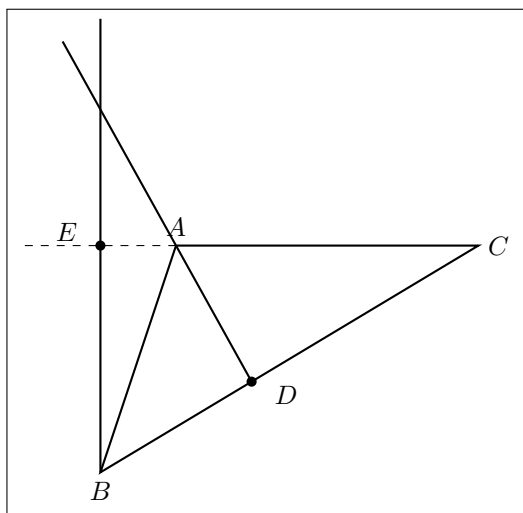
- 7) En el triángulo $\triangle ABC$, el segmento $\overline{AD}$ es bisectriz del ángulo $\angle BAC$ y el segmento $\overline{BE}$ es bisectriz del ángulo $\angle ABC$.

- Indique las parejas de ángulos que son congruentes.
- El nombre que recibe el punto de intersección de los segmentos $\overline{AD}$ y $\overline{BE}$
- Ubique el punto en la figura y asígnele un nombre.



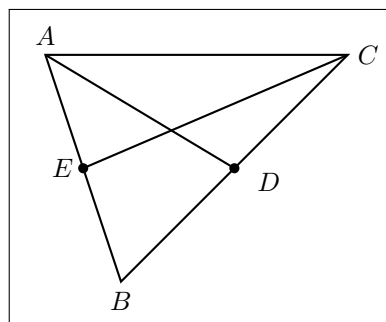
- 8) En el triángulo $\triangle ABC$, el segmento $\overline{AD}$ es la altura del segmento $\overline{BC}$ y del vértice A , el segmento $\overline{BE}$ es la altura del segmento $\overline{AC}$ y del vértice B .

- Indique las parejas de segmentos de rectas que son perpendiculares.
- Ubique el punto de intersección, de las alturas, en la figura y asígnele un nombre.
- ¿Qué nombre recibe el punto de intersección de las alturas?



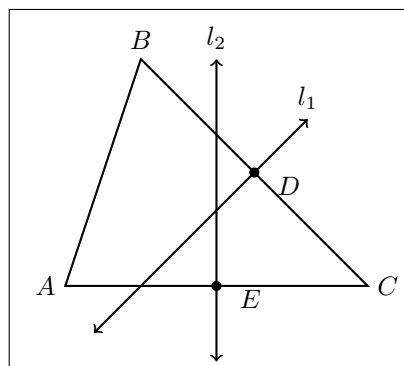
- 9) En el triángulo $\triangle ABC$, el segmento $\overline{AD}$ es la mediana del vértice A , el segmento $\overline{CE}$ es la mediana del vértice C .

- Indique las parejas de segmentos que son congruentes.
- Ubique el punto de intersección, de las medianas, en la figura y asígnele un nombre.
- ¿Qué nombre recibe el punto de intersección de las medianas?



- 10) En el triángulo $\triangle ABC$, la recta l_1 es mediatriz del segmento $\overline{BC}$ y la recta l_2 es mediatriz del segmento $\overline{AC}$.

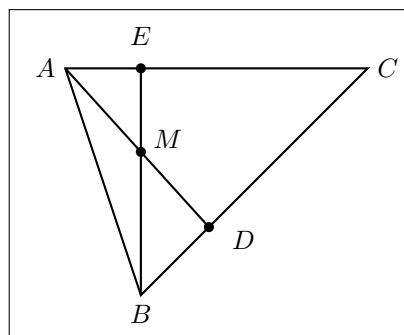
- Indique las parejas de segmentos que son congruentes y las rectas y segmentos perpendiculares.
- Ubique el punto de intersección, de las mediatrices, en la figura y asígnele un nombre.
- ¿Qué nombre recibe el punto de intersección de las mediatrices?



- 11) En el triángulo $\triangle ABC$, el segmento $\overline{AD}$ es la altura del segmento $\overline{BC}$ y del vértice A , el segmento $\overline{BE}$ es la altura del segmento $\overline{AC}$ y del vértice B . Indique cuales de las siguientes afirmaciones son verdaderas, justifique su respuesta.

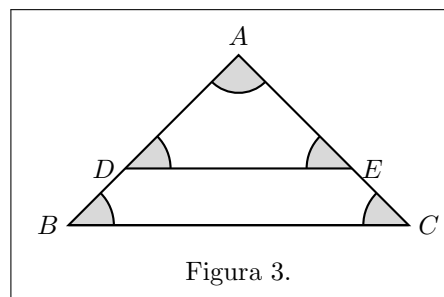
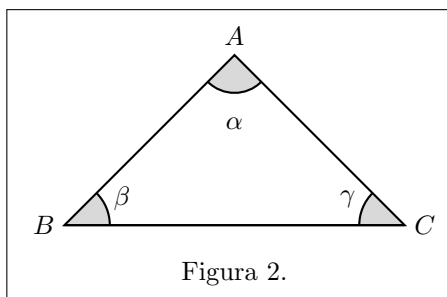
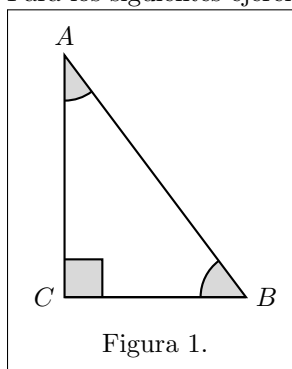
- (a) $\angle CEB \cong \angle BDA$.
- (b) $\overline{AE} \cong \overline{BD}$.
- (c) $AD = BE$.
- (d) $\angle EBA = \angle BAD$

- (e) El punto M recibe el nombre de Ortocentro



4.4.3 Resolución de problemas geométricos relacionados con triángulos.

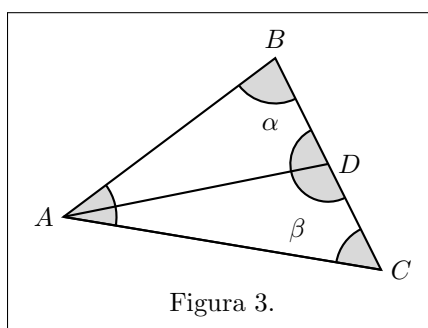
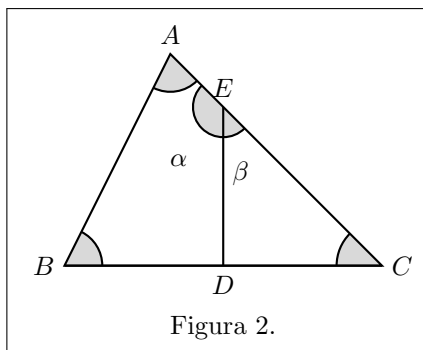
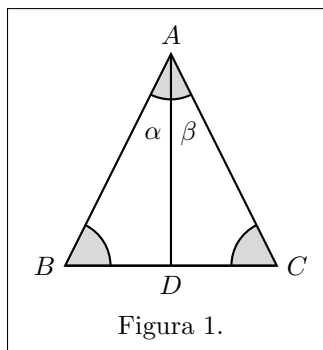
Para los siguientes ejercicios, utilice las figuras 1, 2 y 3 como referencia.



- 1) Determina la medida de los ángulos A y B de la Figura 1, sabiendo que $\angle A = x + 2$ y $\angle B = 3x - 8$.
- 2) Calcula el valor de los ángulos A y B , si en la Figura 1 se cumple que, $\angle A = \frac{2}{3}y - 10$ y $\angle B = \frac{8}{9}y + 2$.
- 3) Considerando las siguientes relaciones entre los ángulos de la figura 2: $\alpha = 2x$, $\beta = x + 2$ y $\gamma = x + 2$. Determine el valor numérico de los ángulos A , B y C .
- 4) Determine el valor del ángulo A , B y C , de la figura 2, si $\alpha = x$, $\beta = x - 7$ y $\gamma = x - 7$.
- 5) Dada la Figura 3, donde el segmento $\overline{DE}$ es paralelo a $\overline{BC}$ y conociendo que $\angle A = x$, $\angle C = x + 4$ y $\angle D = x + 2$. Determine el valor del ángulo A , B y C .
- 6) En la Figura 3, bajo la condición de que $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ y con las medidas $\angle B = x$, $\angle C = 2y + 1$, $\angle D = y + 13$ y $\angle E = x + 20$. Determine el valor de los ángulos A , B y C .
- 7) Considerando $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$, en la Figura 3, y tomando en cuenta que $\angle A = x + 18$, $\angle B = \frac{1}{2}x + 42$ y $\angle E = \frac{1}{3}x + 54$. Determine el valor del ángulo A , B y C .
- 8) A partir de la configuración en la Figura 3, donde $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ y con los ángulos $\angle B = x - 9$, $\angle C = y - 29$, $\angle D = \frac{1}{5}y + 51$ y $\angle E = \frac{1}{4}x + 51$. Calcule el valor de los ángulo A , B y C .
- 9) Dada la Figura 3, en la cual $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ y las relaciones $\angle A = x + y + z$, $\angle B = 2z$, $\angle C = 3y$, $\angle D = 4x + z - 10$ y $\angle E = 3x - y + 50$. Calcule el valor del ángulo A , B y C .

4.4.4 Identificación y operación con triángulos que contengan rectas notables.

Para los siguientes ejercicios, utilice las figuras 1,2 y 3.



- 1) Dada la figura 1, donde el segmento $\overline{DE}$ es la altura del triángulo y conociendo que: $\angle \alpha = 3x - 28$, $\angle \beta = 2x - 11$ y $\angle B = x + 50$. Determine las medidas de los ángulos A , B y C .
- 2) En la figura 1, el segmento $\overline{DE}$ es la altura del triángulo y se conocen las siguientes relaciones: $\angle \alpha = 2x - 5$, $\angle \beta = x$, $\angle B = y - 5$ y $\angle C = y$. Calcule los valores de los ángulos A , B y C .
- 3) Considerando las siguientes expresiones; $\angle \alpha = \frac{1}{2}y - 3$, $\angle \beta = \frac{1}{3}y - 4$, $\angle B = \frac{1}{3}x + 20$ y $\angle C = \frac{1}{2}x + 22$, en la figura 1, en donde $\overline{DE}$ es la altura del triángulo. Determine los valores de los ángulos A , B y C .
- 4) En el triángulo, representado en la figura 1, $\angle \alpha = 3x - 1$, $\angle \beta = 4y + 5$, $\angle B = 7x - 2y - 13$ y $\angle C = x + 6y + 1$, en donde $\overline{DE}$ es la altura del triángulo. Determine los valores de los ángulos A , B y C .
- 5) Dado el triángulo de la figura 2, en la que el segmento $\overline{DE}$ es la mediatriz y conociendo que: $\angle \beta = 137^\circ$, $\angle B = 10x + 5^\circ$ y $\angle C = 5x + 17^\circ$. Determine los valores de los ángulos A , B y C .
- 6) En la figura 2, donde el segmento $\overline{DE}$ es la mediatriz, se tienen las siguientes relaciones: $\angle \alpha = 2x + 18^\circ$, $\angle B = x + 4^\circ$ y $\angle C = \frac{1}{2}x + 18^\circ$. A partir de estos datos, determine los valores de los ángulos A , B y C .
- 7) En el triángulo de la figura 2, se tiene que: $\angle \alpha = x + y + 6^\circ$, $\angle A = x$, $\angle B = \frac{1}{2}y + 32^\circ$ y $\angle C = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y - 18^\circ$ y el segmento $\overline{DE}$ es la mediatriz. Calcule los valores de los ángulos A , B y C .
- 8) En la figura 3, el segmento $\overline{DE}$ corresponde a la bisectriz, del ángulo A , si se conoce que: $\angle \alpha = 89^\circ$, $\angle DAB = x + 3$, $\angle CAD = y - 2$, $\angle B = 4z - 2^\circ$ y $\angle C = 3z + 16^\circ$. Determine los valores de los ángulos A , B y C .